

**К. Метцлер**

# **Расчет универсальных коллекторных двигателей**

**Москва  
«Книга по Требованию»**

УДК 621.39  
ББК 32  
К11

**К. Метцлер**

К11 Расчет универсальных коллекторных двигателей / К. Метцлер – М.: Книга по Требованию, 2024. – 102 с.

**ISBN 978-5-458-35739-5**

Широкое развитие электрификации мелких машин, станков, предметов бытовой нагрузки, наметившееся в последнее время, потребует в ближайшем будущем от нашей промышленности выпуска двигателей малой и очень малой мощности, в особенности так называемых универсальных двигателей коллекторного типа, дающих возможность приключения к сетям как переменного, так и постоянного тока. Между тем, в советской технической литературе до сего времени не было руководства, рассматривающего методы расчета таких машин. Предлагаемая вниманию читателя небольшая книжка немецкого специалиста в этой области проф. К. Метцлера может, по нашему мнению, восполнить до известной степени этот пробел и послужить пособием как для студентов наших электромашиностроительных вузов, так и для заводских инженеров, занимающихся проектированием и конструированием мелких электродвигателей.

**ISBN 978-5-458-35739-5**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2024  
© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



## ВВЕДЕНИЕ

Направление вращения двигателя постоянного тока может быть изменено путем перемены направления тока либо в обмотке ротора, либо в обмотке статора. Изменяя направление тока в обеих обмотках одновременно, путем пересоединения подводных проводников, мы не можем получить изменения направления вращения двигателя. Это свойство двигателя постоянного тока дает возможность при соответствующем устройстве магнитной цепи питать двигатель также и переменным током. Так как при питании переменным током возникает переменный магнитный поток, то весь магнитопровод должен быть собран из возможно тонкого листового железа (как в трансформаторах или нормальных асинхронных двигателях).

Следовательно внешняя конструкция такого двигателя может быть взята такой же, как и у машины постоянного тока, лишь магнитная цепь не должна содержать в себе частей, изготовленных из массивного железа.

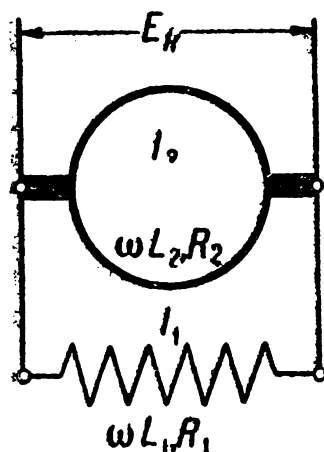
По способу включения статорной и роторной обмоток в машинах постоянного тока различают два основных типа: двигатели с параллельным возбуждением (шунтовые) и двигатели с последовательным возбуждением (сериесные). Установим сперва, обладают ли оба типа такими же хорошими электрическими качествами при питании переменным током, как это имеет место при постоянном токе. Рассмотрим сперва шунтовой двигатель. В этом типе статорная и роторная обмотки присоединяются к питающей сети параллельно, как это показано на фиг. 1. Статорная обмотка имеет омическое сопротивление  $R_1$  ом и индуктивное  $\omega L_1$  ом. Роторная обмотка — омическое сопротивление  $R_2$  ом и индуктивное  $\omega L_2$  ом.

Так как статорная обмотка состоит из большого числа витков, то ее индуктивное сопротивление  $\omega L_1$  во много раз больше, чем  $\omega L_2$ . Кроме того,  $R_1$  также больше, чем  $R_2$ , но отношение  $\frac{\omega L_1}{R_1}$  больше, чем  $\frac{\omega L_2}{R_2}$ .

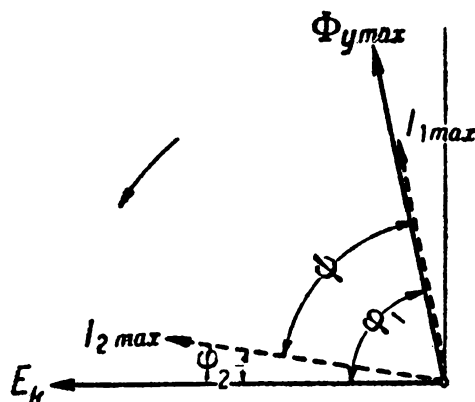
Неподвижная статорная обмотка представляет собой реактивную катушку. Поэтому  $\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\omega L_1}{R_1}$  велик, другими словами, угол  $\varphi_1$  близок к  $90^\circ$ .

