

С. Швебер

**Введение в релятивистскую квантовую
теорию поля**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 53
ББК 22.3
С11

С11 **С. Швебер**
Введение в релятивистскую квантовую теорию поля / С. Швебер – М.: Книга по Требованию, 2024. – 838 с.
ISBN 978-5-458-26422-8

ISBN 978-5-458-26422-8

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2024
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Предисловие

Всегда с удивлением видишь, как взрослеют дети, и обнаруживаешь, что они способны сделать то, что их родители уже не в состоянии полностью понять. Эта книга служит тому хорошим примером. Сначала доктор Ф. де Гофман и я представляли ее себе только как короткое введение в достаточной мере примитивные вычисления по π -мезонам во втором томе книги «Мезоны и поля», изданной в 1955 г. Доктор Швебер уже тогда превратил первый том в полный учебник по перенормировкам в теории поля. Теперь он стал обширным трактатом по теории поля вообще.

За шесть лет со времени издания двух томов книги «Мезоны и поля» теория поля успешно развивалась. Частично это было стимулировано экспериментом, например открытием несохранения четности в слабых взаимодействиях. Однако в большей степени прогресс обусловлен более глубоким проникновением в основы теории поля при попытках ответить на центральный вопрос релятивистской теории, который Швебер поставил в гл. 18 этой книги: «Существуют ли решения перенормированных уравнений квантовой электродинамики или какой-либо мезонной теории?». Это исследование повело к аксиоматическому подходу в квантовой теории поля, который, вероятно, является сейчас наиболее обещающим и надежным. Он описан в гл. 18.

Около половины настоящей книги посвящено взаимодействию между полями. Эта новая книга содержит исчерпывающее обсуждение теории перенормировок, начиная с общих принципов и кончая количественными результатами в случае электродинамики. Я не знаю какой-либо другой трактовки этого предмета, которая была бы столь же полной и строгой. Физик, интересующийся приложениями теории поля, будет рад хорошему изложению теории рассеяния π -мезонов Чу и Лоу, теории, которая оказалась столь успешной в объяснении π -мезонных явлений при низких энергиях и которая вытеснила методы, изложенные во втором томе книги «Мезоны и поля».

В книге подчеркивается значение общих принципов, таких, как симметрия, инвариантность и т. д., и теория изложена на основе этих принципов. Поверхностными объяснениями автор никогда не удовлетворяется. Тот, кто действительно хочет знать и понять теорию поля и работать в этой области, получит большое удовлетворение от этой книги.

Г. Бете

Итака, Нью-Йорк
Март 1961 г.

От автора

Настоящая книга представляет собой результат переработки первого тома книги «Мезоны и поля», которая была написана профессорами Бете и Гофманом и мною в 1955 г. Вначале мы хотели пересмотреть лишь часть содержания той книги и включить в новое издание некоторые изменения, происшедшие с 1955 г. К несчастью, другие обязанности помешали Бете и Гофману принять в этом участие. Тем временем я закончил пересмотр, и в итоге получился по существу новый текст. С доброго согласия Бете и Гофмана новая книга публикуется под именем одного автора.

Однако назначение настоящей книги остается тем же, что и того тома монографии «Мезоны и поля», на котором она основана, в частности представить простым и независимым образом современное развитие квантовой теории поля.

Книга предназначена прежде всего в качестве учебника для аспирантского курса. Ее цель — довести изучающего до того момента, когда он сможет обратиться к литературе для изучения последних успехов квантовой теории поля и начать исследование в этой области. Можно также надеяться, что книга будет интересна физикам и других специальностей, особенно занимающимся твердым телом и ядерной физикой, которые захотят изучить методы теории поля.

Желание сделать книгу разумным образом оригинальной привело к тому, что она оказалась объемнее, чем первоначально предполагалось. Тем не менее большую часть материала было решено включить в книгу, поскольку мне хотелось изложить большую часть идей, лежащих в основе современной теории поля.

