

В.А. Бесекерский

**Сборник задач по теории
автоматического
регулирования и управления**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 50
ББК 22
В11

В.А. Бесекерский
В11 Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления / В.А. Бесекерский – М.: Книга по Требованию, 2024. – 588 с.

ISBN 978-5-458-30105-3

Сборник рассчитан на студентов, специализирующихся в области теории автоматического регулирования и следящих систем, а также на студентов других специальностей, изучающих теорию автоматического регулирования и управления.

ISBN 978-5-458-30105-3

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2024

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

Раздел II

НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Глава 11. Составление уравнений нелинейных систем . . .	343
§ 11.1 Уравнения нелинейных следящих систем	343
§ 11.2 Уравнения нелинейных систем стабилизации	350
Глава 12. Точные методы исследования устойчивости и автоколебаний	356
§ 12.1. Метод фазовых траекторий	356
§ 12.2. Метод А. М. Ляпунова — А. И. Лурье	369
§ 12.3. Частотный метод В. М. Попова	374
§ 12.4. Метод приспособывания	378
Глава 13. Приближенные методы исследования устойчивости и автоколебаний	383
§ 13.1. Алгебраические способы определения устойчивости и автоколебаний	383
§ 13.2. Частотный метод определения автоколебаний	392
Глава 14. Оценка качества нелинейных систем	402
§ 14.1. Исследование колебательных переходных процессов аналитическими методами	402
§ 14.2. Исследование колебательных переходных процессов частотными методами	412
Глава 15. Вынужденные колебания в нелинейных системах	417
§ 15.1. Отыскание симметричных одночастотных вынужденных колебаний графическим методом	417
§ 15.2. Отыскание симметричных одночастотных вынужденных колебаний частотным методом	423
Глава 16. Прохождение случайных процессов через нелинейные системы	431
§ 16.1. Определение функций и моментов распределения случайного процесса на выходе нелинейной системы	431
§ 16.2. Расчет нелинейных систем с помощью статистической линеаризации	438

Раздел III

ОПТИМАЛЬНЫЕ, ЦИФРОВЫЕ, САМОНАСТРАИВАЮЩИЕСЯ СИСТЕМЫ И МОДЕЛИРОВАНИЕ

Глава 17. Синтез оптимальных систем управления	448
§ 17.1. Синтез оптимальных систем с использованием принципа максимума	448
§ 17.2. Синтез оптимальных систем методом динамического программирования и классического вариационного исчисления	455

Глава 18. Системы с цифровыми вычислительными машинами (ЦВМ)	460
§ 18.1. Передаточные функции систем с ЦВМ при учете квантования по времени	460
§ 18.2. Устойчивость и оценка качества	466
§ 18.3. Синтез систем с ЦВМ	471
Глава 19. Экстремальные и самонастраивающиеся системы	480
§ 19.1. Составление структурных схем экстремальных и самонастраивающихся систем и исследование их устойчивости	480
§ 19.2. Качество систем экстремального управления	489
Глава 20. Составление схем для моделирования автоматических систем на непрерывных вычислительных машинах	499
§ 20.1. Составление схем для моделирования элементов автоматических систем на электронных вычислительных машинах	499
§ 20.2. Составление схем для моделирования дифференциальных уравнений и автоматических систем на электронных вычислительных машинах	513
Приложение	522
1. Изображения по Лапласу и Карсону—Хевисайду функций времени	522
2. Z-преобразования функций времени	524
3. Нормированная логарифмическая частотная фазовая характеристика апериодического звена первого порядка	525
4. Нормированные логарифмические амплитудная и фазовая характеристики колебательного звена	525
5. Отклонение асимптотической л. а. х. колебательного звена от точной	526
6. Критерий устойчивости Гурвица	527
7. Диаграмма Вышнеградского с линиями равного затухания в процентах за один период	528
8. Диаграмма Вышнеградского с линиями равной нормированной степени устойчивости $h_0 = h \sqrt[3]{a_0/a_3}$	529
9. Эквивалентные начальные условия в системе регулирования после воздействия на нее единичной ступенчатой функции	529
10. Решения однородных дифференциальных уравнений первого, второго и третьего порядков	530

