

И. А. Викторов

**Физические основы
применения ультразвуковых
волн Рэлея и Лэмба в технике**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 621.39
ББК 32
И11

И11 **И. А. Викторов**
Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике / И. А. Викторов – М.: Книга по Требованию, 2013. – 170 с.

ISBN 978-5-458-38783-5

В настоящей монографии дано краткое систематизированное описание основных физических свойств ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба и их практических применений. В монографии освещены также результаты соответствующих исследований автора, проводившихся в Акустическом центре АН СССР.

ISBN 978-5-458-38783-5

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2013

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2013

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН РЭЛЕЯ

§ 1. Понятие о волнах Рэлея, их структура и скорость

Как уже отмечалось во введении, волнами Рэлея называют упругие возмущения, распространяющиеся вблизи свободной границы твердого тела и затухающие с глубиной. Общие свойства таких волн описаны в монографии [4].

Рассмотрим плоскую гармоническую рэлеевскую волну на границе твердого изотропного идеально упругого полупространства с вакуумом. Пусть полупространство занимает область $z > 0$ (см. рис. 1, а), а направление распространения волны совпадает с осью x . Введем для области, занятой полупространством, скалярный φ и векторный ψ потенциалы смещений, так что вектор смещения частиц \mathbf{v} запишется в виде

$$\mathbf{v} = \text{grad } \varphi + \text{rot } \psi. \quad (1.1)$$

Поскольку волна плоская и движение не зависит от координаты y , у векторного потенциала будет отлична от нуля только компонента по оси y ; эту компоненту обозначим просто через ψ . Потенциалы φ и ψ называются соответственно потенциалами продольных и сдвиговых волн и удовлетворяют (для гармонических процессов) следующим волновым уравнениям:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + k_l^2 \varphi &= 0; \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + k_t^2 \psi &= 0. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь $k_l = \omega \sqrt{\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}}$, $k_t = \omega \sqrt{\frac{\rho}{\mu}}$ — волновые числа соответственно продольных и поперечных волн; ω — круговая

частота; λ и μ — упругие постоянные Ламе; ρ — плотность среды. Компоненты смещения частиц U и W по осям x и z соответственно и компоненты напряжений σ_{xx} , σ_{zz} , σ_{xz} можно представить через φ и ψ по формулам

$$\begin{aligned} U &= \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z}, \\ W &= \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x}; \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \lambda \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right), \\ \sigma_{zz} &= \lambda \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} \right), \\ \sigma_{xz} &= \mu \left(2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right). \end{aligned} \quad (1.4)$$

Будем искать решения уравнений (1.2), соответствующие плоской гармонической волне, распространяющейся в положительном направлении оси x . Для этого положим

$$\begin{aligned} \varphi &= F(z) e^{i(kx - \omega t)}, \\ \psi &= G(z) e^{i(kx - \omega t)}. \end{aligned}$$

Подставляя эти выражения в уравнения (1.2), получим два дифференциальных уравнения для функций $F(z)$ и $G(z)$:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 F(z)}{dz^2} - (k^2 - k_t^2) F(z) &= 0; \\ \frac{d^2 G(z)}{dz^2} - (k^2 - k_t^2) G(z) &= 0. \end{aligned}$$

Дважды линейно независимыми решениями каждого из написанных уравнений будут являться функции $e^{\pm \sqrt{k^2 - k_t^2} z}$ и $e^{\pm \sqrt{k^2 - k_t^2} z}$. Априорно предположим (как мы увидим в дальнейшем, это предположение подтвердится), что $k^2 > k_t^2 > k_l^2$. Тогда решения с положительными радикалами в экспоненте будут соответствовать нарастающему с глубиной движению, а решения с отрицательными радикалами — экспоненциально

убывающему, т. е. поверхностной волне. Таким образом, выражения для φ и ψ приобретают вид:

$$\begin{aligned}\varphi &= Ae^{-qz}e^{i(kx-\omega t)}; \\ \psi &= Be^{-sz}e^{i(kx-\omega t)},\end{aligned}$$

где $q^2 = k^2 - k_t^2$; $s^2 = k^2 - k_l^2$; A и B — произвольные постоянные.

