

А.М. Мелешина

**Пособие для
самостоятельного обучения
решению задач по физике в
вузе**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 37-053.2
ББК 74.27я7
А11

А.М. Мелешина
А11 Пособие для самостоятельного обучения решению задач по физике в вузе / А.
М. Мелешина – М.: Книга по Требованию, 2021. – 439 с.

ISBN 978-5-458-33112-8

В книге используется новый метод дачи рекомендаций студентам, который должен помочь им самостоятельно, без помощи преподавателя, научиться решению несложных задач общего курса физики. Этот метод обеспечивает необходимость размышлений над задачей, индивидуальность помощи (разные рекомендации в зависимости от характера затруднений). Пособие предназначено для студентов технических вузов, пединститутов, университетов.

ISBN 978-5-458-33112-8

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2021

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

КАК РАБОТАТЬ С ЭТИМ ПОСОБИЕМ

Цель пособия — помочь вам научиться решать задачи по физике. Эта цель может быть достигнута только в том случае, если вы искренне хотите развить у себя способность к решению задач. Заметим, что умение решать задачи поможет вам при изучении не только физики, но и любой другой области знаний, так как вырабатывает логическое мышление, способность анализировать материал и доискиваться до причины того или иного явления.

Задачи расположены в порядке возрастающей трудности, при этом ход решения некоторых из них опирается на результаты или ход решения предыдущих. Поэтому лучше решать все задачи подряд. Некоторые из предлагаемых задач могли встречаться вам еще в средней школе, однако пропускать их не следует, так как метод, которым надо их решать теперь, отличается от школьного, и именно он должен быть усвоен вами на примере решения простых задач. Помните всегда, что ваша цель при решении задач — не знание ответа, а умение самостоятельно найти этот ответ.

Прежде чем приступить к решению задач, нужно изучить теорию по рекомендованным вашим преподавателем и программой курса учебникам или учебным пособиям. Учебную литературу по физике нужно не только читать, но и изучать с карандашом в руке, вникая в смысл сообщаемой информации. Очень полезно при этом вести свой собственный конспект (ССК), содержащий подробное описание физических явлений, экспериментов, особенно доказательств и выводов. Запись в конспекте нужно делать тогда, когда вы поняли материал и можете говорить о нем своими словами. В ССК нужно оставлять место для дальнейших пояснений, добавлений, примеров. Так, после решения задач по данной теме может оказаться, что первоначально вы не совсем верно поняли какой-то вопрос, упустили некоторые детали и т. д. Поэтому потребуется частичная переделка и расширение записи в конспекте. Навык ведения ССК пригодится вам не только в связи с изучением физики.

Каждый раздел книги начинается с изложения основ-

ных положений теории, на которые следует опираться при решении задач. Кроме того, книга снабжена математическим приложением, в котором даны математические положения, необходимые для того, чтобы иметь возможность решать предлагаемые задачи. Математическое приложение не заменяет курса высшей математики, а лишь помогает лучше ориентироваться в нем. Ссылка на математическое приложение обозначается в тексте буквой М, рядом с которой стоит номер его пункта.

Прежде всего постарайтесь самостоятельно решить задачу и получить требуемые числовые значения. К ответу имеет смысл обращаться только в том случае, если решение вами найдено. Числовое совпадение вашего ответа с указанным в книге почти наверняка означает, что ваши рассуждения были верными. Несовпадение может иметь следующие причины: 1) ошибка в технике вычисления, 2) неправильное применение единиц измерения, 3) неверный вывод общей формулы, 4) использование законов и формул, которые неприменимы при данных условиях задачи.

Если ваш результат не сходится с ответом или вы не можете найти решение, подумайте, что мешает вам решить задачу или приступить к ее решению. После формулировки задачи записаны предположения о возможных ваших затруднениях. Выберите то, которое ближе всего к вашему, и прочитайте рекомендацию, номер которой стоит в скобках.

