

Владимир Трошин

**220 текстовых задач. Переправы.
Переливания. Покупки.
Время. Календарь. Часы**



ЛитРес: Самиздат
Москва

УДК 51
ББК 74я7
Т76

Трошин В. В.

220 текстовых задач. Переправы. Переливания. Покупки.
Время. Календарь. Часы / В. В. Трошин — Москва: ЛитРес:
Самиздат, 2020. — 131 с.

ISBN 978-5-532-06764-6

Данный сборник заданий могут использовать учителя математики как раздаточный материал во внеклассной работе или на элективных курсах по математике. Для этого нужно скачать его в формате PDF, распечатать страницы с заданиями и разрезать их на карточки. Кроме того, сборник может заинтересовать любителей головоломок и логических задач. Решая текстовые задачи, вы развиваете логическое мышление и расширяете кругозор. Это математическая альтернатива сканвордам и кроссвордам, которая поможет скоротать время в дальней дороге или с пользой провести время на отдыхе.

Часть 1. Переправы, переливания, покупки

Самые древние книги в современном понимании представляли собой решебники практических задач. В Древних Египте, Вавилоне, Китае математика еще не стала наукой как таковой. Математические знания носили прикладной характер и были необходимы в ирригационных работах, в измерении площади наделов, объема каменных блоков и сыпучих продуктов, вместимости амбара, разделе имущества и т.п. Древнейшие из дошедших до нас математических записей высечены на камне. Наиболее важные свидетельства древнеегипетской математической деятельности запечатлены на гораздо более хрупком и недолговечном материале – папирусе. Эти памятники трудно назвать научными трактатами в нашем понимании данного определения, ибо они не содержат свойственного современным работам осмысления теоретических проблем, таких как анализ или доказательство правильности того или иного решения. Рассмотрим для примера две задач из математических папирусов.

1. *Разделить поровну 7 хлебов между восемью людьми.*

Эта простенькая задача, показывает специфику египетских вычислений с дробями. Современный школьник, не задумываясь, ответит, что каждому нужно выделить по $7/8$ хлеба, но этот правильный теоретически ответ малопригоден практически. Что нужно делать, крошить каждый хлеб на восемь частей и потом наделять людей семью такими частями? Или же как-то умудриться отрезать от целого хлеба ровно восьмушку? Египетское решение красиво своим прагматизмом и выглядит так: $1/2 + 1/4 + 1/8$, и все хлеба не приходится резать на восемь частей. Четыре хлеба режутся на половинки, два на четвертинки, один на восьмушки и потом складываются восемь одинаковых кусочков.

2. *Шли строители пирамиды, а навстречу им чиновник фараона. Чиновник сказал: «Здравствуйте, сто строителей пирамиды». Ему ответили: «Нас не сто строителей, а меньше. Вот если бы нас*

было столько, да еще столько, да еще половина, да еще четверть, да ты, чиновник, вот тогда нас было бы сто человек». Сколько было строителей?

Эта задача решалась по правилу ложного предположения. Древний автор пишет: «Считай с четырех». То есть нужно предположить, что строителей было четверо. Тогда столько, еще столько, еще половина и еще четверть дают $4+4+2+1=11$, а нужно получить в девять раз больше – 99 человек. Получается, что взятое первоначально число нужно увеличить в девять раз. Получится правильный ответ 36 строителей.

Весьма пространное вступление призвано убедить вас в огромной важности для математики практики решения текстовых задач. С этого математика начиналась. После основополагающего трактата «Начала» Евклида, с его четким изложением аксиом, определений, теорем, доказательств, следствий, то есть, прежде всего, теоретического материала, мы пришли к современным учебникам, где непосредственное решение задач постепенно отходило на второй план. Кроме того, большую часть учебников стали занимать задания, так сказать, «технического характера» – упражнения, необходимые для выработки навыков приведения дробей к общему знаменателю, разложения многочлена на множители, решения квадратного уравнения, построения графика функции и многих других действий.