Чтобы книга все же не переросла приемлемых размеров, я не включил в нее швингеровскую формулировку теории поля, основанную на принципе наименьшего действия. По этой же причине были изложены лишь некоторые стороны быстро растущей теории дисперсионных соотношений. Упоминанием о представлении Манделстама для двухчастичной амплитуды рассеяния и заканчивается книга. Однако некоторые темы,

не затронутые в тексте, упоминаются в разделе «Вопросы и литература для дальнейшего изучения».

Читателю, уже привыкшему к множеству различных обозначений, может быть полезно указание наших обозначений. Операцию комплексного сопряжения мы обозначаем чертой сверху, так что $\bar{a}$ означает величину, комплексно сопряженную к a . Эрмитово сопряжение обозначается звездочкой: $(a^*)_{ij} = \overline{a_{ji}}$. Наш метрический тензор $g_{\mu\nu}$ таков, что $g_{00} = -g_{11} = -g_{22} = -g_{33} = 1$, и мы различаем ковариантные и контравариантные тензоры. Матрицы Дирака удовлетворяют соотношениям $\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}$. Спинор, сопряженный дираковскому спинору u , обозначается через $\tilde{u}$, причем $\tilde{u} = u^* \gamma^0$.

Часть первая

**ОДНОЧАСТИЧНЫЕ
УРАВНЕНИЯ**

Г Л А В А I

Квантовая механика и принципы симметрии

§ 1. Квантовомеханический формализм

Обычная формулировка квантовой механики прежде всего основывается на постулате, что вся необходимая для физики информация о физической системе в данный момент времени может быть получена, если известна функция состояния системы. Эта функция состояния представляется лучом в комплексном гильбертовом пространстве. Следовательно, если $|\Psi\rangle$ есть вектор, представляющий физически реализуемое состояние, то это же состояние представляет и вектор $|\Psi\rangle$, помноженный на постоянную. Поэтому обычно для описания состояния из числа векторов, принадлежащих лучу, выбирают один, нормированный на единицу. Условие нормировки такого вектора состояния $|\Psi\rangle$ записывают в виде $\langle\Psi|\Psi\rangle = 1$, обозначая через $\langle\chi|\Psi\rangle = \overline{\langle\Psi|\chi\rangle}$ скалярное произведение векторов $|\chi\rangle$ и $|\Psi\rangle$ ¹⁾. Если состояние нормировано, то остается неопределенным лишь постоянный множитель, по модулю равный единице. Два вектора, отличающиеся на такой фазовый множитель, представляют одно и то же состояние. Предполагается, что совокупность состояний образует линейное пространство. Это предположение о линейности пространства векторов состояния называют принципом суперпозиции, являющимся, по-видимому, наиболее фундаментальным принципом квантовой механики.

Второй постулат квантовой механики состоит в том, что каждой измеримой (т. е. наблюдаемой) величине α системы соответствует самосопряженный оператор $a = a^*$, обладающий полной системой ортонормированных собственных функций $|a'\rangle$ и собственных значений a' , т. е.

$$a|a'\rangle = a'|a'\rangle, \quad (1.1)$$

$$\langle a'|a''\rangle = \delta_{a'a''}, \quad (1.2)$$

$$\sum_{a'} |a'\rangle \langle a'| = 1. \quad (1.3)$$

Символ $\delta_{a'a''}$ понимается как символ Кронекера, если a' и a'' принадлежат дискретному спектру, и как δ -функция Дирака $\delta(a' - a'')$, если оба они принадлежат непрерывному спектру. Правая часть (1.2) равна нулю, если одно из состояний принадлежит непрерывному, а другое дискретному спектру. Аналогично, суммирование в соотношении пол-

¹⁾ Мы будем также использовать для скалярного произведения обозначение (f, g) ; $\bar{\lambda}$ будет обозначать величину, комплексно сопряженную с λ .

ноты (1.3) для непрерывного спектра следует понимать как интегрирование.