Все рекомендации нужно выполнять самостоятельно. Например, если вам предлагается сделать чертеж, который можно сравнить с приведенным в другой рекомендации (в тексте она обозначается сокращенно буквой р, после которой стоит ее номер), ни в коем случае не обращайтесь к ней сразу. Там вы действительно найдете правильный чертеж, но в готовом виде он вам принесет немного пользы. Ведь вам важно знать, не каков чертеж, а как его построить. А для того чтобы приобрести навык в любой работе, необходимо эту работу выполнять самостоятельно, в частности, очень важно сознательно проделывать все операции, догадываясь, какими они должны быть.

Часть задач снабжена выводами. Их нужно читать после того, как решение задачи доведено до конца. Эти выводы полезно принимать во внимание при решении последующих задач.

Если, решая задачу, вы нашли правильный ответ, не прибегая к рекомендациям, кратко запишите в специальную

страдь то, что вами проделано, и переходите к размышлению над следующей задачей или к решению контрольных задач. Если вам при решении задачи приходилось обращаться к рекомендациям, необходимо записать в специальную тетрадь формулировку задачи и весь ход ее решения так, чтобы никаких неясностей не было. Такая запись будет служить эталоном при решении задач подобного типа и пригодится при подготовке к зачетам и экзаменам.

Если, несмотря на наши советы, задача не выходит, вспомните приведенные в начале раздела примеры, еще раз перечитайте его теоретическую часть, вспомните решения предыдущих задач, загляните в учебник. Если и это не поможет, отложите на время задачу: часто решение не получается от усталости, так что вернуться к задаче следует после отдыха. Если прерывать работу нежелательно, попробуйте заняться следующей задачей. Иногда более сложная задача оказывается легче, чем простая, а поняв ее решение, можно без труда решить и простую задачу. Однако «перескакивание» через задачу должно быть исключением, потому что обычно в какой-то своей части ее решение опирается на решение предыдущей задачи.

В конце большинства разделов даются контрольные задачи. Они легче приведенных в разделах, и поэтому не имеют отсылок к рекомендациям, для них приводятся лишь ответы. Если вы не можете решить какую-либо из контрольных задач, значит вы недостаточно размышляли над программированными задачами и нужно снова отработать их решение.

Несмотря на различие в видах задач, их решение можно проводить по следующему общему плану (некоторые пункты плана могут выпадать в конкретном случае, может меняться и порядок выполнения некоторых пунктов).

- 1) прочитать внимательно условие задачи,
- 2) посмотреть, все ли термины в условии задачи известны и понятны (если что-то неясно, следует обратиться к учебнику, посмотреть решение предыдущих задач, теоретическую часть раздела);
- 3) записать в сокращенном виде условие задачи (когда введены стандартные обозначения, легче вспомнить формулы, связывающие соответствующие величины, четче видно, какие характеристики заданы, все ли они выражены в одной системе единиц и т. д.);
- 4) сделать чертеж, если это необходимо (делая чер-

теж, нужно стараться представить ситуацию в наиболее общем виде, например, если решается задача о колебании маятника, его следует изобразить не в положении равновесия, а отклоненным);

5) провести анализ задачи, вскрыть ее физический смысл (нужно четко понимать, в чем будет заключаться решение задачи; так, если требуется найти траекторию движения точки, то ответом должна служить запись уравнений кривой, описывающей эту траекторию; на вопрос, будет ли траектория замкнутой, следует ответить «да» или «нет» и объяснить, почему выбран такой ответ, траекторию при этом искать не нужно);

6) установить, какие физические законы, свойства и формулы могут быть использованы при решении данной задачи;

7) составить уравнения, связывающие физические величины, которые характеризуют рассматриваемые явления с количественной стороны, и решить их относительно неизвестных величин, получив ответ в общем виде;

8) перевести количественные характеристики в стандартную систему единиц (СИ), найти числовой результат;

9) проанализировать полученный ответ, выяснить, как изменяется искомая величина при изменении других величин, функцией которых она является, исследовать предельные случаи.

Если в задаче несколько вопросов, отыскивать ответы на них не обязательно в том порядке, в котором поставлены вопросы.

Для более глубокого усвоения курса физики целесообразно решать задачи из следующих задачникков:

Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. М., 1977.

Новодворская Е. М. Методика проведения упражнений по физике. М., 1970.

Сахаров Д. И. Сборник задач по физике. М., 1967.

Чертов А. Г., Воробьев А. А. Задачник по физике. М., 1981.

