

А.Н. Савич

**Приложение теории
вероятностей к вычислению
наблюдений и геодезических
измерений**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 93
ББК 63.3
А11

A11 **А.Н. Савич**
Приложение теории вероятностей к вычислению наблюдений и геодезических измерений / А.Н. Савич – М.: Книга по Требованию, 2022. – 205 с.

ISBN 978-5-518-09670-7

ISBN 978-5-518-09670-7

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2022

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2022

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

ЕГО ИМПЕРАТОРСКОМУ ВЕЛИЧЕСТВУ.

ГОСУДАРЮ ИМПЕРАТОРУ

АЛЕКСАНДРУ НИКОЛАЕВИЧУ

всеподданнѣйшее приношеніе.

154016

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Издаваемая нынѣ книга назначается служить пособіемъ для занятій гг. офицеровъ Геодезическаго Отдѣленія Николаевской Академіи Генеральнаго Штаба. По мѣрѣ силъ моихъ я старался представить въ послѣдовательности и объяснить простѣйшимъ образомъ правила, которыя извлекаются изъ математической теоріи вѣроятностей для вычисленія наблюдений и геодезическихъ измѣреній. Достигъ ли я своей цѣли, — это оставляю на судъ отечественныхъ ученыхъ; надѣюсь однакожь на ихъ снисхожденіе, потому что о предметѣ, о которомъ здѣсь говорится, мало было писано на Русскомъ языкѣ.

Нѣкоторыя части этой книги прежде уже были мною составлены. Находившись въ дружескихъ отношеніяхъ съ покойнымъ генераль-маіоромъ А. П. Болотовымъ, однимъ изъ отличнѣйшихъ у насъ знатоковъ Геодезіи, я сообщилъ ему написанныя мною статьи и онъ пользовался ими, какъ самъ упоминаетъ, въ прибавленіи къ его курсу Высшей и Нисшей Геодезіи. Нынѣ сдѣланы многія дополненія и для большей простоты измѣненъ порядокъ изложенія.

Великому Геометру и Астроному Гауссу принадлежить рѣшеніе важнѣйшихъ задачъ, относящихся къ выгоднѣйшему сочетанію наблюдений и къ опредѣленію степени благонадежности извлекаемыхъ оттуда выводовъ. По этому сочиненію Гаусса я принялъ за основаніе при

составленіи моей книги. Весьма много также я обязанъ прекраснымъ статьямъ директора Берлинской Обсерваторіи г. Энке, которыя помѣщены въ *Berliner Astronomisches Jahrbuch für 1834, 1835, 1836*. Долгомъ своимъ считаю еще изъявить живѣйшую благодарность знаменитымъ нашимъ Академикамъ гг. Струве и Буняковскому трудами, которыхъ я нерѣдко пользовался. Нѣкоторые предметы заимствованы мною изъ сочиненій Лапласа, Бесселя, Гаусена и книги г. Герлинга: *Die Ausgleichungs-Rechnungen der Practischen Geometrie, oder die Methode der Kleinsten Quadrate mit ihren Anwendungen für geodætische Aufgaben, von C. L. Gerling. Hamburg und Gotha. 1843*. Эта весьма хорошая книга заключаетъ руководство къ вычисленію геодезическихъ измѣреній и содержитъ нѣкоторыя, нигдѣ не издачныя замѣчанія Гаусса, наставленіями котораго авторъ имѣлъ счастье пользоваться.

Имѣя преимущественно въ виду практическое употребленіе теоріи вѣроятностей для вычисленія наблюдений, я помѣстилъ въ концѣ книги примѣры и правила, которыми можно руководствоваться безъ предварительнаго даже знакомства съ теоретическими основаніями, изъ которыхъ эти правила выведены.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

