

Р. Гауснер

**Начертательная геометрия.
Том 1. Элементы плоских
фигур.**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
Р11

Р11 **Р. Гауснер**
Начертательная геометрия. Том 1. Элементы плоских фигур. / Р. Гауснер – М.:
Книга по Требованию, 2021. – 118 с.

ISBN 978-5-458-31795-5

Авторизованный перевод с последнего немецкого издания инж. А. Понома-
рева.

ISBN 978-5-458-31795-5

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2021

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

Таблица принятых обозначений.

Обыкновенно принято обозначать:

Точки — большими латинскими буквами: $A, B, \dots$, $P, \dots$, а в некоторых случаях также и большими готическими: $\mathfrak{A}, \dots, \mathfrak{U}, \mathfrak{Z}, \dots$

Линии (прямые или кривые) — маленькими латинскими буквами: $a, b, c, \dots$, а в некоторых случаях также и маленькими готическими: $\mathfrak{a}, \dots, \mathfrak{u}$;

Плоскости — большими греческими букв.: $A, \dots, E, \dots$;

Углы — маленькими греческ. буквами: $\alpha, \dots, \varphi$,

	Плоскость проекции	Точка P	Линия g	След прямой g	След плоско- сти E
Централн. проекция	Π	P_c	g_c	G	e
Косоугольн. проекция	Π	P_s	g_s	G	e
Прямоуг. проекция	Π_1	P'	g'	G_1	e_1
на две плоскости	Π_2	P''	g''	G_2	e_2

Элементы, приведенные вращением вокруг прямой в новое положение. принято обозначать теми же буквами, что и до вращения, отмечая их лишь, значками O, A , а тени элементов — звездочкой $*$, поставленной вверху или внизу.

$g = AB$ обозначает прямую, соединяющую точки A и B ; $E = ABC$ обозначает плоскость, проходящую через три точки A, B и C .

Сечение двух фигур обозначается символом $\times$; таким образом, в дальнейшем мы принимаем

$P = g \times h$ за точку пересечения g с h ,

$G = g \times E$ за точку пересечения g с E ,

$s = A \times B$ за линию пересечения A с B .

Расст. (P, g) , или — Расст. (P, E) — обозначает кратчайшее расстояние точки P от прямой g или плоскости E .

Знаки $=, <, >, \parallel, \perp, \sphericalangle, \triangle$ обозначают, как обычно: равно, меньше, больше, параллельно, перпендикулярно, угол, треугольник.

Эти обозначения приняты повсюду и согласны по существу с обозначениями, принятыми Винером (Wiener) и Рон-Паппериц (Rohn-Papperitz) в их классических трудах по начертательной геометрии.

Введение.

Задача начертательной геометрии.

1. Плоские фигуры могут быть представлены непосредственно в их истинном виде на чертеже в одной плоскости; и, следовательно, наоборот — по данному чертежу, всегда можно выполнить изображенную на нем плоскую фигуру. Однако, это невозможно при изображении тел, так как последние имеют три измерения, в то время, как плоскость имеет их только два.

Задача начертательной геометрии заключается в изучении способов изображения на плоскости пространственных тел, как по их форме, так по величине и положению и обратно, — по данным чертежам давать точное представление об изображенных на них телах и их взаимном положении, относительно друг друга, в пространстве.

Первая часть этой задачи решается следующими двумя способами: или изображения тел в пространстве проектируются не на плоскость, а на какую-либо поверхность, напр., на поверхность круглого цилиндра, шара и др. (цилиндрическая панорама, землемерная проекция), или же с пространственных тел изготавливаются изображения, имеющие также три измерения (модели, рельефные перспективы).

Оба эти способа в настоящей книге не рассматриваются, так как по своему общему значению они далеко уступают способу изображения тел в пространстве на плоскости, и разбор их выходит за пределы тех положений, которыми мы будем руководствоваться в дальнейшем.

Начертательная геометрия является наукой, без которой нельзя обойтись во многих отраслях техники и искусства. Так как, с одной стороны, она дает наглядные и точные изображения соответствующих построек, машин и других пространственных предметов, а с другой дает возможность вычерчивать планы для проектируемых строений, машин и т. д., по которым эти последние только и могут быть построены или изготовлены. Но кроме указанного практического значения, начертательная геометрия имеет также и огромное общеобразовательное, так как она прекрасно развивает наши пространственные представления.