Сборник задач по общему курсу физики. Раздел оптики/Под ред. Д. В. Сивухина. М., 1977.

Многие задачи, предлагаемые в нашем пособии, взяты из указанных источников.

Глава 1

КЛАССИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

1. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Прежде чем приступить к решению задач по механике, необходимо изучить кинематическое описание движения точки (координаты, скорость, ускорение), законы Ньютона. Этот материал изложен в любой книге по механике общего курса физики. Здесь мы приводим его краткое описание.

Не огорчайтесь, если при первом знакомстве с изложенным в данном разделе материалом вы многого не поймете. Понимание придет тогда, когда вы начнете применять его для решения конкретных задач. Давая рекомендации, мы старались придерживаться такого пути решения, который соответствует общей методологии данного раздела физики. Усвоив его, вы овладеете методом решения большого класса задач, что важно с практической точки зрения. Конечно, многие задачи можно решать и более простыми способами, но каждый из них пригоден лишь для данного частного случая. Если вы найдете такой способ самостоятельно и получите правильный ответ, можно считать, что задание вами выполнено успешно. Однако при решении других задач могут встретиться затруднения из-за незнания общего принципа подхода к задачам данного раздела. Поэтому мы советуем для каждой задачи искать наиболее общий путь решения. Лишь в редких случаях вследствие громоздкости выкладок или сложности математических операций необходимо искать частное решение, о чем делается соответствующее указание.

1.1. Основная задача механики системы точек — описание различных характеристик ее движения. Главной характеристикой движения является закон движения, т. е. зависимость координат точек от времени. Если между точками есть взаимодействие, например, действуют силы тяготения или кулоновские силы (если точки заряжены) и т. д., движение системы точек оказывается сложным. Поэтому вначале рассмотрим движение одной точки

1.2. Простой вид движения точки — прямолинейное дви-

жение, когда точка может двигаться только вдоль некоторой прямой, которую принимают за ось координат, например x . В таком случае положение точки характеризуется одной координатой x , а закон ее движения известен, если известна зависимость этой координаты от времени: $x=x(t)$.

Скорость точки есть $\frac{dx}{dt} \equiv \dot{x}$ и, вообще говоря, также может зависеть от времени. Ускорение есть $\frac{d^2x}{dt^2} \equiv \ddot{x}$ и тоже может

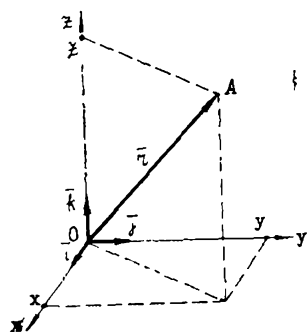


Рис. 1

меняться со временем. Соответствующая математическая информация содержится в МЗ.

В общем случае положение точки в пространстве может быть описано радиус-вектором $\vec{r}$, имеющим составляющие x , y , z (рис. 1): $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, где $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ — единичные векторы (орты); x , y , z — проекции вектора $\vec{r}$ на оси координат (см. М2). Если известен закон движения точки вдоль каждой из осей координат, т. е. $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, то известен и радиус-вектор $\vec{r}(t)$, и наоборот. Если x , y , z изменяются со временем неодинаково,

то точка A перемещается, вообще говоря, по кривой линии. Следовательно, криволинейное движение может быть описано с помощью трех прямолинейных движений (координатное описание).

1.3. Закон инерции Ньютона утверждает, что существуют инерциальные системы отсчета (системы координат), в которых выполняется закон инерции: в отсутствие сил точка движется прямолинейно и равномерно. В дальнейшем будем предполагать, что все описания движения ведутся в инерциальной системе координат, если специально не оговорено обратное. Поэтому если точка движется с ускорением, значит на нее действуют силы.

Сила — это мера механического действия на данное материальное тело других тел как при непосредственном контакте, так и через посредство создаваемых телами полей (поле тяготения, электрическое поле и т. д.). Сила характеризуется численным значением (в дальнейшем будем писать —

значение), направлением и точкой приложения, т. е. является вектором.

1.4. В механике наиболее характерны следующие типы задач:

I — определение силы по характеру вызываемого ею движения,

II — нахождение закона движения по заданным силам.