	Страница.
Введение	1
Глава I. Вычисление наблюдений надъ одною искомою величиною.	
1) Предварительныя понятія о математической вѣроятности.....	4
2) О погрѣшностяхъ наблюдений; выраженіе вѣроятностей случайныхъ ошибокъ.....	7
3) Вычисленіе вѣроятной и средней ошибки наблюдений.....	16
4) Соединеніе среднихъ выводовъ въ одно общее заключеніе. Вѣсы опредѣленій.....	28
Глава II. Вычисленіе наблюдений со многими искомыми величинами, независимыми между собою.	
1) Составленіе и рѣшеніе основныя уравненій.....	36
2) Разныя выраженія суммы квадратовъ погрѣшностей основныя уравненій. Условія вѣрности вычисленій.....	45
3) Вѣсы вѣроятнѣйшихъ опредѣленій.....	50
4) Опредѣленіе среднихъ ошибокъ наблюдений и результатовъ вычисленій.....	62
5) Правила для вычисленія періодическихъ функций.....	64
Глава III. Вычисленіе наблюдений со многими независимыми, соединенными между собою особенными условіями.	
1) Приложение къ Геодезіи.....	67
2) Теорія Гаусса для извлеченія вѣроятнѣйшихъ выводовъ изъ геодезическихъ измѣреній.....	76
3) Вѣроятныя ошибки этихъ выводовъ.....	82
4) Приложение къ тригонометрическимъ съемкамъ.....	85
5) Обзорные правила для вычисленія съемокъ.....	101
6) Частныя задачи, относящіяся къ съемкамъ.....	112
7) Вѣроятнѣйшіе выводы тригонометрическаго нивелированія; ихъ погрѣшности.....	117
Практическое руководство къ употребленіи теорій вѣроятностей при вычисленіи наблюдений.	
Рѣшеніе вопросовъ съ одною искомою величиною.....	129
Рѣшеніе вопросовъ со многими независимыми.....	142
Примѣры. Вычисленіе геогр. долготъ по наблюдениямъ затмѣній 185—163 хронOMETрическаго соединенія долготъ.....	163—175
Примѣръ уравнительнаго вычисленія сѣти треугольниковъ.....	175—184
Примѣчаніе. Замѣчанія о вычисленіи вѣсовъ 185; ебсь и вѣроятная ошибка разности геогр. долготъ, опредѣляемой помощію лунныхъ кульминацій.	

ВВЕДЕНИЕ.

Основація нашихъ свѣдѣній о внѣшнемъ мірѣ приобретаются опытностію. Каковы бы ни были дальнѣйшіе выводы, къ которымъ мы достигаемъ путемъ умозрѣній, эти выводы заслуживаютъ тѣмъ большаго довѣрія, чѣмъ многочисленнѣе и удовлетворительнѣе сдѣланы наблюденія или опыты надъ послѣдовательностію явленій природы и величинами изыскиваемыхъ количествъ. Безъ сомнѣнія всѣ опытные изслѣдованія подвержены ошибкамъ отъ несовершенства нашихъ чувствъ и невѣрности употребляемыхъ нами инструментовъ; однакожь смотря по искусству и средствамъ наблюдателей, разныя наблюденія представляютъ различныя приближенія къ истинѣ. Еслибы даже имѣлось много наблюденій одинакаго достоинства, но произведенныхъ въ разныхъ обстоятельствахъ, то иныя ихъ сочетанія могутъ приводить къ болѣе точнымъ выводамъ, нежели другія. Поэтому чтобъ воспользоваться наблюденіями самымъ выгоднымъ образомъ, нужно умѣть оцѣнивать благонадежность какъ самыхъ наблюденій, такъ и извлекаемыхъ изъ нихъ заключеній. Необходимы также правила, по которымъ бы можно было вычислять искомыя количества, подвергаясь сколько возможно меньшему вліянію ошибокъ наблюденій. Всѣ это объясняетъ намъ математическая теорія вѣроятностей въ ея приложенія къ изученію природы.

Въ уточненіяхъ способахъ вычисленій преимущественно нуждаются такія науки, въ которыхъ теорія и практика равно доведены до высокаго совершенства. Подобной обработанности достигли нынѣ Астрономія и Геодезія, а потому въ нихъ встрѣчаемъ главнѣйшія приложения теоріи вѣроятностей. Удивительная точность астрономическихъ таблицъ есть слѣдствіе не только прочности ихъ теоретическихъ основаній, или достоинства принятыхъ во вниманіе наблюдений, но также и благонадежности способовъ, по которымъ найдены вѣроятнѣйшіе элементы таблицъ изъ множества разнообразныхъ наблюдений. Равнымъ образомъ бесполезны были бы успѣхи, сдѣланные въ устройствѣ геодезическихъ инструментовъ и замѣчательная отчетливость, съ которою производятся нынѣ тригонометрическія съемки, еслибы въ тоже время не предложено было соответственныхъ улучшеній въ способахъ вычисленій.

