

Д.Д. Галанин

**Наглядные пособия в преподавании
арифметики**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
Д11

Д11 **Д.Д. Галанин**
Наглядные пособия в преподавании арифметики / Д.Д. Галанин – М.: Книга по Требованию, 2013. – 36 с.

ISBN 978-5-458-27257-5

ISBN 978-5-458-27257-5

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2013
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2013

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

слѣдующему закону. Надо дать опредѣленіе понятія; чѣмъ точнѣе и полнѣе это опредѣленіе, тѣмъ съ большей полнотой усвоится и самое понятіе. Опредѣленіе нужно запомнить, тогда всѣ выводы и слѣдствія, изъ него вытекающіе, будутъ сдѣланы самой личностью по естественному логическому процессу мышленія. Чтобы пояснить свою мысль, возьму такой примѣръ. Учитель даетъ опредѣленіе: «умножить одно число на другое, это значитъ первое число повторить слагаемымъ столько разъ, сколько единицъ въ другомъ.» Это опредѣленіе ученики запоминаютъ. Когда имъ встрѣчается задача: «сколько стоятъ 3 булки, если каждая изъ нихъ стоитъ 2 коп?», то ученикъ разсуждаетъ такъ: въ этой задачѣ надо 2 коп. повторить 3 раза, но повторить три раза значитъ умножить на 3; слѣдовательно, чтобы рѣшить задачу, нужно 2 коп. помножить на 3. Опредѣленіе дѣйствія въ его логическомъ развитіи даетъ методы рѣшенія задачъ.

Такого процесса у дѣтей нѣтъ; для нихъ опредѣленіе одно, рѣшеніе задачи совершенно другое; въ опредѣленіи надо запомнить, что умноженіе есть сложеніе равныхъ слагаемыхъ, а въ рѣшеніи задачи надо запомнить, что 2 коп. надо умножить на 3. Я утверждаю, что такого процесса нѣтъ и у взрослыхъ; для нихъ онъ также искусственъ и усвоенъ непониманіемъ, а памятью. Таковъ процессъ познаванія второго рода.

Это тотъ процессъ, которымъ мы пользуемся, выучивая страницы учебника и передавая выученное. Это процессъ знанія.*) Совершенно иначе обосновывается первый процессъ познаванія, въ которомъ понятія создаются внутреннимъ творческимъ актомъ психической дѣятельности личности и, уже создавшись, опредѣляются словомъ. Возьму то же умноженіе. Во второмъ процессѣ усвоенія я выучилъ по учебнику опредѣленіе умноженія и все то, что изъ него слѣдуетъ; выучилъ объясненіе правила производства этого дѣйствія; въ первомъ процессѣ изъ ряда конкретныхъ примѣровъ я вывелъ идею умноженія и, найдя ее внутреннимъ процессомъ творчества, я уже подыскиваю слова, ее выражающія, и мнѣ ясны всѣ слѣдствія, вытекающія изъ этихъ словъ; само объясненіе правила—это подробность, которую я излагаю, слѣдя не за ходомъ воспоминанія, а углубляясь въ основную идею, стараюсь въ ней почерпнуть источникъ всего построенія.

Всѣ лица, изучающія дѣтство, въ одинъ голосъ отмѣчаютъ развитіе фантазіи, широкихъ обобщеній, выводъ самыхъ неожиданныхъ слѣдствій. Все это ясно показываетъ, что ребенокъ стремится къ позна-

*) Въ психологической области обученія я различаю два процесса: процессъ усвоенія, т. е. сознательное усваиваніе новыхъ понятій и процессъ знанія, т. е. простое запоминаніе этихъ понятій. Подробнѣе объ этомъ изложено въ моей брошюрѣ: «Образованіе и обученіе», стр. 56.

ванію, но не къ усвоенію чуждой ему идеи взрослого, а къ созданію собственной гипотезы, собственной идеи. Какъ же создается идея? Будетъ ли разница въ созданіи новой идеи у взрослого и у ребенка?