Согласно второму закону Ньютона, в инерциальной системе координат выполняется равенство $\vec{F} = m\vec{a}$, где $\vec{F}$ — результирующая всех сил, действующих на точку; m — масса точки, $\vec{a}$ — ее ускорение. Если положение точки в пространстве характеризовать радиусом-вектором $\vec{r}$, т. е. закон движения — векторной функцией $\vec{r}(t)$, то скорость $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \equiv \dot{\vec{r}}$, ускорение $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \equiv \ddot{\vec{r}}$. Таким образом, выполняется равенство

$$m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}. \quad (\text{H})$$

Равенство (H) называется уравнением движения. Задачи обоих типов решаются с использованием уравнения (H). Рассмотрим их более подробно.

1.5. Задачи типа I. Известен закон движения, т. е. зависимость координат точки от времени $\vec{r} = \vec{r}(t)$ или $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$, $z = f_3(t)$. Найти силу $\vec{F}$ (или ее составляющие — проекции вектора $\vec{F}$ на оси координат: F_x , F_y , F_z).

При решении задач типа I нужно использовать тот факт, что ускорение $\vec{a}$ (или его проекции) есть вторая производная от радиуса-вектора (или соответствующих ему координат) по времени:

$$\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \left(a_x = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{d^2z}{dt^2} \right).$$

Пример 1. Найти силу $\vec{F}$, под действием которой точка массой m движется по прямой по закону $x = at^2/2$, где a — заданная постоянная.

Решение. Нужно воспользоваться уравнением (H), подставив в него закон движения: $x = at^2/2$. Продифференцировав x , получим: $\frac{dx}{dt} = at$, $\frac{d^2x}{dt^2} = a$, следовательно, $F = ma$ — постоянная величина. Здесь a — величина ускорения.

При одномерном движении вас может интересовать только знак силы, который определяется знаком ускорения. В случае пространственного движения может ставиться вопрос о направлении силы, т. е. о силе как векторе.

Пример 2а. Точка движется вдоль оси x по закону $x = a \cos \omega t$, где a и ω — заданные постоянные. Найти силу как функцию координат.

Решение. Согласно закону Ньютона, $F = m \frac{d^2x}{dt^2}$,

$$\frac{dx}{dt} = -a\omega \sin \omega t, \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -a\omega^2 \cos \omega t, \quad \text{т. е. } F = -m\omega^2 \cos \omega t.$$

Поскольку $x = a \cos \omega t$, получим: $F = -m\omega^2 x$. Таким образом, мы нашли искомую силу. Запишем полученное выражение для F в несколько ином виде, введя новую постоянную $k \equiv m\omega^2 > 0$: $F = -kx$. В точке $x = 0$ сила $F = 0$. При положительных значениях x она направлена в отрицательную сторону изменения координаты, при отрицательных — в положительную. Чем больше отклоняется точка от начала координат (положение равновесия), тем большая сила стремится вернуть ее в первоначальное положение. Такая сила называется возвращающей (упругой).

Пример 2б. (Этот пример при первом знакомстве с общими положениями можно пропустить.) Точка массой m движется в плоскости по закону $x = a \cos \omega t$, $y = a \sin \omega t$, где a и ω — заданные постоянные. Найти силу, действующую на точку.

Решение. Так как $F_x = m \frac{d^2x}{dt^2}$, найдем вторую производную от x : $\frac{dx}{dt} = -a\omega \sin \omega t$; $\frac{d^2x}{dt^2} = -a\omega^2 \cos \omega t$. Следовательно, $F_x = -m\omega^2 \cos \omega t = -m\omega^2 x$. Аналогичным образом $F_y = -m\omega^2 y$. Следовательно, числовое значение силы $F \equiv \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = m\omega^2$. Определим ее направление. Для этого построим радиус-вектор точки A (рис. 2). Из чертежа видно, что $\operatorname{tg} \alpha = y/x$ *. Но угол, который составляет вектор $\vec{F}$ с осью x , определяется из условия $F_y/F_x = y/x = \operatorname{tg} \angle(\vec{F}, \vec{x})$. Таким образом, сила направлена по линии вектора $\vec{r}$. Такая сила называется центральной. Знак проекции силы обратен знаку проекции $\vec{r}$, следовательно, сила направлена к началу координат (сила притяжения к силовому центру).