Заслуга научного обоснования начертательной геометрии принадлежит французскому математику Монжу*).

Способ проектирования.

2. Способ, которым пользуется начертательная геометрия, чтобы получать изображения пространственных предметов, производящие впечатление, сходное с самими предметами, есть способ проекций.

Если из данной точки O провести лучи ко всем точкам поверхности данного тела G и определить точки пересечения этих лучей (или их продолжений) с данной плоскостью Π , то совокупность всех этих точек пересечения называется проекцией, G_c тела G на плоскость Π относительно точки O , принимаемой за центр проекции. Лучи, выходящие из точки O , называются лучами проекции, и плоскость Π — плоскостью проекции.

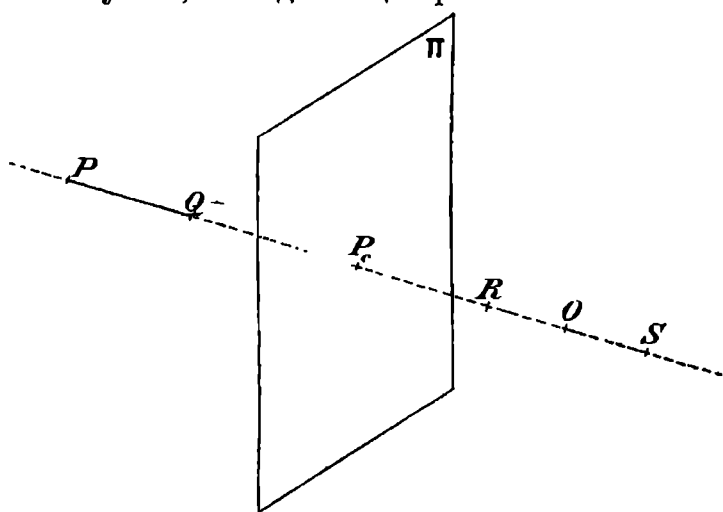
Дальнейшие исследования на примерах проекций некоторых фигур дают более подробные объяснения только что описанного способа проектирования.

* Гаспар Монж (Gaspard Monge), род. 10 мая 1746 г. в г. Бон (Beaune), департамента Côte d'or, умер 28 июля 1818 г. в Париже: С 1765—1783 г. Монж был преподавателем военного училища в Меэзере и в течение этого времени разработал научные основания начертательной геометрии. Впервые, однако, Монж опубликовал свои работы лишь в 1794 г. когда стал первоначально профессором École normale, а затем École polytechnique в Париже.

Проекции определенных фигур.

3. Если дана точка P (черт. 1), то проекцией ее также будет точка, а именно — точка P_c пересечения луча OP с плоскостью проекции Π . Если точка P находится непосредственно на плоскости Π , то она совпадает со своей проекцией.

Если взять на луче OP любые другие точки $Q, R, S, \dots$, то легко видеть, что проекции их совпадают и дают одну и ту же точку P_c (по § 2). Таким образом, в то время, как при данном центре проекции O и данной плоскости проекции Π , каждой точке в пространстве соответствует только одна точка на Π , — каждой точке на плоскости Π соответствует бесконечное множество точек в пространстве, проекции которых совпадают в этой точке — а именно, все точки, принадлежащие проходящему через нее проектирующему лучу. Проектирование становится неопределенным в том случае если точка, изображение которой мы хотим получить, совпадает с центром O .

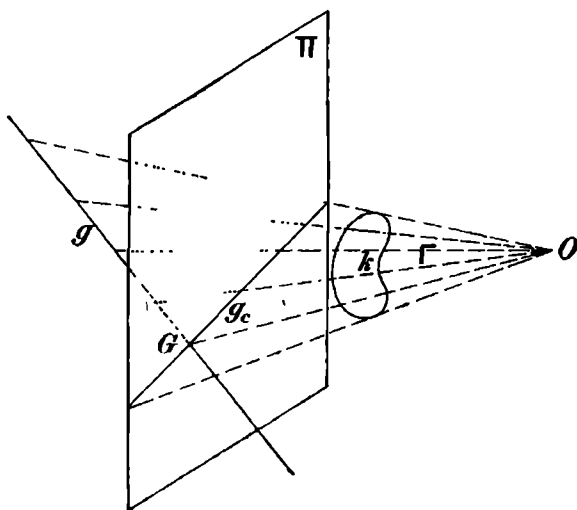


Черт. 1.