Идея получается какъ слѣдствіе процессовъ переживанія и ея возникновеніе обусловливается этими процессами. Джемсъ Сѣлли рассказываетъ, что маленькая дѣвочка 4-хъ лѣтъ, когда мать положила ее въ постель за дурное поведеніе, сказала: «когда я вырасту большая, то буду очень дурной мамой — я никогда не буду класть въ постель свою дочку, даже если она и будетъ себя вести плохо!» Въ этомъ примѣрѣ ясна идея: ребенокъ терпитъ страданіе, находитъ его лишнимъ, несоотвѣтственнымъ поступку, но въ то же время справедливымъ, и онъ рѣшаетъ, что лучше быть дурной, несправедливой мамой, но не причинять ненужныхъ страданій. Это глубокая чисто логическая идея, но она получилась не логическимъ путемъ мышленія, а путемъ психологическихъ переживаній. Дайте ребенку эти переживанія, задѣньте его внутренній міръ познаванія, и онъ создастъ идею, даже оформитъ ее словомъ. Совершенно также создаются идеи у взрослого.

Эту психологическую особенность возникновенія идей давно подмѣтили педагоги и воплотили ее въ понятіе—наглядность. Теперь намъ ясно требованіе наглядности: она должна состоять въ томъ, чтобы путемъ конкретнаго воспріятія проникнуть во внутреннюю лабораторію познавательнаго процесса ребенка и возбудить его психическія силы. Здѣсь только вопросъ въ томъ, почему воспріятіе должно быть чувственнымъ, а не идейнымъ? Причина этого коренится въ самой природѣ воспріятія, въ его психической функціи. Идея, не связанная съ чувственнымъ образомъ, не имѣющая связей съ существующими въ сознаніи ассоціаціями, — не воспринимается. Это было давно отмѣчено педагогикой, и до сихъ поръ осталось мертвой буквой. Почему это? Все дѣло въ томъ, что передавать воспріятія намъ гораздо легче словами, чѣмъ вновь проходить длинный путь его полученія. Психологія учителя иная, чѣмъ психологія ученика, и это легко понять, если вспомнить тотъ фактъ, что все извѣстное намъ кажется очень простымъ, и мы не можемъ допустить, какъ можно не понимать столь простыхъ и ясныхъ вещей. Съ точки зрѣнія этой простоты и является тотъ антагонизмъ между учителемъ и ученикомъ. Сюда же относится и вопросъ объ интересѣ, о вниманіи, и о всѣхъ тѣхъ добродѣтеляхъ, которыя мы требуемъ отъ ученика. Чтобы еще болѣе выяснить эту разницу, я позволю себѣ указать на два совершенно различные процесса образованія и обученія. Первый есть внутренній процессъ жизни, недоступный постороннему вмѣшательству, идущій

по законамъ психическаго развитія индивидуальной личности; второй есть вмѣшательство новой личности въ психическую жизнь индивидуума. Обученіе есть насильственный актъ, который совершаетъ взрослый надъ психикой ребенка, актъ воли, чуждый для личности и направленный не по законамъ развитія самой личности. Если позволите мнѣ образное сравненіе, то обученіе есть актъ, который совершаетъ садовникъ, выращивая для рынка особые экземпляры рѣдкихъ сортовъ. Это могутъ быть очень красивыя растенія, приносящія очень вкусныя плоды, но растенія безсильныя бороться за свое существованіе и гибнущія безъ участія человѣка въ ихъ жизни.

Въ силу этого къ обученію мы должны предъявить инныя требованія, установить особые законы психологическихъ дѣйствій, чѣмъ то, что мы наблюдаемъ въ психической жизни самой личности. Изъ этихъ законовъ самымъ важнымъ будетъ возбужденіе вниманія и интереса. Если намъ удастся своимъ методомъ привлечь вниманіе учениковъ къ предмету и возбудить въ нихъ интересъ къ его изученію, то мы уже входимъ въ область личныхъ психическихъ процессовъ, т. е. вопросъ обученія передаемъ въ отдѣлъ организации. Интересъ же и вниманіе могутъ быть только тогда возбуждены, если новое имѣетъ общее со старымъ, если новыя воспріятія сливаются со старыми и ассоціируются съ ними въ одно гармоническое цѣлое. Поэтому въ процессѣ познания намъ надо искать имѣющіяся понятія, заложенныя группы ассоціацій и расположить новый матеріалъ по степенямъ тѣсной связи съ этими группами. Таковъ, обычный процессъ усвоенія, которое будетъ тѣмъ глубже, чѣмъ прочнѣе связь новаго со старымъ.