Благодаря этому ток возбуждения  $I_1$  является почти чистым активным током и возбуждаемый им магнитный поток почти на  $90^\circ$  отстает от напряжения на зажимах  $E_k$ .

Если роторная обмотка также будет потреблять преимущественно реактивную мощность, то естественно, что отдаваемая механическая мощность окажется ничтожной и двигатель будет непригоден для практической работы. Поэтому  $\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\omega L_2}{R}$  должен быть небольшим, так чтобы угол  $\varphi_2$  приближался к нулю. В этом случае роторный ток  $I_2$  будет по преимуществу активным током и будет почти совпадать по фазе с напряжением на зажимах  $E_k$ .



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Векторная диаграмма для этого случая показана на фиг. 2<sup>1</sup>.

Вращающий момент пропорционален произведению  $\Phi_y \cdot I_2$ , т. е. может быть выражен уравнением:

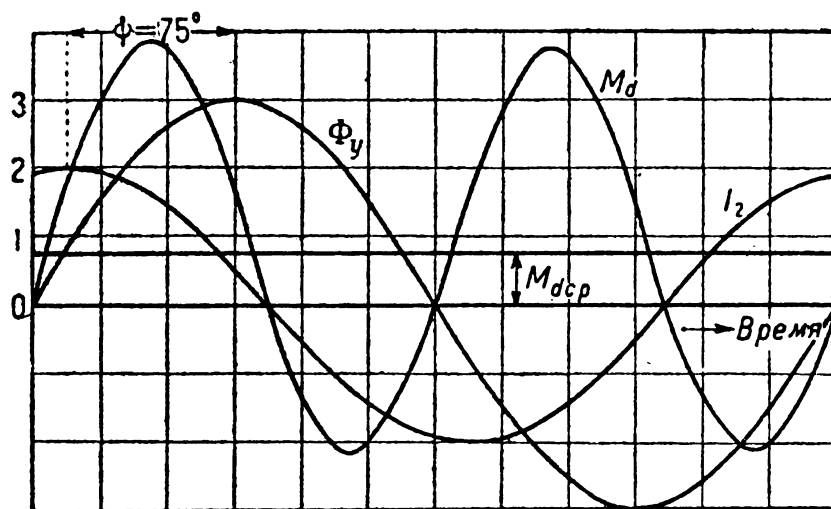
$$M_d = c \cdot \Phi_y \cdot I_2.$$

$\Phi_y$  и  $I_2$  образуют между собой угол  $\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi_1$ , который в случае шунтового двигателя равен почти  $90^\circ$ . Если бы  $\varphi_1 - \varphi_2 = 90^\circ$ , то  $M_d$  должно было бы равняться нулю. В случае когда  $\varphi_1 - \varphi_2$  приближается к  $90^\circ$ , вращающий момент  $M_d$  имеет весьма малую величину. Отсюда ясно, что шунтовой двигатель в обычной конструкции не может быть использован для питания переменным током<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> В этой диаграмме, как и во всех следующих, вращение векторов совершается против часовой стрелки.

<sup>2</sup> В настоящее время существует целый ряд двигателей переменного тока и с шунтовым возбуждением, возможность работы которых с нормальным вращающим моментом обусловлена целым рядом глубоких конструктивных изменений по сравнению с обычными машинами постоянного тока. Так как, однако, в задачу настоящей книги входит рассмотрение лишь универсальных двигателей, работающих одинаково хорошо как от постоянного, так и от переменного тока, то от описания подобных конструкций приходится отказаться. (Прим. ред.)