Однако, точка P_c является также и проекцией всей бесконечной прямой, которую можно провести через O и P_c ,

а также и проекцией любого ее отрезка $PQ, QR, \dots$. Так, соединяя каждую точку этой бесконечной прямой, или лежащего в ней отрезка, с центром проекции O , мы видим, что все проектирующие лучи совпадают с этой прямой и, следовательно, все они пересекают плоскость проекций Π в точке P_c .

4. Если требуется найти проекцию прямой g (черт. 2), проходящей через центр проекции, то проектирующие лучи всех точек прямой g будут лежать в одной плоскости, определяемой данной прямой g и точкой O — эта плоскость называется проектирующей плоскостью Γ прямой g . Следовательно, проекции всех точек g лежат на g_c — линии пересечения этой проектирующей плоскости Γ с плоскостью проекций Π ; значит, проекция прямой g , не проходящей через центр проекции, есть снова прямая g_c .



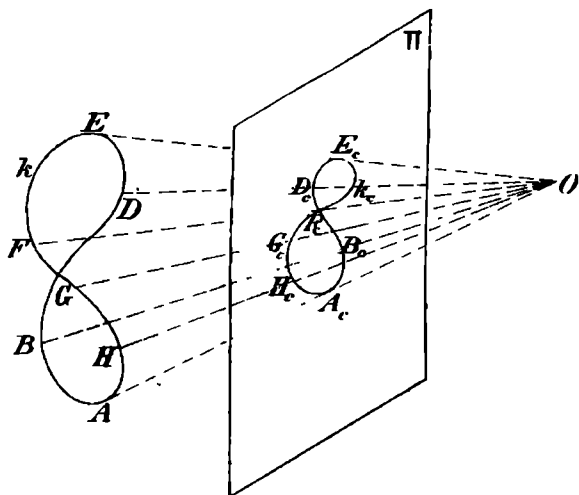
Черт. 2.

При этом так же, как и в п. 3, легко видеть, что и всякая другая прямая, лежащая в плоскости Γ , проектирующей прямую g , имеет своей проекцией на плоскость Π ту же

прямую g_c ; кроме того, всякая плоская фигура (плоская кривая k или замкнутая часть плоскости) находящаяся в плоскости Γ , имеет своей проекцией прямую g_c , или отрезок g_c . Следовательно, в то время как данная прямая имеет одну определенную, и притом только одну, проекцию, каждой данной на плоскости проекции прямой соответствует бесконечно много плоских фигур, проекцией, которых она является.

Пока точка G пересечения прямой g и плоскости проекции Π совпадает, по предыдущему, со своей проекцией и лежит, следовательно, также на g_c — ее называют следом прямой g на плоскости Π .

5. Проекция плоской кривой, плоскость которой не проходит через плоскость проекций, или пространственной кривой (т. е. кривой, не все точки которой лежат в одной плоскости), есть также плоская



Черт. 3.

кривая. Если k (черт. 3) есть такая кривая, то все проектирующие ее лучи $OA, OB,$ не лежат, как раньше, в одной плоскости, а образуют поверхность проектирую-

щего или лучевого конуса с центром проекции O , как вершиной. Плоская кривая k_c , получаемая таким образом на плоскости проекции Π , является проекцией кривой k .

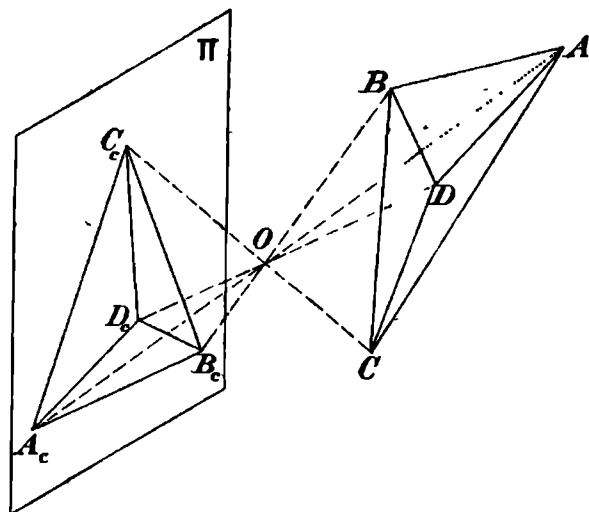
6. Проекции любых тел получаются из совокупности проецируемых всех точек, плоских и кривых линий, из которых состоит данное тело. Совокупность лучей, проведенных из центра проекции O ко всем точкам тела, образует пучок, вершина которого есть центр проекции O . Примером может служить проекция трехгранной пирамиды $ABCD$ на черт. 4.