Старое обученіе совершенно не считалось съ этимъ закономъ пониманія, и въ этомъ была основная ошибка старой системы. Педагоги думали, къ сожалѣнію и думаютъ, что въ новомъ познавательнаго процесса лежитъ логическое опредѣленіе понятія, исходя изъ котораго, человѣкъ познаетъ предметъ тѣмъ глубже, чѣмъ вѣрнѣе то опредѣленіе, которое мы придаемъ этому предмету. Таково было построеніе грамматики и таково же построеніе математики, особенно въ средней школѣ. Но, сознавая ошибочность этого метода, мы все-таки должны остановиться на одномъ фактѣ, а именно на томъ, что новое понятіе при частомъ повтореніи можетъ упрочиться памятью и само служить опорой для новыхъ ассоціацій. Также въ общихъ чертахъ усвоеніе математическихъ знаній въ средней школѣ, которое у обычного ученика всецѣло обосновано на собственномъ, отдѣльно стоящемъ клубкѣ спеціально математическихъ ассоціацій, не имѣющихъ

никакихъ корней въ самосознаніи ученика. Признакомъ этого служитъ то, что все математическое обученіе забывается быстро и цѣликомъ.

Другая сторона того же процесса гораздо важнѣе. Если мы не будемъ выходить изъ опредѣленій, но дадимъ ученику матеріаль для ихъ образованія, то-есть сообщимъ ему рядъ чувственныхъ или словесныхъ воспріятій, изъ которыхъ опредѣленіе будетъ вытекать, какъ необходимое и обязательное слѣдствіе, тогда у ученика образуется особый психическій процессъ, который можно назвать ожиданіемъ; если это ожиданіе разрѣшается словами учителя, дающаго опредѣленіе, то ученикъ усваиваетъ это опредѣленіе, связывая его съ новыми только что воспринятыми ассоціаціями. Въ этомъ процессѣ важно именно то, что новыя чувственыя воспріятія также могутъ не имѣть корней въ самосознаніи, но быть полученными вновь, напримѣръ, въ школѣ.

Таковъ современный процессъ начальнаго обученія.

Итакъ, въ обученіи передъ нами два пути: первый состоитъ въ томъ, что личность новыя воспріятія ассоціируетъ съ имѣющимися въ самосознаніи и усвоить это новое, въ соотвѣтствіи съ расширеніемъ и углубленіемъ стараго. Здѣсь получается какъ бы естественный ростъ личности, только ростъ при искусственной помощи учителя; второй путь состоитъ въ томъ, что личность готовится искусственно къ воспріятію новой пищи; ей сообщаютъ новыя впечатлѣнія, новыя ощущенія, новыя слова, и когда почва будетъ достаточно разработана, организмъ готовъ къ воспріятію новыхъ идей, то сообщаютъ самыя идеи, предоставляя самой личности связать съ имѣющимся, какъ она хочетъ и какъ она можетъ.

Этотъ второй процессъ познанаія я позволю себѣ разобрать болѣе подробно на вопросѣ объ обученіи ариѳметикѣ при помощи наглядныхъ пособій, и останавливаю ваше вниманіе на методѣ Песталоцци, т. е. на его таблицахъ. Это тѣмъ болѣе важно, что по общему признанію современниковъ, дѣти въ школѣ Песталоцци рѣшали въ умѣ такія сложныя задачи, что удивляли посѣтителей, которымъ казалось, что дѣти рѣшаютъ эти задачи такъ легко, какъ бы шутя. Напр.: «Сколько приходится получить работнику за 24 дня работы, когда за 16 дней такой же работы онъ получилъ 28 руб.?» «Сколько разъ нужно взять по 1, чтобы получить вмѣстѣ 9 разъ седьмую часть числа 49 и 9 разъ седьмую часть числа 28?» Посѣтители сами придумывали и задавали задачи дѣтямъ, успѣхъ былъ такой же. Это умѣнье быстро и вѣрно рѣшать въ умѣ сложныя ариѳметическія задачи способствовало славѣ школы швейцарскаго педагога, и потому