Следующий постулат состоит в том, что если произведено измерение для определения значения наблюдаемой α , то вероятность обнаружить у системы, описываемой вектором состояния $|\Psi\rangle$, значение α , равное a' , равно величине $|\langle a' | \Psi \rangle|^2$. Другими словами, $\langle a' | \Psi \rangle$ есть амплитуда вероятности наблюдения значения a' . Наблюдение над системой, вообще говоря, будет возмущать систему и, таким образом, изменять вектор состояния системы. Если в результате измерения над системой мы найдем, что наблюдаемая α имеет значение a' , то вектором (ненормированным), описывающим систему после измерения, будет $|a'\rangle\langle a' | \Psi \rangle$. Поэтому повторное измерение, сделанное сразу же вслед за первым, снова даст значение a' наблюдаемой α . Строго говоря, эти утверждения верны только в случае наблюдаемой с невырожденным дискретным спектром собственных значений. Однако эти правила легко могут быть распространены на более сложные случаи.

Таким образом, измерение величины α вызывает переход системы в одно из состояний, являющихся собственными функциями оператора a . Однако теоретически можно предсказать только вероятность перехода системы из данного состояния $|\Psi\rangle$ в любое из этих собственных состояний. Если действительно имеется физическая система, находящаяся в состоянии $|\Psi\rangle$, то измерение позволяет проверить предсказанные вероятности. Как способ (и, по-видимому, наиболее характерный) приготовления системы в данном состоянии можно рассматривать измерение первого рода, т. е. измерение, которое, будучи повторено немедленно вслед за первым, дает вновь тот же результат.

Обычно для определения состояния системы нужно произвести несколько независимых измерений. В соответствии с этим в квантовой механике предполагается, что всегда возможно сделать полный набор совместимых независимых измерений, т. е. таких, когда измерения одних наблюдаемых не возмущают измеренные уже значения других. Результаты всех возможных совместимых измерений, как доставляющие максимально возможную информацию о системе, могут быть использованы для характеристики состояния системы. Для того чтобы два измерения были совместимы или одновременно выполнимы, необходимо и достаточно, чтобы коммутировали операторы, соответствующие измеряемым величинам. Самая широкая совокупность наблюдаемых, в которой все они коммутируют друг с другом, образует «полный набор коммутирующих операторов» (см. книгу Дирака [181]). Каждой совокупности собственных значений полного набора коммутирующих наблюдаемых соответствует только одно общее собственное состояние.

Таким образом, понятие акта измерения имеет фундаментальное значение для формулировки и интерпретации квантовомеханического формализма. Анализ различных типов физических измерений над микрообъектами показывает, что почти всякое физическое измерение такого рода можно описать как процесс столкновения. Достаточно лишь напомнить, что такие величины, как энергии стационарных состояний или времена жизни возбужденных состояний, могут быть получены с помощью измерения эффективных сечений рассеяния. Признание за процессами столкновения центрального места в квантовой механике имело огромное значение для развития теории поля в последнее время. Отчасти этим же объясняется интенсивное развитие квантовой теории рассеяния в прошедшем десятилетии.

Процесс столкновения состоит в том, что одна частица, падающая, налетает на другую — частицу мишени — и в результате взаимодействия с нею рассеивается. Первоначально налетающая частица находится на большом расстоянии от мишени. Если силы между частицами обладают конечным радиусом действия, что имеет место почти всегда, то налетающая частица первоначально движется как свободная. Точно так же после взаимодействия с мишенью рассеянная частица снова оказывается вне силового поля и поэтому движется к детектору как свободная частица. Эксперимент по рассеянию ставится с налетающими частицами, приготовленными в определенном состоянии. В эксперименте измеряют угловое распределение, энергии и другие коммутирующие наблюдаемые рассеянных частиц, удалившихся на большое расстояние от мишени. Поэтому когда делаются теоретические предсказания, статистическая интерпретация должна привлекаться только для начальных и конечных состояний, состоящих из свободно движущихся частиц или групп частиц, находящихся в стационарных состояниях. В этом и заключается важное значение явлений столкновения с теоретической точки зрения: для таких процессов нет необходимости давать интерпретацию волновой функции системы частиц, находящихся близко друг к другу и сильно взаимодействующих. Из сделанных замечаний следует также вывод о необходимости изучения волновых уравнений, описывающих свободно движущиеся частицы, чему и посвящается часть первая настоящей книги.