На фиг. 3 показана линейная диаграмма изменения за один период произведения  $\Phi_y \cdot I_2$  для угла  $\varphi_1 - \varphi_2 = \phi = 75^\circ$ . Среднее значение вращающего момента обозначим через  $M_{d\text{ср}}$ . Величина этого среднего значения в данном случае весьма невелика вследствие



Фиг. 3.

большого сдвига фаз  $\phi$  между  $\Phi_y$  и  $I_2$ . За половину периода это среднее значение выражается формулой:

$$M_{d\text{ср}} = \frac{c}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \Phi_y \cdot I_2 \cdot dt;$$

$$\Phi_y = \Phi_{y\text{max}} \cdot \sin \omega t;$$

$$I_2 = I_{2\text{max}} \cdot \sin (\omega t + \phi);$$

$$M_{d\text{ср}} = \frac{2 \cdot c}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \Phi_{y\text{max}} \cdot I_{2\text{max}} \cdot \sin \omega t \cdot \sin (\omega t + \phi) dt;$$

$$M_{d\text{ср}} = \frac{2 \cdot c}{T} \cdot \Phi_{y\text{max}} \cdot I_{2\text{max}} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin \omega t \cdot \sin (\omega t + \phi) dt.$$

Значение интеграла составляет:

$$\frac{\pi}{2 \cdot \omega} \cos \phi,$$

и так как

$$\omega = 2\pi \cdot f \text{ и } T = \frac{1}{f},$$

где  $f$  — число периодов вторичной цепи, то

$$M_{d\text{ ср}} = \frac{2f \cdot \pi \cdot c}{4\pi f} \cdot \Phi_{y\text{ max}} \cdot I_{2\text{ max}} \cdot \cos \psi,$$

$$M_{d\text{ ср}} = c \frac{\Phi_{y\text{ max}} \cdot I_{2\text{ max}}}{2} \cos \psi. \quad (1)$$

На фиг. 3  $c=1$ ,  $\Phi_{y\text{ max}}=3$ ,  $I_{2\text{ max}}=2$ ,  $\psi=75^\circ$ , откуда

$$M_{d\text{ ср}} = \frac{3 \cdot 2}{2} \cos 75^\circ = 3 \cdot 0,259 = 0,777.$$

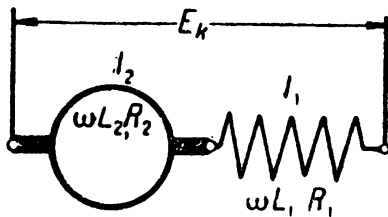
Это же значение может быть найдено и графическим путем.

В случае серийного включения статорной и роторной обмоток

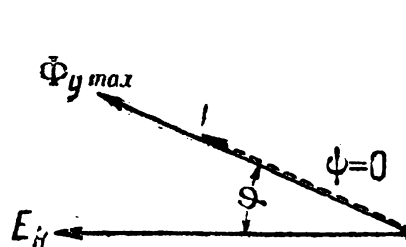
$$I_1 = I_2,$$

т. е. поток  $\Phi_y$  и ток  $I_2$  находятся в фазе.

Как видно из фиг. 4, в этом случае нет необходимости ставить индексы при буквах, обозначающих ток, так как во внешней цепи,



Фиг. 4.



Фиг. 5.

роторе и в статоре протекает один и тот же ток, т. е.  $I_1 = I_2 = I$ .

Между  $E_k$  и  $I$  имеется сдвиг фаз  $\varphi$ , причем:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L_2 + \omega L_1}{R_2 + R_1}.$$

Отсюда получается векторная диаграмма, показанная на фиг. 5. Угол  $\psi=0$ , и поэтому  $\cos \psi = 1 = \text{maximum}$ .

Согласно уравнению (1)

$$M_{d\text{ ср}} = c \frac{\Phi_{y\text{ max}} \cdot I_{\text{ max}}}{2}. \quad (1a)$$

Таким образом серийное соединение статорной и роторной обмоток имеет значительные преимущества перед шунтовым.

Если вращающий момент должен быть выражен в килограммометрах, то постоянная  $c$ , входящая в уравнение (1a) имеет величину:

$$c = \frac{2 \cdot \omega_2 \cdot p}{61,6 \cdot a} \cdot 10^{-8},$$



где  $w_2$  — полное число витков роторной обмотки,  
 $p$  — число пар полюсов,  
 $a$  — число пар параллельных ветвей роторной обмотки.