оно должно остановить на себѣ и наше вниманіе, тѣмъ болѣе, что, упоминая объ этомъ, никто не пытался разобраться въ психологическихъ подробностяхъ метода. Попробуемъ это сдѣлать, но сначала отмѣтимъ слѣдующее. Песталоцци говоритъ, что въ сферѣ мышленія все зависитъ отъ силы впечатлѣній и совѣтовалъ учителю болѣе всего и прежде всего дѣйствовать на развитіе въ ребенкѣ способности вниманія или вниканія. А чтобы развить и изощрить эту способность и черезъ то укрѣпить въ ребенкѣ его природную логику, занимающуюся разными порядками и категоріями мыслей, возбуждаемыхъ извнѣ, совѣтывалъ сосредоточить вниманіе его, хотя бы съ насиліемъ его терпѣнія, сперва на одномъ порядкѣ мыслей, потомъ на другомъ, указывая преимущественно на порядки, образующіеся изъ сопоставленія между собой разныхъ числовыхъ отношеній (последовательные ряды). Напр., какое число займетъ 20-ое мѣсто въ ряду последовательныхъ чиселъ, гдѣ первымъ числомъ будетъ 2, а каждое слѣдующее вдвое болѣе предыдущаго?

За исходный пунктъ для всѣхъ своихъ упражненій въ числахъ онъ принимаетъ квадратъ, при помощи котораго имъ были построены слѣдующія 3 таблицы. (рис. 1, 2 и 3).

I	I	I	I	I	I	I	I	I	I
II	II	II	II	II	II	II	II	II	II
III	III	III	III	III	III	III	III	III	III
IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII	IIII
IIIII	IIIII	IIIII	IIIII	IIIII	IIIII	IIIII	IIIII	IIIII	IIIII
IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII
IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII
IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII
IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII
IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII	IIIIIII

Рис. 1.

Первая таблица служила для изученія счета, двѣ вторыя давали наглядное представленіе для дальнѣйшаго изученія дробей, имѣющихъ какъ одинаковыя, такъ и разныхъ знаменателей. Остановимся бо-

лѣе подробно на первой изъ нихъ. Вы видите здѣсь въ верхней горизонтальной строкѣ по одной линіи, во второй по 2, въ третьей 3 и т. д. до 10.