Условия задачи требуют еще обращения в нуль напряжений σ_{zz} и σ_{xz} на границе полупространства (плоскость $z=0$). Подставляя выражения для φ и ψ в эти условия, получим соотношения, связывающие A , B и волновое число k . В результате для φ и ψ окончательно получим:

$$\begin{aligned}\varphi &= -Ae^{i(kx-\omega t)-qz}; \\ \psi &= iA \frac{2kq}{k^2 + s^2} e^{i(kx-\omega t)-sz}.\end{aligned}\tag{1.5}$$

Уравнение для определения k (характеристическое уравнение) будет иметь вид

$$4k^2qs - (k^2 + s^2)^2 = 0.\tag{1.6}$$

После простых преобразований оно приводится к форме

$$\eta^6 - 8\eta^4 + 8(3 - 2\xi^2)\eta^2 - 16(1 - \xi^2) = 0,\tag{1.7}$$

где введены обозначения $\eta = \frac{k}{k_t} = \frac{c_t}{c}$; $\xi = \frac{k_l}{k_t} = \frac{c_t}{c_l}$

(c_l , c_t — фазовые скорости продольных и поперечных волн). Это уравнение иногда называют уравнением Рэлея. Оно имеет шесть корней, значения которых зависят только от коэффициента Пуассона ν рассматриваемой упругой среды. Рэлеевской волне соответствует корень η_R , лежащий между нулем и единицей (в дальнейшем индексом R мы будем отмечать все величины, относящиеся к рэлеевской волне). Можно показать, что для любых значений ν , соответствующих реальным средам ($0 \leq \nu \leq 0,5$), уравнение (1.7) имеет один и только один такой корень. Это подтверждает справедливость нашего априорного предположения и вместе с тем доказывает возможность существования рэлеевской волны

на свободной границе упругого полупространства. Приближенное выражение для этого корня следующее: [5]

$$\eta_R = \frac{0,87 + 1,12\nu}{1 + \nu}. \quad (1.8)$$

При изменении ν от 0 до 0,5 фазовая скорость рэлеевской волны монотонно изменяется от $0,87 c_t$ до $0,96 c_t$. Нетрудно видеть, что рэлеевская волна не имеет дисперсии фазовой скорости, поскольку η_R и c_t не зависят от частоты.

Выражения (1.5), описывающие рэлеевскую волну, показывают, что она состоит из двух неоднородных волн — продольной и поперечной, которые распространяются вдоль границы полупространства с одинаковыми скоростями и затухают с глубиной по законам $e^{-\sqrt{k_R^2 - k_l^2} z}$ (продольная волна)

и $e^{-\sqrt{k_R^2 - k_t^2} z}$ (поперечная волна). На границе ($z=0$) эти волны взаимно компенсируют создаваемые ими напряжения.

Вычисляя из формул (1.5) компоненты смещений по осям x и z при помощи соотношений (1.3), получим (после взятия вещественных частей):

$$U_R = Ak_R \left(e^{-q_R z} - \frac{2q_R s_R}{k_R^2 + s_R^2} e^{-s_R z} \right) \sin(k_R x - \omega t);$$

$$W_R = Aq_R \left(e^{-q_R z} - \frac{2k_R^2}{k_R^2 + s_R^2} e^{-s_R z} \right) \cos(k_R x - \omega t). \quad (1.9)$$

Компоненты напряжений в рэлеевской волне можно вычислить, воспользовавшись соотношениями (1.4) и (1.5).

На рис. 1, б изображена картина смещений в рэлеевской волне. Точками обозначены частицы среды, которые в отсутствие волны расположены на равных расстояниях (по вертикали и горизонтали одна от другой). На рис. 2 и 3 представлены рассчитанные нами зависимости амплитуд смещений \hat{U}_R , \hat{W}_R и амплитуд напряжений $\hat{\sigma}_{zz}$, $\hat{\sigma}_{xx}$, $\hat{\sigma}_{xz}$ в рэлеевской волне от глубины. Кривые даны в безразмерной форме: амплитуды смещений отнесены к амплитуде нормального смещения на поверхности \hat{W}_{OR} , а амплитуды напряжений — к амплитуде $\hat{\sigma}_{xz}|_{x=0}$ на поверхности. Глубина отложена в долях длины волны. Кривые рассчитаны для двух значений коэффициента Пуассона: $\nu=0,25$ (пунктирные кривые) и $\nu=0,34$

(сплошные кривые); между этими значениями заключены значения коэффициента Пуассона для большинства металлов. Из графиков видно, что смещение, нормальное к поверхности, сначала возрастает, а затем монотонно убывает с глубиной, смещение, параллельное поверхности, меняет знак на глубине примерно $0,2 \lambda_R$. Из графиков видно