Прежде нежели Геометрамъ удалось объяснить теорію выгоднѣйшаго сочетанія наблюдений, были Астрономы, которые умѣли извлекать изъ наблюдений выводы близкіе къ самымъ вѣроятнымъ. Пользуясь приближенно извѣстными, численными значеніями искомыхъ количествъ, они составляли условныя уравненія между наблюдаемыми величинами и поправками предварительно принятыхъ значеній упомянутыхъ количествъ; а потомъ рѣшали эти уравненія помощію различныхъ частныхъ соображеній. Одинъ изъ удачнѣйшихъ примѣровъ подобныхъ вычисленій представилъ еще около половины XVIII вѣка знаменитый Геттингенскій Астрономъ *Тобіасъ Маіеръ*, составившій отличныя для того времени таблицы движеній луны. Но въ этомъ и другихъ случаяхъ успѣхъ большею частию зависѣлъ отъ особеннаго остроумія самихъ вычислителей; до начала XIX столѣтія не было дано общаго руководства къ рѣшенію вопросовъ, въ которыхъ число наблюдений превосходитъ число искомыхъ количествъ. Первый опытъ такого руководства находимъ въ запискѣ *Лежандра*, напечатанной въ трудахъ Парижской Академіи Наукъ, 1806 года, подъ заглавіемъ: «*Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes*».

Должно замѣтить однакожь, что независимо отъ Лежандра, Гауссъ съ своей стороны достигъ тѣхъ же результатовъ, и хотя не издалъ ихъ въ свѣтъ, но пользовался ими съ 1795 года (*Theoria motus corporum coelestium. Liber 11, Sect. 111, p. 221*).

Лапласъ доказалъ справедливость этихъ правилъ въ случаяхъ, наиболее встрѣчающихся въ практикѣ, — а именно когда искомыя количества выводятся изъ большаго числа наблюдений. Этому великому Геометру, а особенно Гауссу мы обязаны дальнѣйшими приложениями математической теоріи вѣроятностей къ вычисленію астрономическихъ наблюдений и геодезическихъ измѣреній. Гауссъ съ точностію разсмотрѣлъ и рѣшилъ запутаннѣйшіе изъ относящихся сюда задачъ столь изящно и просто, сколько это допускала сущность самаго дѣла. Здѣсь въ полномъ блескѣ является остроуміе гениальнаго математика, который въ высокой степени обладалъ теоріею и практикою, а потому въ той и другой сдѣлалъ много важнѣйшихъ усовершенствованій.

Къ разпространенію Гауссовыхъ теорій способствовала прекрасная статья Берлинскаго Астронома, г. Энке напечатанная въ *Berl. Astr. Jahrbuch 1834, 1835, 1836 годовъ*. Частныя улучшенія методъ вычислений предложены были въ разное время Бесселемъ, Гаусеномъ, Якоби и нашимъ Академикомъ В. Я. Струве, которому мы въ особенности много обязаны въ отношеніи къ способамъ вычислений геодезическихъ измѣреній.

Общая теорія вѣроятностей и ея приложеніе къ вычисленію наблюдений предложена на Русскомъ языкѣ въ отличномъ сочиненіи г. Академика Буяковскаго. Упомянутое приложеніе объяснено также въ курсѣ Высшей и Нисшей Геодезіи Гене-рала А. П. Болотова.



ГЛАВА I.

ВЫЧИСЛЕНІЕ НАБЛЮДЕНІЙ, ПРОИЗВЕДЕННЫХЪ НАДЪ ОДНОЮ ИСКОМОЮ ВЕЛИЧИНОЮ.

1) Предварительныя понятія о математической вѣроятности.

1. § Математическою вѣроятностію какого нибудь событія называютъ отношеніе числа случаевъ благопріятныхъ событію, или такихъ, при которыхъ оно можетъ произойти, къ полному числу всѣхъ случаевъ, допускающихъ и исключаящихъ ожидаемое событіе; при этомъ предполагается, что каждый изъ упомянутыхъ случаевъ равно возможенъ. Такимъ образомъ вѣроятность всегда выражается дробью, у которой числитель равенъ числу благопріятныхъ, а знаменатель числу всѣхъ равно возможныхъ случаевъ. Когда всѣ случаи, безъ исключенія, благопріятствуютъ нѣкоторому событію, тогда дробь превращается въ единицу и представляетъ намъ несомнѣнность, или достовѣрность ожидаемого событія.

Если не всѣ случаи, приводящіе къ ожидаемому событію, равно возможны, то вычисляють сперва вѣроятность каждаго случая особенно; сумма вѣроятностей отдѣльныхъ случаевъ, благопріятныхъ атому событію, будетъ равна вѣроятности самаго событія.

Подъ именемъ сложнаго событія разумѣютъ такое, которое состоитъ изъ появленія нѣсколькихъ другихъ событій. Если эти послѣднія независимы между собою, то вѣроятность сложнаго событія равняется произведенію вѣроятностей