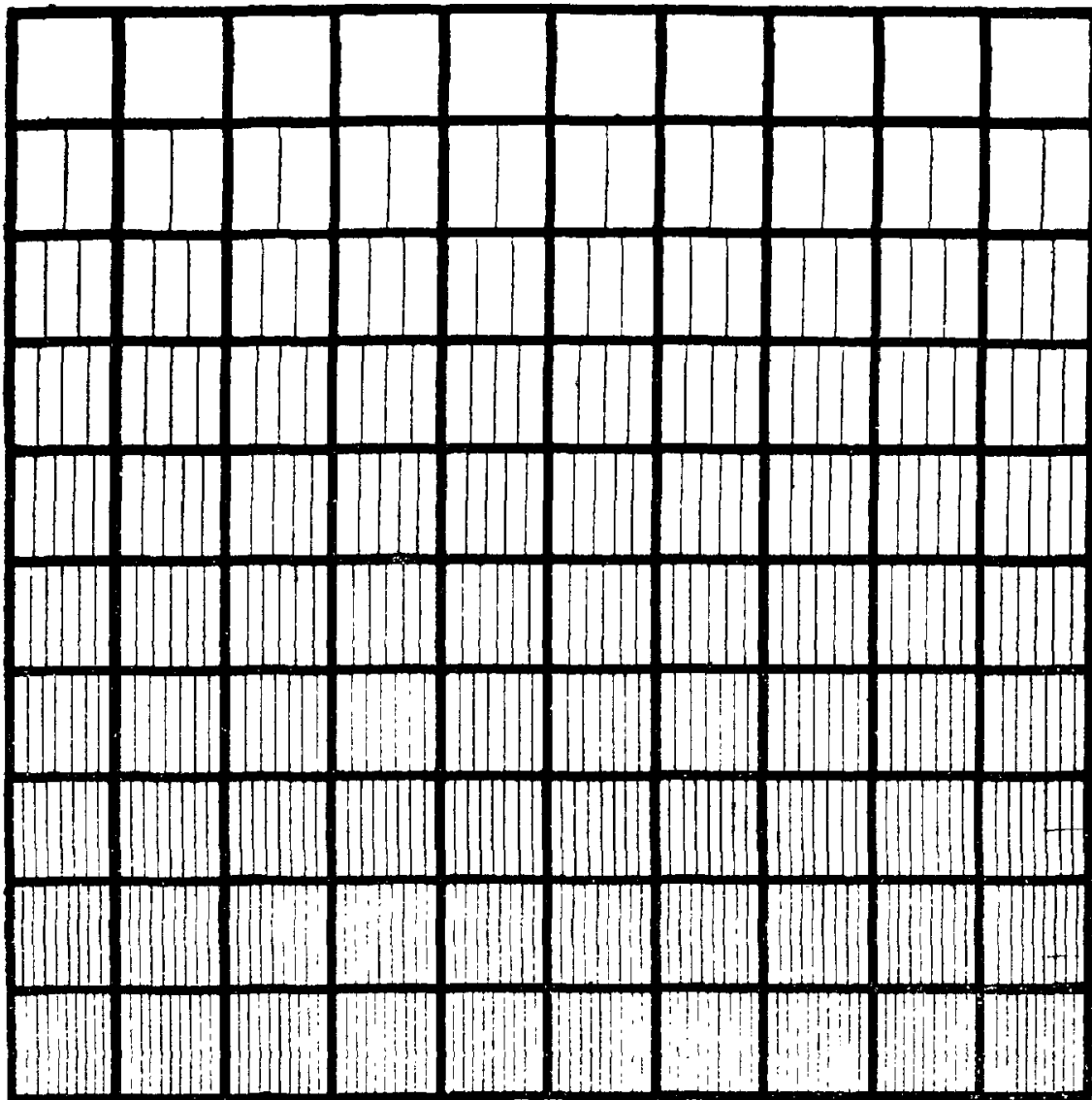


Рис. 2.

Учитель, указывая на первую строку, говоритъ: вотъ это рядъ одинаковыхъ цѣлыхъ единицъ. Потомъ, переходя по второму ряду, говоритъ: здѣсь два раза—одинъ. Здѣсь учитель останавливается, чтобы дѣти освоились съ первой и второй строками, и когда они детально съ ними познакомятся, то сразу указываетъ, что одинъ—половина двухъ; два раза половина двухъ—все равно, что одинъ разъ два.

Такимъ образомъ проходятъ всю таблицу, при чемъ будутъ вопросы: сколько будетъ одинъ разъ два и половина двухъ; сколько

будетъ два раза одна треть отъ трехъ; сколько будетъ три раза одинъ и два раза одинъ и т. д.

Таково начало обученія счету.