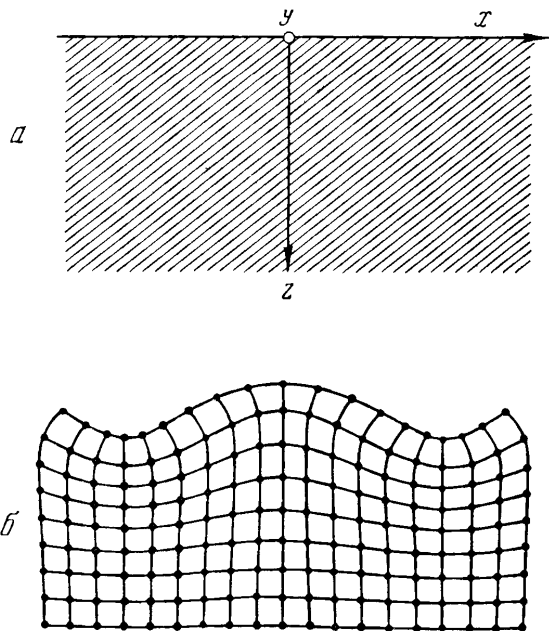


Рис. 1

также, что σ_{xx} меняет знак, тогда как σ_{zz} и σ_{xz} достигают максимума приблизительно при $z/\lambda_R = 0,3$ и затем экспоненциально убывают с глубиной. Приведенная на рис. 2—3 совокупность кривых иллюстрирует, что рэлеевская волна локализована в тонком поверхностном слое толщиной $\lambda_R - 2\lambda_R$.

Поскольку компоненты смещения в рэлеевской волне U_R и W_R по осям x и z сдвинуты по фазе на $\pi/2$, траекториями движения частиц в волне являются эллипсы. При распространении волны в положительном направлении оси x при выбранной нами системе координат вращение частиц по эллипсу у поверхности происходит по часовой стрелке, на глубине $z > 0,2 \lambda_R$ (когда смещение U_R меняет знак) направ-