Если подставить вместо максимального значения тока его эффективное значение, т. е. вместо  $I_{\max}$  величину  $I\sqrt{2}$ , то

$$M_{d\text{ ср}} = \frac{w_2 \sqrt{2}}{61,6} \cdot \frac{p}{a} \cdot \Phi_{y\text{ max}} \cdot I \cdot 10^{-8} \text{ кгсм.} \quad (2)$$

Для малых мощностей, рассматриваемых в настоящей книге, удобнее выражать вращающий момент в килограммосантиметрах. Тогда

$$M_{d\text{ ср}} = \frac{w_2 \cdot \sqrt{2}}{61,6} \cdot \frac{p}{a} \cdot \Phi_{y\text{ max}} \cdot I \cdot 10^{-8} \text{ кгсм.} \quad (2a)$$

## ЭЛЕКТРОДВИЖУЩИЕ СИЛЫ, НАВОДИМЫЕ В РОТОРНОЙ ОБМОТКЕ

Э. д. с. вращения, вызываемая пересечением проводников ротора силовыми линиями магнитного потока  $\Phi_{y\text{ max}}$ , для двигателя постоянного тока выражается формулой:

$$E_r = z_2 \cdot \Phi_{y\text{ max}} \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{2p}{2a} \cdot 10^{-8} \text{ вольт,}$$

где  $z_2 = 2w_2$  — число проводников ротора,

$n$  — число оборотов в минуту.

При питании переменным током мгновенное значение э. д. с. вращения будет выражаться точно такой же формулой, но в нее должно быть подставлено мгновенное значение магнитного потока; поэтому

$$\Phi_y = \Phi_{y\text{ max}} \cdot \sin \omega t,$$

$$e_r = 2w_2 \cdot \Phi_{y\text{ max}} \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{2p}{2a} \cdot 10^{-8} \sin \omega t,$$

$$e_{r\text{ max}} = 2 \cdot w_2 \cdot \Phi_{y\text{ max}} \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{2p}{2a} \cdot 10^{-8}.$$

Так как отношение эффективного значения к максимальному равно  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ , то эффективное значение э. д. с. вращения:

$$E_r = \sqrt{2} \cdot w_2 \cdot \Phi_{y\text{ max}} \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{2p}{2a} \cdot 10^{-8}.$$

Частота перемагничивания роторного железа:

$$f_2 = \frac{pn}{60}.$$

Вводя это значение в формулу э. д. с. вращения, получим:

$$E_r = \frac{\sqrt{2}}{a} \cdot f_2 \cdot \omega_2 \cdot \Phi_{y \max} \cdot 10^{-8} \text{ вольт.} \quad (3)$$

В частном случае двухполюсной машины  $a = 1$ , и поэтому <sup>1</sup>:

$$E_{r(2p=2)} = \sqrt{2} \cdot f_2 \cdot \omega_2 \cdot \Phi_{y \max} \cdot 10^{-8} \text{ вольт.} \quad (3a)$$

Если  $l$  — осевая длина ротора и статора,

$b_p$  — длина полюсной дуги,

$\tau_p = \frac{D_{\pi}}{2p}$  — полюсное деление,

$$\alpha_l = \frac{b_p}{\tau_p},$$

$B_{l \max}$  — магнитная индукция в воздушном промежутке, то сечение воздушного промежутка под одним полюсом

$$Q_l = b_p \cdot l = \alpha_l \cdot \tau_p \cdot l,$$

$$\Phi_{y \max} = Q_l B_{l \max} = \alpha_l \cdot \tau_p \cdot l \cdot B_{l \max}.$$

Число витков статора, приходящееся на один полюс, обозначим через  $\omega_1$ ; тогда полное число витков статора будет составлять  $2p \cdot \omega_1$ .