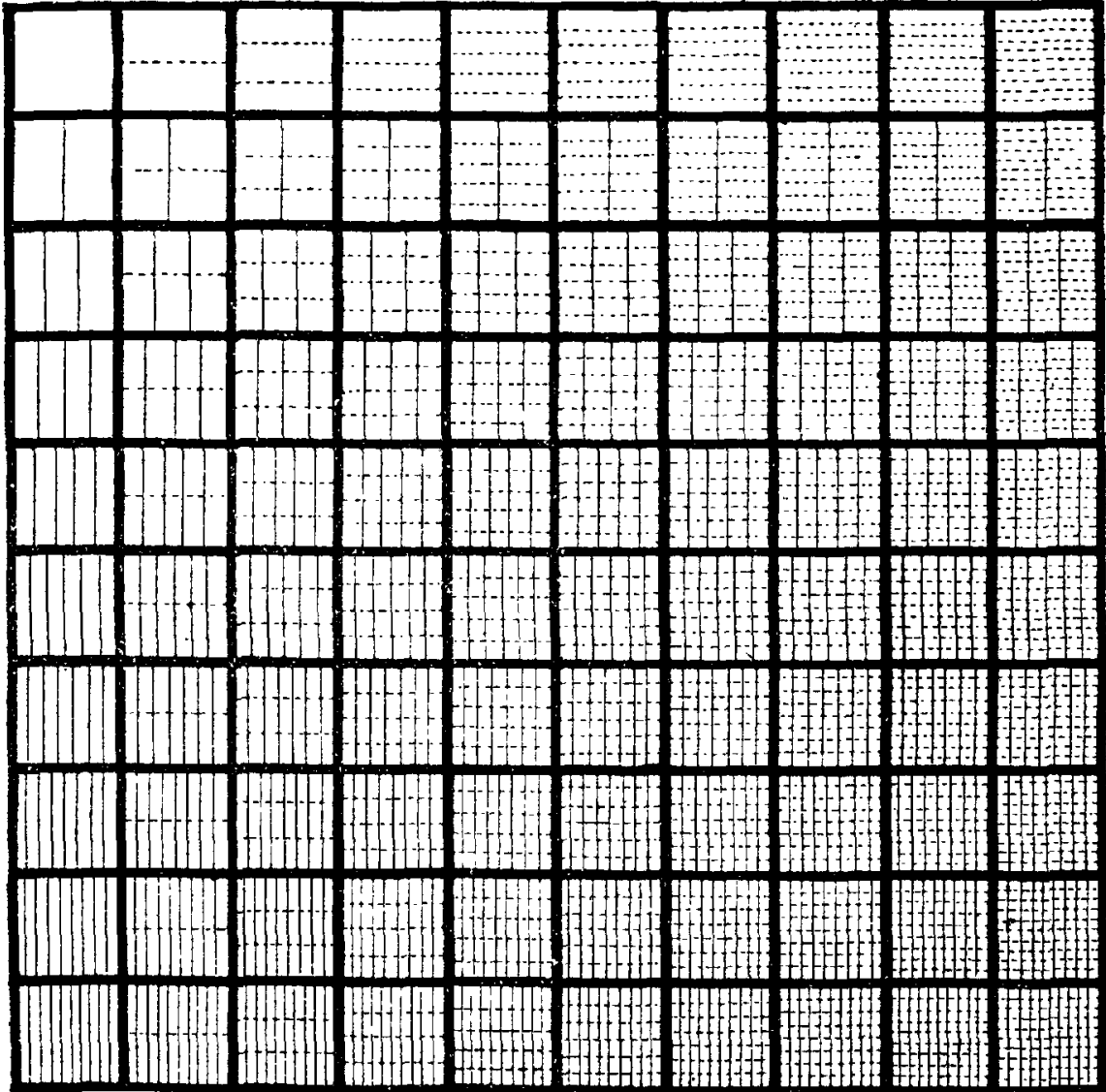


Рис. 3.

Постоянно смотря на таблицу, дѣти усваиваютъ прочно сложившуюся ассоціацію числа и его мѣста на таблицѣ, и переходя, напримеръ, къ 5-ой строкѣ, замѣчаютъ, что числа черточекъ въ каждой клѣткѣ этой строки всегда равно числу черточекъ въ клѣткахъ второй и третьей строки, и такъ для каждой строки. Получается нѣчто вродѣ того, что говоритъ Лай о дѣтяхъ, не умѣющихъ считать, но вѣрно изображающихъ точками числа. Ребенокъ ассоціируетъ числа и суммы съ мѣстомъ ихъ нахождения въ таблицѣ и пріобрѣтаетъ особый навыкъ переходить по клѣткамъ, запоминая и сумму и мѣсто ея