На этом же чертеже мы имеем случай, когда центр проекции лежит между телом и плоскостью проекции. Четыре грани пирамиды имеют своими проекциями на Π четыре треугольника $A_c B_c C_c$, $A_c B_c D_c$, $A_c C_c D_c$, $B_c C_c D_c$.

Таким образом, если даны центр и плоскость проекции, то мы можем получить проекцию данного тела, и притом только одну. Но как было показано в п. 3, каждая точка A_c на плоскости проекции есть проекция бесконечно многих точек, лежащих на проходящем через нее, проектируемом луче а также и на каждой части луча, уходящего по обе стороны в бесконечность; из этого легко увидеть, что каждая точка на плоскости проекции определяет только тот луч, который проходит через нее. Из этого, далее, вытекает непосредственно, что любая фигура на плоскости проекции соответствует проекции не только одного, но бесконечно многих тел в пространстве. (Сравни п. 4 и черт. 2, где подобный случай был разобран на примере прямой g_c).

7. Лучи зрения, выходящие из глаза наблюдателя, находящегося в центре проекции O и наблюдающего какоснибудь тело, напр. — трехстороннюю пирамиду (черт. 4), проходят через пирамиду и совпадают с вышеупомянутыми проектирующими лучами. Если представить себе, что плоскость проекции прозрачна, то для глаза, находящегося в O , проекция $A_c B_c C_c D_c$ как-бы совпадает с трехсторонней пирамидой $ABCD$ и производит то же впечатление,

как и сама пирамида. Следовательно, проекция какого-либо тела на плоскость есть в то же время его изображение, и поэтому плоскость проекции можно назвать также и плоскостью изображения.



Черт. 4.

Различные виды проектирования.

8. За центр проекции можно принять любую точку пространства вне плоскости проекции. Смотря по тому, лежит ли центр проекции на конечном или бесконечном расстоянии от плоскости проекции, проекцию называют центральной (перспективной) или же параллельной проекцией. В случае, когда центр проекции лежит бесконечно далеко, т. е., когда его расстояние от плоскости проекции больше любого заранее заданного конечного отрезка, каждые два проектирующие луча пересекаются также на бесконечно большом расстоянии от плоскости проекции, и следовательно, проектирующие лучи будут параллельны друг другу.

В частном случае, когда проектирующие лучи перпендикулярны к плоскости проекции, параллельная

проекция называется прямоугольной (ортогональной). Если же проектирующие лучи падают на плоскость проекции не под прямым, а под каким-нибудь другим углом, то проекция называется косоугольной.

Центральная проекция играет большую роль в живописи и своим развитием она в большой степени обязана мастерам эпохи Ренессанса. Параллельная проекция и, в особенности, ортогональная являются необходимыми вспомогательными средствами в технике и строительном искусстве. Требованиям последнего она обязана своим возникновением и отчасти дальнейшим развитием.

Параллельная проекция есть, собственно, частный случай центральной проекции. Благодаря тому обстоятельству, что у первой все проектирующие лучи параллельны друг другу, построение ее значительно проще центральной проекции. Поэтому принято изучение начертательной геометрии начинать с параллельной проекции.

Следуя этому обычаю, настоящий томик посвящен исключительно учению о параллельной проекции, и особенно, ортогональной, исключая первые два отдела. В первом отделе разбирается геометрическое сродство в перспективе, имеющее основное значение для способа параллельных проекций; во втором отделе разбирается способ косоугольных проекций. Так как помощью последнего способа легче и нагляднее выполняется построение чертежей при сложных пространственных соотношениях, то поэтому является более целесообразным первоначально разобрать этот способ, чтобы впоследствии применять его в сложных случаях, встречающихся при способе ортогональных проекций. Третий отдел посвящен ортогональной проекции на две перпендикулярные друг к другу плоскости и заключает в себе основные рассуждения и построения, которыми всегда приходится пользоваться при разрешении всех задач начертательной геометрии, а также при ее применении.

В следующем томике будут разобраны основные свойства конических сечений, выведенные из определения