11. Номограмма для построения вещественной частотной характеристики замкнутой системы по амплитудно-фазовой характеристике разомкнутой системы (вещественная круговая диаграмма)	531
12. Кривые для определения времени переходного процесса и перерегулирования по коэффициенту наклона трапецеидальной вещественной частотной характеристики	531
13. Кривые для определения времени переходного процесса и перерегулирования для вещественной частотной характеристики, имеющей максимум	532
14. Зависимость требуемого запаса по фазе от модуля в децибелах при различных показателях колебательности	532
15. Номограмма для построения вещественной частотной характеристики по заданным качественным показателям	533
16. Нахождение квадратичной интегральной оценки	534
17. Формулы для интегрирования спектральной плотности	535
18. Нормированные стандартные передаточные функции разомкнутой системы	535
19. Типовые л. а. х., соответствующие заданному запасу устойчивости	538
20. Нормированные кривые переходных процессов для типовых л. а. х.	541
21. Корректирующие звенья постоянного тока	542
22. Корректирующее звено переменного тока (двойное Т-образное звено)	544
23. Приведение дифференциальных уравнений к канонической форме	547
24. Достаточные условия устойчивости нелинейных систем второго, третьего и четвертого порядков	550
25. Переход от л. а. х. вида $20 \lg 1 + W(j\omega) $ к л. а. х. вида $20 \lg W(j\omega) $	551
26. Типовые л. а. х. систем с ЦВМ при учете квантования по времени	551
27. Типовые последовательные дискретные корректирующие звенья	556
28. Коэффициенты гармонической линеаризации основных нелинейных характеристик	558
29. Нормированные амплитудно-фазовые частотные характеристики релейных исполнительных механизмов	562

30. Коэффициенты статистической линеаризации некоторых типовых нелинейностей	565
31. Нормированный интеграл плотности вероятности нормального закона распределения	571
32. Нормированная плотность вероятности нормального закона распределения	573
33. Моделирование элементов структурных схем автоматических систем на операционных усилителях	574
34. Моделирование нелинейных статических характеристик на операционных усилителях	579
35. Таблица функций $h(t_0)$	582
Л и т е р а т у р а	586

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящий сборник рассчитан на студентов, специализирующихся в области автоматического регулирования и управления, но может быть использован и студентами других специальностей при изучении ими теории автоматического регулирования.

Круг вопросов, охватываемых сборником, включает в себя темы, входящие, как правило, в программы по теории автоматического регулирования или теории автоматического управления многих вузов.

Сборник ориентируется на ряд используемых в вузах книг, список которых приведен в конце сборника. В качестве основной принята книга В. А. Бесекерского и Е. П. Попова «Теория систем автоматического регулирования», выходящая вторым изданием в 1972 г. Построение сборника, содержание, терминология и методика изложения в основном соответствуют этой книге.

Аналогично указанной книге в сборнике применяется одинаковый символ для обозначения оператора дифференцирования, используемого при операторной форме записи дифференциальных уравнений, в которые входят функции времени (оригиналы), и комплексной переменной в преобразованиях Лапласа и Карсона — Хевисайда. При этом предполагается, что читатель самостоятельно может разобраться в значении этого символа в зависимости от того, используются ли в уравнениях функции времени или их изображения, и знает правила перехода от оригиналов к изображениям с учетом начальных условий.

Сборник задач написан В. А. Бесекерским (главы 5, 7, 8 и 10), А. Н. Герасимовым (главы 3 и 9), С. В. Лучко (главы 11—15), Л. Ф. Порфирьевым (главы 16, 17 и 19), Е. А. Фабрикантом (главы 2 и 4), С. М. Федоровым (главы 6 и 18) и В. И. Цветковым (главы 1 и 20).

Авторы приносят благодарность А. В. Нетушилу и Б. П. Рязанову за полезные замечания, сделанные при просмотре рукописи третьего издания.