нахожденія. Когда вы говорите вполсѣдствіи: 9 разъ седьмая часть 49, то онъ въ седьмой строкѣ выдѣляетъ 7 клѣтокъ; это будетъ 49; седьмая часть есть одна клѣтка, т. е. 7; надо взять 7—девять разъ; для этого надо взять 9 такихъ клѣтокъ, что составитъ 63. Это число 63 ребенокъ запоминаетъ послѣ длинныхъ предварительныхъ упражненій, какъ въ настоящее время дѣти запоминаютъ таблицу умноженія.

Конечно, при прохожденіи подобнаго курса, нельзя было обойтись безъ большого насилія надъ терпѣніемъ учениковъ, но, преодолевъ нѣкоторую скуку, ученики пріобрѣтали очень простой навыкъ запоминать самыя разнообразныя суммы и произведенія. Думаю, лично я, что этотъ навыкъ современемъ утрачивался, но въ школѣ онъ давалъ блестящіе результаты.

Песталоцци думалъ, что посредствомъ такихъ именно упражненій въ школѣ, ученики пріучатся съ раннихъ лѣтъ судить потомъ и обо всѣхъ вещахъ съ такою же послѣдовательностью и простотой, съ какой они пріучились разсматривать въ послѣдовательныхъ рядахъ комбинаціи разныхъ числовыхъ отношеній. Однако любопытно то, что, переходя отъ изустныхъ вычисленій къ цифровымъ, ученики путались и затруднялись даже въ самыхъ простыхъ выкладкахъ. Такой результатъ былъ бы неожиданной психологической загадкой, если бы мы не обратили вниманія на тѣ психологическія ассоціаціи, которыми сопровождалось обученіе. Привыкнувъ къ таблицѣ, ассоціируя счетъ съ опредѣленнымъ рядомъ клѣтокъ, ученикъ въ цифрахъ лишенъ этого пособія; его ассоціаціи разрушены, и онъ находится въ безпомощномъ положеніи человѣка, которому нужно создать новую психологическую систему счета. Этотъ примѣръ въ высшей степени поучителенъ для тѣхъ, кто думаетъ еще, что изученіе ариѳметики можетъ имѣть какое-то особое развивающее значеніе. Необходимо помнить, что въ силу особыхъ ассоціативныхъ связей, вся логика счетнаго и даже математическаго характера имѣетъ очень узкое приложеніе только для математики. Обобщать это положеніе, значитъ игнорировать основной психологическій законъ, что всякое представленіе тѣсно связано въ сознаніи съ сопровождающими его ассоціаціями; оно вызывается ими и вызываетъ ихъ, но не можетъ выйти изъ иного круга.

То обстоятельство, что ученики школы Песталоцци плохо справлялись съ цифровыми вычисленіями, а быть можетъ и многое другое, заставило выбросить изъ школъ таблицы творца методики ариѳметики и поискать новыхъ путей наглядности.

Уже лучший педагогический ученикъ и сотрудник Песталоцци, его толкователь и объяснитель, Иосифъ Шмидъ придумалъ новое наглядное пособіе, вмѣсто таблицъ Песталоцци. Онъ также употреблялъ черточки, но безъ квадратовъ, напримѣръ:



Для дробей онъ ввелъ линіи въ слѣдующемъ видѣ:



Всего такихъ таблицъ у Шмида было 6; при помощи ихъ онъ рѣшалъ очень сложныя задачи на прогрессіи и даже входилъ съ учениками въ разсмотрѣніе отрицательныхъ чиселъ.

Замѣчу кстати, что всѣ эти подробности я заимствую изъ «Практической ариѳметики» г. Гурьева, гдѣ можно найти много интересныхъ замѣчаній автора о той и другой методѣ.

Однако, нѣмецкая педагогическая мысль не остановилась ни на таблицахъ Песталоцци, ни на таблицахъ Шмида. Она пошла далѣе въ отысканіи наиболѣе удачныхъ наглядныхъ пособій для счетнаго метода обученія.