Воздушный промежуток пусть составляет  $\delta$  см, а с учетом влияния впадин ротора —  $\delta'$  см; чтобы учесть магнитное сопротивление железа, расчетный воздушный промежуток придется несколько увеличить по сравнению с действительным. Эту величину мы будем обозначать через  $\delta''$  см.

Как известно,

$$B_{l \max} = \frac{4\pi}{10} \cdot \omega_1 \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot I}{\delta''},$$

$$\Phi_{y \max} = \alpha_l \cdot \tau_p \cdot l \cdot \frac{4\pi}{10} \cdot \omega_1 \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot I}{\delta''}. \quad (4)$$

---

<sup>1</sup> Строго говоря,  $a$  может быть равным 1 не только для двухполюсной машины, а и при любом числе полюсов, если обмотка ротора выполнена как простая по ледо-ательная. Поэтому формула (3a) должна применяться не по признаку числа полюсов, а в случае простой последовательной обмотки. (Прим. ред.)

Подставляя уравнение (4) в (3), получим:

$$E_r = \frac{\sqrt{2}}{a} \cdot f_2 \cdot w_2 \cdot a_l \cdot \tau_p \cdot l \cdot \frac{4\pi}{10} \cdot w_1 \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot I}{\delta''} 10^{-8},$$

$$E_r = \left( \frac{8\pi a_l}{10\delta''} \right) \cdot f_2 \cdot \tau_p \cdot l \cdot \frac{w_2}{a} \cdot w_1 \cdot I \cdot 10^{-8}.$$

Полагая для сокращения

$$\frac{8\pi a_l}{10\delta''} = k_1 \quad (5)$$

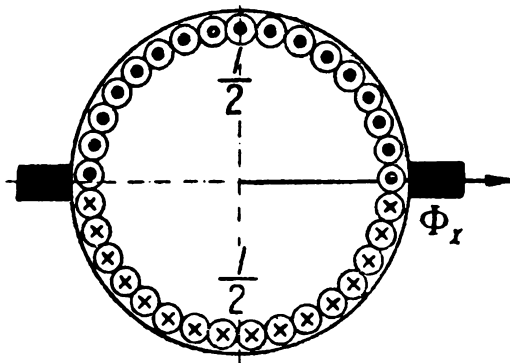
и принимая во внимание, что передаточное число

$$\frac{w_1}{\left( \frac{w_2}{a} \right)} = u, \quad (6)$$

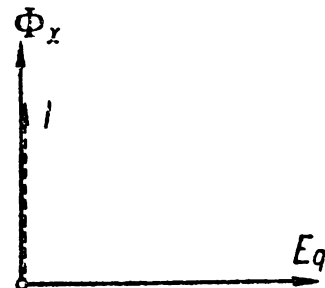
получим:

$$E_r = k_1 \cdot u \cdot f_2 \cdot \tau_p \cdot l \cdot \left( \frac{w_2}{u} \right)^2 \cdot I \cdot 10^{-8} \text{ вольт.} \quad (7)$$

Как показано на фиг. 6, обмотка ротора обтекается переменным током  $I$ . Ампервитки ротора возбуждают при этом поперечный



Фиг. 6.



Фиг. 7.

магнитный поток  $\Phi_x$ , находящийся в фазе с током  $I$ . Этот поток расположен в пространстве неподвижно и колеблется (на фиг. 6 по горизонтали) с числом циклов  $f_1$  тока  $I$ .

При этом в обмотке ротора совершенно так же, как в обмотке трансформатора, возникает э. д. с. Эта э. д. с. отстает от вызывающего ее потока  $\Phi_x$  на  $90^\circ$ , как показано на фиг. 7. Величина этой поперечной э. д. с:

$$E_q = 2k \cdot f_1 \cdot w_q \cdot \Phi_{x \max} \cdot 10^{-8} \text{ вольт,}$$

где  $k$  — коэффициент Каппа,

$w_q$  — число витков ротора, обуславливающее создание э. д. с.  $E_q$ .