В четвертом издании исправлены замеченные опечатки и неточности.

Авторы

ЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

ГЛАВА I

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ ЗВЕНЬЕВ И АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

§ 1.1. Дифференциальные уравнения и передаточные функции звеньев

1. Составить в общем виде дифференциальное уравнение электромагнита с пружиной и демпфером (рис. 1, а), если за входную величину принять напряжение u , а за выходную — перемещение якоря x и считать известными приведенные к точке А силы пружины F_n , демпфера F_d , электромагнита F_e и инерционную силу F_i . Влиянием сил сухого трения пренебречь. Решение. Выберем начало отсчета, как показано на рис. 1, а. Составим уравнение равновесия сил, приведенных к точке А,

$$m\ddot{x} + c_1\dot{x} + c_2x = F_e(i, x) \quad (1)$$

и уравнение равновесия напряжений

$$u = iR + L(\delta, i) \frac{di}{dt} + i \frac{dL(\delta, i)}{dt}, \quad (2)$$

где $m\ddot{x} = F_i$ — инерционная сила, пропорциональная ускорению $\ddot{x}$ и приведенной массе подвижных частей m ; $c_1\dot{x} = F_d$ — сила демпфера, пропорциональная скорости $\dot{x}$ и коэффициенту демпфирования c_1 ; $c_2x = F_n$ — сила пружины, пропорциональная перемещению x и коэффициенту упругости или жесткости пружины c_2 ;

u , i — напряжение и ток обмотки электромагнита; $L = L(\delta, i)$ — индуктивность обмотки электромагнита, зависящая в общем виде от рабочего зазора δ и тока i (при насыщении магнитопровода); R — активное сопротивление обмотки электромагнита; $F_9 = F_9(i, x)$ — сила электромагнита, являющаяся функцией двух переменных.

Предположим, что всегда остается рабочий зазор $\delta_0 \neq 0$ и такой, что справедливо соотношение

$$F_9(i, x) = c_3 i^2 x^{-2} \quad \text{при } \delta \geq \delta_0, \quad (3)$$

где c_3 — постоянный коэффициент. Наличие воздушного зазора ($\delta > \delta_0$) и рабочих (ограниченных) значений тока i исключает насыщение магнитопровода. Поэтому индуктивность не зависит от тока, а только от перемещения $L = L(x)$. На основании гипотезы малых отклонений будем считать, что $L = L_0 = \text{const}$ в

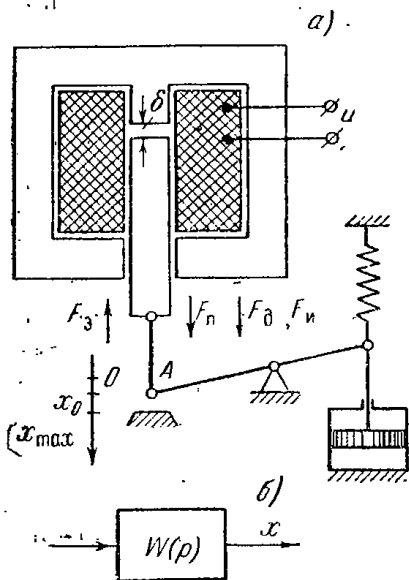


рис. 1. Электромагнит с пружиной и демпфером.

окрестности выбранного постоянного значения $x = x_0$. Тогда нелинейное уравнение (2) становится линейным:

$$u = iR + L_0 \frac{di}{dt}. \quad (4)$$

В уравнениях (1), (3) и (4) только член в правой части уравнения (1) или его выражение (3) являются нелинейными. Линеаризуем его, для чего запишем в виде

$$F(F_9, i, x) = F_9 - c_3 i^2 x^{-2} = 0. \quad (5)$$

Тогда линеаризованное уравнение в малых отклонениях относительно установившегося статического значения

переменных ($i = i_0$, $x = x_0$, $F_9 = F_{90}$) примет вид

$$\left(\frac{\partial F_9}{\partial F_9}\right)^0 \Delta F_9 + \left(\frac{\partial F}{\partial i}\right)^0 \Delta i + \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^0 \Delta x = 0. \quad (6)$$