Из приведенных постулатов вытекает следствие, что каждому реальному состоянию соответствует только один луч в гильбертовом пространстве. Если бы одному и тому же состоянию соответствовало несколько различных лучей и если $|\Psi_1\rangle$, $|\Psi_2\rangle$ и т. д. — нормированные векторы этих лучей, то из неравенства Шварца $|\langle\Psi_1, \Psi_2\rangle|^2 < 1$, т. е. амплитуда перехода из $|\Psi_1\rangle$ в $|\Psi_2\rangle$ была бы меньше единицы, что невозможно, если оба вектора представляют одно и то же состояние. Поэтому $|\Psi_1\rangle$, $|\Psi_2\rangle$ и т. д. могут отличаться друг от друга лишь постоянным множителем. Однако возможен случай, когда в гильбертовом пространстве существует луч, который не соответствует никакому реальному физическому состоянию. Такое положение возникает в релятивистских теориях поля или во вторично квантованной формулировке квантовой механики. Во всех этих случаях гильбертово пространство может быть разложено на ортогональные подпространства $\mathcal{H}_A$, $\mathcal{H}_B$, $\mathcal{H}_C$..., такие, что относительная фаза проекции вектора на каждое подпространство произвольна и неизмерима. Другими словами, если мы обозначим через $|A, l\rangle$ базисные векторы, на которые натянуто гильбертово пространство $\mathcal{H}_A$, а через $|B, j\rangle$ — базисные векторы, на которые натянуто $\mathcal{H}_B$ и т. д., то нет такого физического измерения, которое позволило бы различить векторы

$$\sum_l a_l |A, l\rangle \oplus \sum_j b_j |B, j\rangle \oplus \dots$$

и

$$\sum_l a_l e^{i\alpha} |A, l\rangle \oplus \sum_j b_j e^{i\beta} |B, j\rangle \oplus \dots,$$

где α , β , ... — произвольные фазы. Закон, ответственный за расщепление гильбертова пространства на несколько некогерентных ортогональных подпространств, называют абсолютным правилом отбора, или правилом суперотбора (см. статьи Вика [847]; Вигнера [860]; Баргманна, Вигнера и Уайтмана [33]). Правило суперотбора связано с существова-

нием оператора, коммутирующего со всеми наблюдаемыми, но не кратного единичному. Если гильбертово пространство состояний $\mathcal{H}$ расщепляется, например, на два ортогональных подпространства $\mathcal{H}_A$ и $\mathcal{H}_B$, такие, что относительные фазы проекций вектора состояний на оба подпространства совершенно произвольны, то произвольно и среднее значение всякого эрмитова оператора, у которого имеются ненулевые матричные элементы между состояниями обоих подпространств, при условии, что состояние, в котором вычисляется среднее, обладает ненулевыми проекциями на оба подпространства $\mathcal{H}_A$ и $\mathcal{H}_B$. Но, для того чтобы величина была измеримой, несомненно, она должна обладать определенным средним значением в любом состоянии. Поэтому эрмитов оператор, связывающий два таких ортогональных подпространства, не может быть измерим. Примером подобной ситуации служит гильбертово пространство, состоящее из состояний $1, 2, 3, \dots, n, \dots$ частиц с зарядом e у каждой. Ортогональными подпространствами тогда являются системы с определенным полным зарядом, и эрмитов оператор, связывающий подпространства с различными полными зарядами, не может быть наблюдаемым. Правило суперотбора в этом случае есть закон сохранения заряда, или эквивалентная ему калибровочная инвариантность первого рода (см. гл. 7, § 7).