Так как на диаграмме  $E_q$  расположена перпендикулярно к току, то она является реактивной э. д. с

При определении  $E_q$  мы для упрощения сделаем следующие допущения:

1. В качестве намагничивающих ампервитков мы рассмотрим лишь те, которые расположены под полюсной дугой  $b_p$ :

$$Aw_q \text{ на полюс} = \sqrt{2} \frac{I}{2a} \cdot \frac{a_i \cdot w_2}{2p},$$

$$w_q \text{ на полюс} = \frac{w_2}{2p}.$$

При таком допущении магнитный поток  $\Phi_x$  получится несколько меньше, так как часть намагничивающих ампервитков остается не учтенной; однако возникающая при этом ошибка незначительна, так как силовые линии в пространстве между полюсами должны преодолеть большой путь в воздухе, т. е. большое магнитное сопротивление.

2. Магнитным сопротивлением в железе ротора и статора мы будем пренебрегать. При этом число силовых линий получится несколько больше, чем отчасти компенсируется ошибка, сделанная при первом допущении. Магнитное сопротивление зубцового слоя ротора мы предусмотрим тем, что воздушный промежуток увеличим на 100%. Таким образом длина пути силовых линий будет нами принята равной  $1,1 \cdot 2\delta$  см, так как воздушный промежуток пронизывается магнитным потоком дважды.

Тогда:

$$\frac{\Phi_{x \max}}{2} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{Aw_q \text{ на полюс}}{R},$$

$$R = \frac{2,2 \delta'}{\frac{Q_l}{2}} = \frac{4,4 \delta'}{Q_l} = \frac{4,4 \delta'}{a_i \cdot \tau_p \cdot l},$$

$$\frac{\Phi_{x \max}}{2} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot I \cdot a_i^2 \cdot w_2 \cdot \tau_p \cdot l}{2a \cdot 2p \cdot 4,4 \delta'}.$$

Тогда на пару полюсов:

$$E_{q1} = 2k \cdot f_1 \cdot \frac{a_i^2 \cdot w_2^2}{2p} \cdot \frac{8\pi}{10} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot I \cdot \tau_p \cdot l}{2a \cdot 2p \cdot 4,4 \delta'} \cdot 10^{-8}.$$

Для  $p$  пар полюсов:

$$E_q = k \cdot f_1 \cdot \frac{a_i^2 w_2^2 \cdot 2\pi \sqrt{2} \cdot I \cdot \tau_p \cdot l}{11\delta \cdot 2a \cdot 2p} \cdot 10^{-8} \text{ вольт.}$$

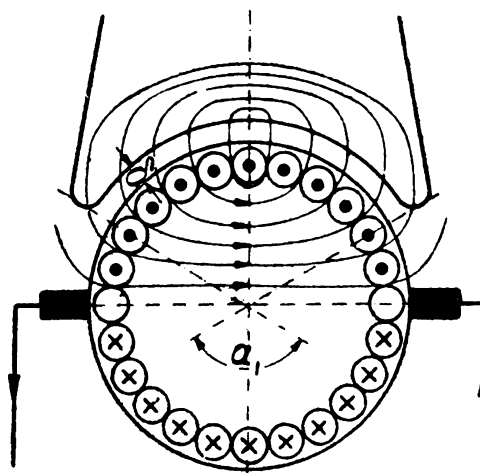
Коэффициент Каппа определяется по известным методам. На фиг. 9 показана э. д. с., возникающая при пересечении проводников ротора силовыми линиями поперечного магнитного потока  $\Phi_x$ . Как видно из фиг. 8, северный и южный полюса потока  $\Phi_x$  лежат непосредственно друг возле друга.

Каждый полюс машины в средней трети свободен от силовых линий, так как по нашему предположению в пространстве между полюсами нет силовых линий. Если принять  $\alpha_l = \frac{2}{3}$ , то расстояние