В этом сборнике мы хотим вас вернуть к живой человеческой речи, предложить **текстовые** задачи, а можно бы назвать их **сюжетные** задачи, потому что каждая из них уводит нас от сухости чистой математики и возвращает в реальный мир с его практическими проблемами, которые и требуют разрешения. Только из всего многообразия мы отобрали на свой вкус задачи нескольких видов. Например, задачи, ответом в которых не обязательно будет количество чего-то, выраженное числом, а чаще всего описание того, как добиться требуемого результата, план действий или говоря языком информатики – алгоритм. Задачи могут быть самыми разнообразными. В одних случаях они предусматривают несколько решений, из которых нужно выбрать цепочку действий, ведущих наиболее быстро и экономно к ожидаемому результату. В других случаях – решение

однозначно. Такого рода задачи нередко нам диктует жизнь. Такова, например, старинная задача о волке, козе и капусте, переправляемых крестьянином через реку на лодке. Это очень древняя задача, повторяемая до сих пор во многих математических книгах. Скорее всего, ее автором был ученый монах и математик из Ирландии Алкуин (735–804), автор ряда учебников по математике при короле Карле Великом.

Крестьянину нужно перевезти через реку волка, козу и капусту. Но лодка такова, что в ней может поместиться только крестьянин, а с ним или один волк, или одна коза, или одна капуста. Но если оставить волка с козой, то волк съест козу, а если оставить козу с капустой, то коза съест капусту. Как перевез свой груз крестьянин?

Подобных задач о перевозках придумано много, поэтому сразу остановимся на особенностях, которые в них встречаются. Во-первых, есть ограничение по вместимости лодки или другого плавсредства. Во-вторых – ограничение по совместимости участвующих живых и неживых объектов задачи: волка нельзя оставлять с козой без присмотра – он ее съест, точно так же как коза равнодушна к капусте. (Дальше идут модификации: молодая жена не останется с чужим мужчиной, оруженосец – с чужим рыцарем, честный человек с бандитом и прочее.) Одно только облегчение: в отсутствие перевозчика никто почему-то не разбегается, а ждет своей очереди на переезд.

Решение: *Ясно, что приходится начать с козы. Крестьянин, перевозит козу, возвращается и берет волка, которого перевозит на другой берег, где его и оставляет, но зато берет и везет обратно на первый берег козу. Здесь он оставляет ее и перевозит к волку капусту. Вслед затем, возвратившись, он перевозит козу, и переправа оканчивается благополучно.*

Есть и немного измененный алгоритм решения: *Вначале крестьянин опять-таки перевозит козу. Но вторым он не обязательно должен забирать волка! Можно взять капусту, отвезти ее на другой берег, оставить там и вернуть на первый берег козу. Затем перевезти на другой берег волка, вернуться за козой и снова отве-*

сти ее на другой берег. В этом случае количество рейсов (7) точно такое же, как и в первом варианте.

К вышеописанным ограничениям по вместимости и совместимости в некоторых задачах добавляют еще поблажку, облегчающую решение – это наличие острова посреди реки, где можно какой-то объект оставить без опасения что он убежит или будет «общаться» с другими. В этом случае решение в той же задаче может быть таким: *Перевезти козу на остров и оставить пока там. Вернуться за волком, перевезти его на другой берег. Вернуться за капустой и перевезти ее на другой берег. Наконец, вернуться на остров и закончить перевозку козы.* В этом случае количество полных рейсов через речку сокращается до пяти.

Следующая группа алгоритмических задач – задачи на переливание. Задачи на деление некоторого количества жидкости с помощью двух дополнительных пустых сосудов за наименьшее число переливаний или получение в одном из сосудов точно отмеренного количества. Рассматриваются различные объемы сосудов и получение разного количества жидкости. Сложность отдельной задачи оценивается количеством переливаний (ходов), необходимых для решения. Кроме того, в задачах предусмотрен разный подход к переливаемой жидкости: интуитивно считается, что воду из крана или родника можно выливать без жалости, если это необходимо для освобождения какого-то сосуда, а вот если переливается мед, вино, пиво, то эта возможность отпадает, нужно сохранить все количество.

Как с помощью двух бидонов емкостью 17 л и 5 л отлить из молочной цистерны 3 л молока?

Решение:

С помощью 5-литрового бидона наливаем в 17-литровый бидон 15 л молока; наполняем еще раз 5-литровый бидон и доливаем из него 2 л в большой бидон; тогда в 5-литровом бидоне останется 3 л молока.

Именно в таком, алгоритмическом виде, в словесно-пошаговом описании предполагается получение ответа в подобных задачах. В данном случае решение и является ответом.