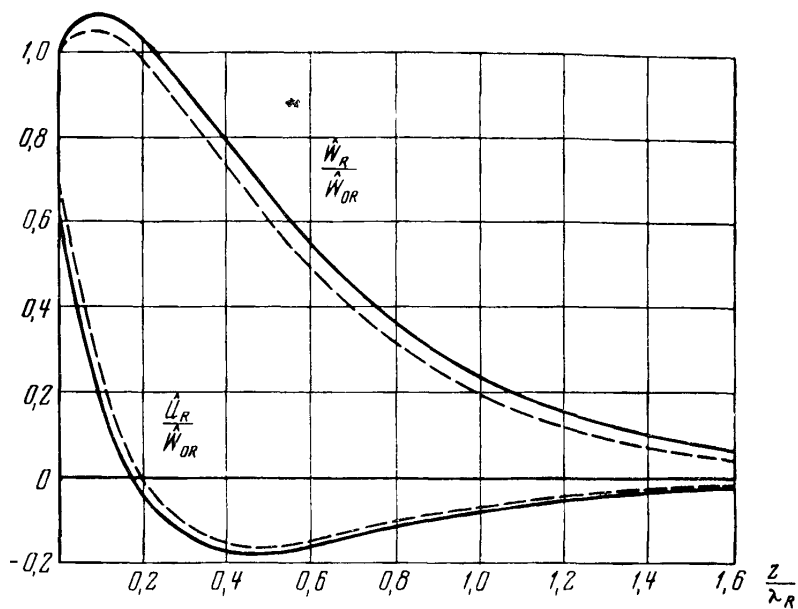


Рис. 2

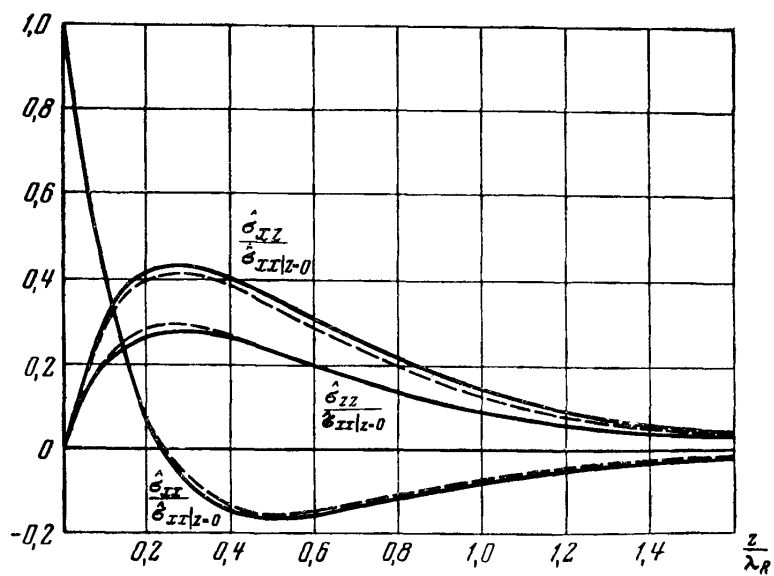


Рис. 3

ление вращения меняется на обратное. Большая полуось эллипсов перпендикулярна границе полупространства, малая параллельна направлению распространения волны. Эксцентриситет эллипсов зависит от расстояния до поверхности и от коэффициента Пуассона упругой среды. В табл. 1, взятой из работы [6], приведены относительные размеры полуосей эллипсов на разной глубине для четырех значений коэффициента Пуассона ν . В числителе написаны размеры большой полуоси (амплитуда \hat{W}_R), в знаменателе — малой (амплитуда \hat{U}_R).

Т а б л и ц а 1

$\frac{z}{\lambda_R}$	$\nu=0$	$\nu=0,250$	$\nu=0,333$	$\nu=0,500$
0	1,000	1,000	1,000	1,000
	0,772	0,676	0,626	0,540
0,250	0,745	0,910	0,968	1,120
	—0,007	—0,076	—0,101	—0,158
0,500	0,432	0,587	0,643	0,812
	—0,104	—0,157	—0,177	—0,206
1,000	0,109	0,192	0,219	0,339
	—0,044	—0,071	—0,077	—0,099

Мы рассмотрели на простейшем примере плоских гармонических рэлеевских волн в идеально упругом изотропном и однородном полупространствах наиболее общие свойства этих волн (скорость, характер движения в волне и т. д.). В неоднородных и анизотропных средах структура и свойства рэлеевских волн значительно сложнее, причем имеются такие анизотропные среды (например, кристаллы триклинной системы), в которых рэлеевские волны вообще не могут существовать. Иногда под волнами Рэлея понимают волны не только на свободной границе твердого тела, но также поверхностные волны более общего типа, возникающие на границе твердого тела с жидкостью и на границе системы твердых или жидких слоев с твердым полупространством. На границе твердого и жидкого полупространств рэлеевские волны существуют всегда; в остальных случаях они сущест-

вуют только при определенных соотношениях упругих и геометрических параметров слоев и твердого полупространства.

В рамках данной книги мы будем рассматривать только ультразвуковые рэлеевские волны на свободной границе твердого тела или на границе твердого тела с жидкостью малой плотности. Поверхностные рэлеевские волны более сложного типа на ультразвуковых частотах не имеют практического применения. Для простоты будем рассматривать плоские гармонические ультразвуковые рэлеевские волны. Термин «ультра звуковые» для краткости будем опускать, тем более, что большинство свойств ультразвуковых рэлеевских волн присуще рэлеевским волнам любых частот.

§ 2. Методы возбуждения и приема волн Рэля

Для возбуждения ультразвуковых рэлеевских волн существует несколько методов. Так, в работе [7] указывается, что пластинка кварца X-среза, опирающаяся на ребро прямоугольного упругого клина (рис. 4, а), возбуждает на его гранях «слабые поверхностные волны». Наилучшее возбуждение получается, если пластинка наклонена к граням под углом 45° .