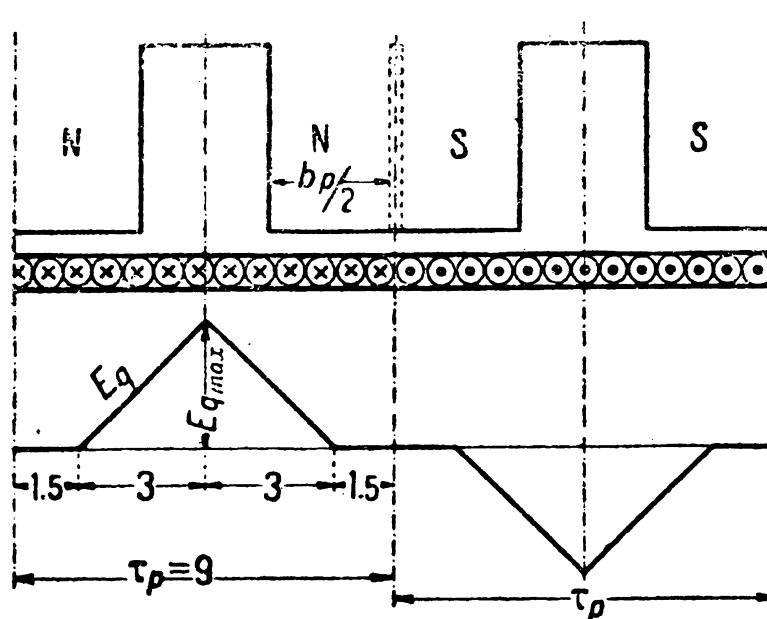
между полюсами составляет  $\frac{1}{3}$

окружности. Коэффициент Каппа определяется по формуле:

$$k = \frac{2\sigma}{\alpha_l} k_s,$$



Фиг. 8.



Фиг. 9.

где  $\sigma = \frac{E_{eff}}{E_{max}}$  — коэффициент амплитуды,

$k_s = \frac{\text{число проводников под полюсной дугой}}{\text{полное число проводников одной секционной стороны}},$

$$\alpha_l = \frac{b_p}{\tau_p} = \frac{2}{3}.$$

На фиг. 9:

$$k_s = \frac{2}{3},$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{2}{3}}{9}} = \frac{\sqrt{2}}{3} = 0,472,$$

$$k = \frac{2 \cdot 0,472}{\frac{2}{3}} \cdot \frac{2}{3} = 0,944.$$

Подставляя это значение и  $\alpha_l = \frac{2}{3}$  в уравнение для  $E_q$ , получим после сокращения:

$$E_q = 0,34 \cdot \frac{f_1}{2a \cdot 2p} \cdot \frac{\tau_p \cdot l}{\delta'} \cdot I \cdot \omega_2^2 \cdot 10^{-8} \text{ вольт.} \quad (8)$$

Для двухполюсной конструкции при  $2p = 2a = 2$ :

$$E_{q(2p=2)} = 0,085 \cdot f_1 \cdot \frac{\tau_p \cdot l}{\delta'} \cdot I \cdot \omega_2^2 \cdot 10^{-8} \text{ вольт.} \quad (8a)$$

Поперечная э. д. с.  $E_q$  может достигать весьма заметной величины. Она оказывает большое влияние на коэффициент мощности двигателя переменного тока и поэтому нужно стремиться к ее возможному уменьшению.

Для одного двухполюсного двигателя, работающего при напряжении на зажимах  $E_k = 220 \text{ V}$ , при  $f_1 = 50$  циклов получаются следующие значения:

$$\frac{\tau_p \cdot l}{\delta'} = \frac{10,2 \cdot 5,3}{0,08} = 677,$$

$$I = 1,3 \text{ A,}$$

$$\omega_2 = 1120 \text{ витков.}$$

Так как  $\alpha_l = \frac{2}{3}$ , то

$$E_q = 0,085 \cdot 50 \cdot 677 \cdot 1,3 \cdot 1120^2 \cdot 10^{-8} = 47 \text{ вольт.}$$

Мы видим, что поперечная э. д. с. достигает здесь 21,4% от напряжения на зажимах. При этом, конечно, нельзя ожидать большого коэффициента мощности. На фиг. 10 показана роторная обмотка с девятью впадинами на полюсное деление, проводники которой пересекаются силовыми линиями поперечного магнитного потока  $\Phi_x$ . Кривая электродвижущей силы для проводников одной впадины имеет такую же форму, как и кривая магнитного потока. На фиг. 10, а