Модификаций и сюжетных обработок задач о переправах и переливаниях очень много, и можно было бы весь раздел текстовых задач построить на этих двух видах, но поразмыслив, решили, чтобы не отбивать интерес к решению задач, все-таки разнообразить их тематику. Включили несколько задач, которые можно объединить одним понятием «планирование действий». Здесь и приготовление завтрака, и расчет количества бензина для перевозок, выбор времени встречи и т. д.

Ввиду актуальности внедрения в нашу жизнь товарно-денежных отношений значительная часть задач отведена всевозможным денежным расчетам: определению стоимости того или иного товара, получению причитающегося заработка, оплате за различные покупки, различные дележи имущества, денег и наследства.

Завершают первую часть сборника сюжетные задачи привлекательные своим содержанием и значительным разнообразием ситуаций.

Многие задачи объединяет то, что их можно решать, пользуясь только логическими рассуждениями, и не обязательно привлекать для этого составление и решение алгебраических уравнений: как переправлять и переливать можно решить и без уравнений. Но как только дело доходит до мира денег, покупок, акций, наследства, то привычнее будет решать составлением уравнений.

К сожалению, стремясь поддержать интерес к математике за счет разнообразия задач, пришлось пойти на значительное расширение их тематической направленности и в данном разделе не получилось объединяющей стержневой идеи, кроме названия – «текстовые задачи».

1

Переправы

Отец с двумя сыновьями отправился в поход. На их пути встретилась река. У берега – плот. Он выдерживает на воде только отца или двух сыновей. Как переправиться на другой берег отцу и обоим сыновьям?

2

Переправы

Три солдата подошли к реке, моста через которую не было. Рядом катались на лодке два мальчика. Лодка была настолько мала, что в ней мог переправиться только один солдат или только два мальчика – не больше. Однако один из солдат правильно организовал действия, в итоге все солдаты благополучно переправились на другую сторону реки. Как это было сделано?

3

Переправы

Некому гражданину нужно перевезти через реку волка, козу и капусту. В лодке может поместиться человек, а с ним или только волк, или только коза, или только капуста. Но если оставить волка с козой, то волк съест козу, а если оставить козу с капустой, то коза съест капусту. В присутствии человека никто никого не ест. Как осуществить переправу без ущерба?

4

Переправы

Как человеку перевезти в лодке с одного берега на другой козла, капусту, двух волков и собаку, если известно, что волка нельзя оставлять без присмотра с козлом и с собакой, собака в ссоре с козлом, а козел равнодушен к капусте? В лодке только три места, поэтому можно брать с собой одновременно не более двух животных или одно животное и капусту.

5

Переправы

Двум парам молодоженов нужно переправиться на другой берег. Для этого имеется двухместная лодка, но сложность состоит в том, что молодые жены наотрез оказались оставаться на берегу в обществе незнакомого мужчины без своего мужа. Как осуществить переправу всех четверых, соблюдая это условие?

6

Переправы

Трем, случайно оказавшимся на берегу реки, супружеским парам нужно переправиться на другой берег. Для этого имеется двухместная лодка, но сложность состоит в том, что все жены наотрез оказались оставаться на берегу в обществе незнакомых мужчин без своего мужа. Как осуществить переправу всех шестерых, соблюдая это условие?

7

Переправы

Четырем, оказавшимся вместе на берегу реки, супружеским парам нужно переправиться на другой берег. Для этого имеется двухместная лодка, но сложность состоит в том, что все жены наотрез оказались оставаться на берегу в обществе незнакомых мужчин без своего мужа. Можно ли осуществить переправу всех восьмерых, соблюдая это условие?

8

Переправы

Четырем супружеским парам нужно переправиться на другой берег реки на лодке без гребца, которая вмещает не более двух человек. Посреди реки есть остров, на котором можно высаживаться. Как совершить эту переправу, чтобы ни на берегу, ни на острове, ни в лодке ни одна женщина не находилась в обществе чужих мужчин без своего мужа?

9

Переправы

Четырем супружеским парам нужно переправиться на другой берег реки. Для этого имеется трехместная лодка, но сложность состоит в том, что все жены наотрез оказались оставаться на берегу в обществе незнакомых мужчин без своего мужа. Можно ли осуществить переправу всех восьмерых, соблюдая это условие?