«Въ современной Германіи, по словамъ Лая, существуетъ не менѣе 200 различныхъ наглядныхъ пособій, о достоинствахъ и недостаткахъ которыхъ педагоги и методисты судятъ совершенно различно. Ежегодно появляются новыя наглядныя пособія, вытѣсняющія нѣкоторыя изъ существующихъ, съ другой стороны многія старыя пособія, давно уже погребенныя, снова извлекаются на свѣтъ Божій. Отсутствие критицизма позволяетъ изобрѣтателямъ выдавать свои пособія за наилучшія и встрѣчать полное довѣріе. Эта путаница во взглядахъ на наглядныя пособія, примѣняемые при начальномъ обученіи, убѣдительношимъ образомъ доказываетъ, что само наглядное обученіе до сихъ поръ еще лишено надежнаго фундамента. Существуютъ же методисты, говоритъ Лай, оспаривающіе самую возможность основывать числовыя представленія на наблюденіи! И они оказались въ послѣднее время столь сильными, что педагоги,

придерживавшіеся ранѣе противоположныхъ взглядовъ, стали колебаться въ своихъ убѣжденіяхъ» *).

Я привелъ столь длинную выдержку изъ сочиненія Лая, чтобы показать, какъ обстоитъ этотъ вопросъ въ Германіи. У насъ въ Россіи нѣтъ ни такого изобилія наглядныхъ пособій, ни даже стремленія къ какому бы то ни было ихъ усовершенствованію. Русскіе методисты говорятъ очень глухо по этому поводу, а русскіе педагоги, приобрѣтая изъ приличія какія нибудь пособія, запираютъ ихъ въ шкафъ и иногда забываютъ объ ихъ существованіи. Причиной такого явленія я считаю то, что германскіе методисты много говорятъ и думаютъ надъ выработкой понятія о числѣ, тогда какъ русскіе методисты, съ легкой руки г. Гольденберга, признали понятіе о числѣ простѣйшимъ, не требующимъ никакой психологической разработки.

Однако время беретъ свое. Германскій рынокъ и германскіе методисты снабжаютъ насъ новинками въ области нагляднаго преподаванія, и въ русскихъ магазинахъ набралось также достаточное число пособій. Я позволю себѣ разсмотрѣть тѣ пособія, которыя проникли въ наши школы, не претендуя ни на полноту очерка, ни на его основанность.

Для этого я нарушу нѣсколько хронологическій порядокъ и обращаю ваше вниманіе на двѣ послѣднія новинки. Но прежде, чѣмъ это сдѣлать, я позволю себѣ нѣкоторое отступленіе. Въ современной начальной школѣ еще въ полной силѣ царитъ ученіе Дистервега о числахъ. Исходя изъ Кантовскаго опредѣленія числа, Дистервегъ говоритъ такъ: «Такъ какъ числа восприняты путемъ чувственнаго внѣшняго или внутренняго созерцанія, то они и называются конкретными числами; напр., 2 цвѣтка, 3 монеты и проч. Если же мы опустимъ наименованія и отнесемъ число къ отвлеченной единицѣ, то мы получимъ абстрактныя числовыя величины, называемыя отвлеченными числами. Единицы представляютъ собою конкретные признаки: цвѣтокъ, монета и пр., которыя даютъ наименованіе числамъ. Если же мы отвлечемся отъ этихъ наименованій, то получимъ представленіе объ отвлеченной единицѣ». Другими словами, дѣло происходитъ такъ: ребенокъ считаетъ цвѣты, камушки, монеты, карандаши. Считаая, онъ видитъ, что группы этихъ разнородныхъ предметовъ связаны другъ съ другомъ однимъ общимъ признакомъ—числомъ; выдѣляя это число, онъ получаетъ понятіе не только о числѣ, но о счетѣ и о дѣйствіи, и о томъ, какое именно дѣйствіе должно быть выполнено для рѣшенія задачи.

*) Лай—Рук. къ перв. об. ариѳметики, стр. 207.