Изложенное выше эквивалентно утверждению, что все лучи, принадлежащие только одному подпространству, реализуемы, а лучи, обладающие проекциями на два или более подпространств, не могут быть реализованы. Если не все лучи реализуемы, то ясно, что нет измерения, которое привело бы к этим нереализуемым состояниям. Поэтому они не могут быть собственными функциями какого-либо эрмитова оператора, соответствующего наблюдаемой величине для данной физической системы. Следовательно, чтобы быть наблюдаемым, эрмитов оператор должен удовлетворять некоторым условиям (правилам суперотбора). В обычной элементарной квантовой механике используется одно когерентное пространство, так что можно различить любые два луча, и все самосопряженные операторы наблюдаемы.

Дальше, в квантовой механике постулируется, что операторы координаты и импульса частицы подчиняются следующим перестановочным соотношениям:

$$[q_l, p_j] = i\hbar\delta_{lj} \quad (l, j = 1, 2, 3). \quad (1.4)$$

Существует математическая теорема (см. книгу фон Неймана [813]), согласно которой для частицы без внутренних степеней свободы эти операторы неприводимы, что означает, что полное гильбертово пространство не имеет подпространств, которые бы оставались инвариантными при действии этих операторов. Это свойство эквивалентно утверждению, что любой оператор, коммутирующий с p и q , кратен единичному и что всякий оператор является функцией p и q . Описание системы в терминах наблюдаемых p и q является полным.

Наконец, в квантовой механике постулируется, что динамическое поведение системы описывается уравнением Шредингера

$$i\hbar\partial_t |\psi\rangle = H |\psi\rangle, \quad (1.5)$$

где $\partial_t = \partial/\partial t$, а гамильтониан системы H служит генератором преобразования сдвигов по времени. Здесь мы имеем в виду следующее. Предположим, что изменение вектора состояния со временем может быть получено действием

оператора $U(t, t_0)$ на начальное состояние $|t_0\rangle$, т. е.

$$|t\rangle = U(t, t_0)|t_0\rangle, \quad (1.6a)$$

$$U(t_0, t_0) = 1. \quad (1.6b)$$

Для сохранения вероятности требуется, чтобы норма вектора не изменялась со временем

$$\begin{aligned} \langle t|t\rangle &= \langle t_0|t_0\rangle = \\ &= \langle t_0|U^*(t, t_0)U(t, t_0)|t_0\rangle, \end{aligned} \quad (1.7)$$

и, следовательно, чтобы

$$U^*(t, t_0)U(t, t_0) = 1. \quad (1.8a)$$

Однако это условие еще не гарантирует унитарность U . Для унитарности еще нужно, чтобы выполнялось соотношение

$$U(t, t_0)U^*(t, t_0) = 1. \quad (1.8b)$$

Это условие будет удовлетворено, если для U выполняется групповое свойство

$$U(t, t_1)U(t_1, t_0) = U(t, t_0). \quad (1.9)$$

Действительно, если в равенстве (1.9) положить $t = t_0$ и предположить справедливость его при $t_0 < t_1$, то найдем

$$U(t_0, t_1)U(t_1, t_0) = 1, \quad (1.10a)$$

откуда

$$U(t_0, t_1) = U^{-1}(t_1, t_0). \quad (1.10b)$$

Умножая (1.10a) слева на $U^*(t_0, t_1)$ и используя (1.8a), получаем

$$U(t_1, t_0) = U^*(t_0, t_1) = U^{-1}(t_0, t_1). \quad (1.10b)$$

Следовательно, оператор U — унитарный.

Пусть t бесконечно мало отличается от t_0 , и $t - t_0 = \delta t$; тогда с точностью до первого порядка по δt можно написать

$$U(t_0 + \delta t, t_0) = 1 - \frac{i}{\hbar} H \delta t. \quad (1.11)$$

Для унитарности U оператор H должен быть эрмитовым. Оператор H имеет размерность энергии. Таким образом, при бесконечно малом изменении времени равенство (1.6a) можно переписать в виде

$$|t_0 + \delta t\rangle - |t_0\rangle = -\frac{i}{\hbar} H \delta t |t_0\rangle. \quad (1.12a)$$