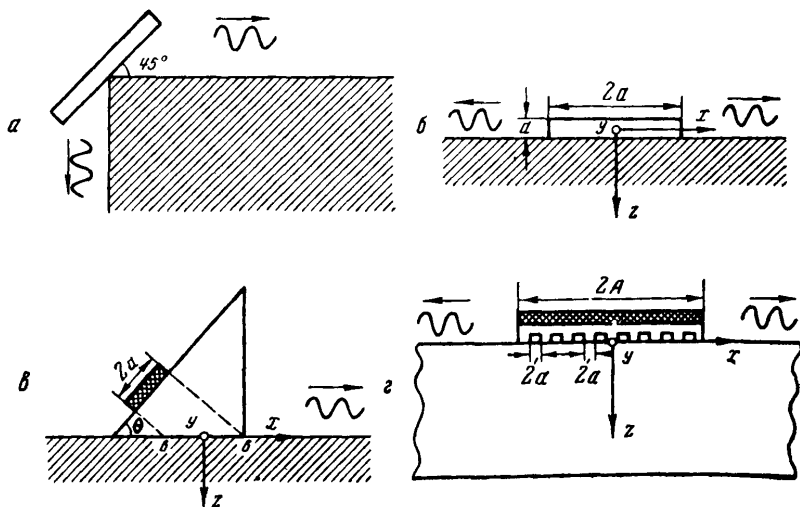


Рис. 4

В работе [8] описан метод возбуждения рэлеевских волн кварцевой пластинкой Y -среза, имеющей акустический контакт с поверхностью твердого тела посредством тонкого слоя масла (рис. 4, б). Такая пластинка возбуждает две рэлеевские волны, бегущие в отрицательном и положительном направлениях оси x с одинаковыми амплитудами. Как утверждают авторы, амплитуды максимальны при отношении ширины $2a$ пластинки к толщине d , равном 7:1. Основная доля механической энергии пластинки расходуется в этом методе возбуждения на излучение поперечных ультразвуковых волн в глубь твердого тела.

В работе [9] для приема рэлеевских волн с поверхности металлических образцов использовался бесконтактный магнитный метод приема, основанный на магнитоакустическом эффекте, согласно которому при колебании поверхности образца (под действием рэлеевской волны) в постоянном магнитном поле в образце возникают вихревые токи. Вихревые токи создают магнитное поле, меняющееся с частотой ультразвука. Последнее и используется для наведения э.д.с. в катушке приемника, помещаемой в непосредственной близости от поверхности образца. В принципе этот метод может быть использован и для возбуждения рэлеевских волн, так же как все описываемые в данном параграфе методы возбуждения (со всеми их особенностями) можно обратить и на случай приема.

Наиболее распространенным методом возбуждения рэлеевских волн является так называемый метод клина [6, 7], основанный на преобразовании продольных волн в рэлеевские. В этом методе (рис. 4, в) пластмассовая призма вдоль одной своей грани имеет акустический контакт с поверхностью твердого тела. На наклонной грани призмы располагается пьезопластинка, излучающая плоскую продольную волну, которая падает под углом θ на границу твердого тела с призмой. Угол θ выбирается из условия оптимального возбуждения $\sin \theta_R = c_{\text{кл}}/c_R$, где $c_{\text{кл}}$ — скорость продольных волн в материале клина, c_R — скорость рэлеевских волн в образце (ясно, что материал призмы должен быть таким, что $c_{\text{кл}} < c_R$; поэтому призма делается обычно из пластмассы). При этом на границе твердого тела и призмы создается периодическое возмущение с пространственным периодом, равным длине

рэлеевской волны в образце. Поскольку $\theta_R = \arcsin c_{кл}/c_R$ больше угла полного внутреннего отражения как для продольной, так и для поперечной волн, прошедшие в образец волны являются неоднородными и возмущение затухает с глубиной. Это возмущение возбуждает рэлеевскую волну, распространяющуюся по поверхности образца в направлении положительной оси x . Наилучшее возбуждение получается, когда проекция ребра призмы на наклонную грань совпадает с передним краем пьезопластинки, как показано на рис. 4, в. В методе клина возбуждается практически только одна рэлеевская волна, уровень возбуждаемых объемных волн лежит на 20—30 дБ ниже.

В работе [10] предложен несколько видоизмененный метод клина с трансформацией поперечной волны в рэлеевскую. Благодаря меньшей (по сравнению с продольной волной) скорости поперечной волны клин в этом случае может быть сделан не из пластмассы, а из металла, например, латуни. Это имеет ряд преимуществ: более простая технология изготовления, меньшая изнашиваемость, лучшая возможность согласования материала клина и образца (последнее может повысить эффективность излучения и приема рэлеевских волн в несколько раз по сравнению со случаем пластмассового клина). Применение этого метода описаны в работе [11].

В 1958 г. А. Г. Соколинским был предложен [12] метод возбуждения рэлеевских волн гребенчатой структурой, создающей на поверхности твердого тела (подобно клину) периодическую совокупность нормальных возмущений с пространственным периодом λ_R (при отличии пространственного периода от λ_R возбуждение менее эффективно). Такая структура проще всего может быть выполнена в виде мегаллической пластинки гребенчатого профиля с периодическим чередованием выступов и пазов шириной $\lambda_R/2$ (рис. 4, г) и пластинки кварца X-среза, лежащей на ней. Гребенчатой структурой можно весьма эффективно возбуждать рэлеевские волны в образце из любого материала, достаточно только сделать ее пространственный период равным λ_R . В этом ее большое преимущество перед методом клина. Недостатком метода гребенчатой структуры является высокий уровень паразитных сигналов, связанных с излучением структурой объемных волн.