* По поводу тригонометрических функций см М1.

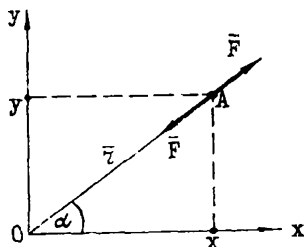


Рис. 2

1.6. Задачи типа II. Задана сила $\vec{F}$ как функция координат и времени $\vec{F} = \vec{F}(x, y, z, t)$. Найти закон движения $\vec{r}(t)$.

При решении задач типа II равенство (H) нужно рассматривать как дифференциальное уравнение второго порядка для нахождения $\vec{r}(t)$:

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{F}. \quad (H')$$

Обычно уравнение (H') проектируется на оси координат:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_x, \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_y, \quad m \frac{d^2 z}{dt^2} = F_z, \quad (H'')$$

и решается система трех уравнений.

Так как в механике постоянно встречаются производные по времени, для них вводят следующие сокращенные обозначения:

$$\frac{dx}{dt} \equiv \dot{x}, \quad \frac{d^2 x}{dt^2} \equiv \ddot{x}, \quad \dots, \quad \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \equiv \ddot{\vec{r}}, \quad \dots$$

Таким образом, уравнение (H') можно переписать в виде $m \ddot{\vec{r}} = \vec{F}$, а уравнения (H'') — в виде

$$m \ddot{x} = F_x; \quad m \ddot{y} = F_y; \quad m \ddot{z} = F_z.$$

При решении дифференциального уравнения второго порядка появляются две произвольные постоянные. Их находят из заданных начальных условий (координаты и скорости в начальный момент времени).

Пример 3а. На точку действует постоянная сила $\vec{F}$. Найти закон движения.

Примечание Важным примером постоянной силы является сила поля тяжести. Вы знаете, что ускорение силы тяжести $\vec{g}$ приблизительно можно считать постоянным ($g \simeq 9,8 \text{ м/с}^2$). Поэтому сила тяжести постоянна $\vec{F} = m\vec{g}$, где m — масса точки.

Решение. Выберем систему координат так, чтобы сила $\vec{F}$ была направлена вдоль одной из осей (например, вдоль

оси x). Тогда уравнения движения примут следующий вид:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x, \quad (1)$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = 0, \quad (2)$$

$$m \frac{d^2z}{dt^2} = 0, \quad (3)$$

или в сокращенной записи:

$$m\ddot{x}=F_x, \quad m\ddot{y}=0, \quad m\ddot{z}=0.$$

Поскольку сила направлена вдоль оси x , модуль ее $F=F_x$, поэтому в дальнейшем описании решения задачи индекс x у проекции силы можно опустить.

Из уравнений (2) и (3) следует, что в тех направлениях, в которых сила не действует, ускорение равно нулю ($\frac{d^2y}{dt^2} = 0$), так что точка движется по инерции (в частности, может покоиться). Из уравнения (1) вытекает, что при действии постоянной силы ускорение постоянно ($\frac{d^2x}{dt^2} = F/m = \text{const}$), т. е. движение равноускоренное (или равнозамедленное, если ускорение отрицательно).

Решаем уравнение (1). Поскольку

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = m \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right),$$

имеем:

$$d \frac{dx}{dt} = F/m dt.$$

Проинтегрировав обе части полученного равенства по t , найдем:

$$\frac{dx}{dt} = \int F/m dt + C_1, \quad \text{или} \quad \frac{dx}{dt} = F/mt + C_1, \quad \text{или} \quad \dot{x} = F/mt + C_1.$$

Проинтегрировав последнее равенство еще раз по t , получим проекцию на ось x радиуса-вектора, описывающего искомый закон движения:

$$x = F/mt^2/2 + C_1 t + C_2. \quad (4)$$

Решим уравнение (2), проинтегрировав два раза по t :

$$\frac{dy}{dt} = C_3, \quad y = C_3 t + C_4. \quad (5)$$