В пределе $\delta t \rightarrow 0$ это равенство превращается в уравнение (1.5), так как по определению

$$\lim_{\delta t \rightarrow 0} (\delta t)^{-1} (|t + \delta t\rangle - |t\rangle) = \partial_t |t\rangle. \quad (1.12b)$$

§ 2. Шредингеровская и гейзенберговская картины движения

Выше, приводя сведения по квантовой механике, мы отмечали, что состояние системы в некоторый заданный момент времени t определяется результатами всех возможных экспериментов над системой в этот момент

времени. Вся информация содержится в векторе состояния $|t\rangle_S = |\Psi_S(t)\rangle$. Развитие же системы во времени находит свое выражение в том, что вектор состояния зависит от времени и изменяется по закону, который определяется уравнением Шредингера

$$H_S |\Psi_S(t)\rangle = i\hbar \partial_t |\Psi_S(t)\rangle. \quad (1.13)$$

Операторы, соответствующие физическим наблюдаемым, F_S , от времени не зависят; они одни и те же для всех моментов времени: $\partial_t F_S = 0$. Эти условия служат определением шредингеровской картины движения, принадлежность к которой мы отмечаем индексом S (см. книгу Дирака [181]).

Хотя операторы от времени не зависят, их средние значения в каком-либо состоянии в общем случае зависят от времени. Если обозначим среднее

$$\langle F_S \rangle = \langle \Psi_S(t) | F_S | \Psi_S(t) \rangle, \quad (1.14)$$

то

$$i\hbar \frac{d}{dt} \langle F_S \rangle = \langle \Psi_S(t) | [F_S, H_S] | \Psi_S(t) \rangle. \quad (1.15)$$

В шредингеровской картине можно ввести оператор $\dot{F}_S$ такой, что по определению

$$\langle \dot{F}_S \rangle = \frac{d}{dt} \langle F_S \rangle. \quad (1.16)$$

Преобразуем теперь вектор состояния $|\Psi_S(t)\rangle$ при помощи зависящего от времени унитарного преобразования $V(t)$:

$$|\Phi(t)\rangle = V(t) |\Psi_S(t)\rangle, \quad (1.17a)$$

$$V(t) V^*(t) = V^*(t) V(t) = 1, \quad (1.17b)$$

$$V^*(t) = V^{-1}(t). \quad (1.17b)$$

Воспользовавшись уравнениями (1.13) и (1.17a), найдем, что $|\Phi(t)\rangle$ подчиняется следующему уравнению:

$$i\hbar \partial_t |\Phi(t)\rangle = [i\hbar \partial_t V(t) V^{-1}(t) + V(t) H_S V^{-1}(t)] |\Phi(t)\rangle. \quad (1.18)$$

Если мы выберем зависящий от времени унитарный оператор V , удовлетворяющим уравнению

$$-i\hbar \partial_t V(t) = V(t) H_S V^{-1}(t) \cdot V(t), \quad (1.19)$$

то преобразованное состояние $|\Phi_H\rangle$ окажется независимым от времени, т. е. $\partial_t |\Phi_H\rangle = 0$. С учетом унитарности оператора $V(t)$ среднее значение оператора F_S выражается через состояния $|\Phi_H\rangle$ следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle F \rangle &= (\Psi_S(t), F_S \Psi_S(t)) = (V(t) \Psi_S(t), V(t) F_S \Psi_S(t)) = \\ &= (\Phi_H, V(t) F_S V^{-1}(t) \Phi_H). \end{aligned} \quad (1.20)$$

Определим теперь оператор $F_H(t)$ согласно

$$F_H(t) = V(t) F_S V^{-1}(t), \quad (1.21)$$

так что $F_H(t)$ будет иметь то же среднее значение в состоянии $|\Phi_H\rangle$, что и оператор F_S в состоянии $|\Psi_S\rangle$. Дифференцируя (1.17b) по времени, получаем соотношение

$$(\partial_t V) V^* + V \partial_t V^* = 0, \quad (1.22)$$