Найдя частные производные $\frac{\partial F}{\partial F_9}$, $\frac{\partial F}{\partial i}$, $\frac{\partial F}{\partial x}$ из (5) и подставив в них установившиеся значения переменных, получим

$$\Delta F_9 - k_1 \Delta i + k_2 \Delta x = 0 \quad \text{или} \quad \Delta F_9 = k_1 \Delta i - k_2 \Delta x, \quad (7)$$

где $k_1 = 2c_3 i_0 x_0^{-2}$, $k_2 = 2c_3 i_0^2 x_0^{-3}$. Знак минус в (7) означает, что при увеличении Δx сила ΔF_9 уменьшается. Коэффициенты передачи k_1 и k_2 можно найти графически из статических характеристик $F_9 = c_3 x_0^{-2} \cdot i^2$ и $F_9 = c_3 i_0^2 \cdot x^{-2}$ нахождением тангенса угла наклона касательных, проведенных в точках (i_0, F_{90}) и (x_0, F_{90}) соответственно.

Выразив Δi из (7) и подставив в (4), а полученный результат, разрешенный относительно ΔF_9 , — в (1) и сделав преобразования, получим

$$(T_9 p + 1)(T_2^2 p^2 + T_1 p + 1)x(t) = ku(t),$$

где $T_9 = \frac{L_0}{R}$ — постоянная времени обмотки электромагнита,

$$T_1 = \frac{c_1}{c_2 + k_2}, \quad T_2 = \sqrt{\frac{m}{c_2 + k_2}}, \quad k = \frac{k_1}{R(c_2 + k_2)}, \quad p = \frac{d}{dt}$$

— оператор или символ дифференцирования.

2. Найти передаточную функцию гидравлического исполнительного устройства (рис. 2, а), применявшегося совместно с центробежными измерителями угловой скорости ЦИС для регулирования скорости вращения тепловых двигателей. За входную величину принять перемещение x муфты ЦИС 3, а за выходную — перемещение y заслонки или регулирующего органа (РО) теплового двигателя (рис. 2, б).

Решение. Гидравлический двигатель (золотник 2 с силовым поршнем 1) вместе с изодромом (пружина 5 с демпфером 6) могут находиться в покое только при одном определенном положении рычага 4, когда пружина

находится в ненапряженном состоянии и золотник 2 — в среднем положении (как показано на рис. 2). При этом муфта 3 ЦИС занимает положение, соответствующее заданной угловой скорости Ω . При отклонении Ω от заданной муфта 3 сдвинется, сместит золотник 2 и вся система придет в движение, до тех пор, пока скорость Ω вновь не станет заданной.

1. *Уравнение гидравлического двигателя.* Усилия, развиваемые силовым поршнем, значительно превосходят силы сопротивления и инерционные силы, поэтому их влиянием можно пренебречь. Тогда, если не учитывать сжимаемость жидкости и считать, что площадь окна, открываемого золотником, пропорциональна его перемещению z , уравнение гидродвигателя будет

$$\frac{dy}{dt} = k_1 z \quad \text{или} \quad py = k_1 z, \quad (1)$$

б) где k_1 — коэффициент передачи.

2. *Уравнение рычага, связанного с муфтой, изодромом и золотником.*

Рис. 2. Гидравлическое исполнительное устройство.

Перемещение муфты x вызывает перемещение золотника z и силового поршня, который перемещает поршень демпфера x_{oc} в сторону, обратную перемещению муфты. Следовательно, имеем уравнение

$$z = k_2(x - k_3 x_{oc}), \quad (2)$$

где $k_2 = \frac{a}{a+b}$, $k_3 = \frac{b}{a}$ — коэффициенты передачи; a , b — длины плеч рычага (см. рис. 2).

3. *Уравнение цепи обратной связи.* В цепь обратной связи входит демпфер, пружина и рычаг 4. Составим

