

Штаде Франц

**Краткий курс геометрического черчения и
начертательной геометрии**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 82-3
ББК 84
Ф82

Ф82 **Франц Ш.**
Краткий курс геометрического черчения и начертательной геометрии / Штаде Франц – М.: Книга по Требованию, 2025. – 128 с.

ISBN 978-5-521-31587-1

ISBN 978-5-521-31587-1

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2025
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2025

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

II.

Дѣленіе прямыхъ и угловъ на части. Построеніе масштабовъ.

8) Раздѣлить прямую АВ на произвольное число, напр., на 7 равныхъ частей. *Табл. II, фиг. 8.*

Изъ А проведемъ подъ произвольнымъ угломъ прямую АЈ и отложимъ по этой прямой отъ точки А произвольный отрѣзокъ АС 7 разъ. Конецъ Ј послѣдняго отрѣзка соединимъ съ концомъ В прямой АВ, а черезъ точки С, D, E, F, G, H проведемъ параллели къ ВЈ, которыя пересѣкутъ АВ въ точкахъ $C_1, D_1, E_1, F_1, G_1, H_1$, при чемъ полученные отрѣзки равны каждый $\frac{1}{7}$ АВ.

9) Раздѣлить прямую АВ въ отношеніи 1 : 3 : 4. *Табл. II, фиг. 9*

Проведемъ изъ точки А произвольную прямую, по которой отъ точки А отложимъ $1 + 3 + 4 = 8$ равныхъ частей, такъ что отрѣзки $AC = 1, CD = 3 AC$ и $DE = 4 AC$. Затѣмъ соединимъ точку E съ В и черезъ точки С и D проведемъ параллели къ EB, которыя пересѣкутъ АВ въ точкахъ C_1 и D_1 , причемъ $AC_1 = 1, C_1D_1 = 3AC_1$ и $D_1B = 4AC_1$.

10) Раздѣлить прямую АВ на 2, 4, 8 и т. д. равныхъ частей.

а) *Табл. II, фиг. 10а.* Возставимъ перпендикуляръ къ прямой АВ въ ея серединѣ. Для этого изъ точекъ А и В произвольнымъ радіусомъ, большимъ половины АВ проведемъ дуги, которыя пересѣкутся вверху и внизу прямой въ точкахъ С и D. Точка М пересѣченія прямой CD съ АВ и будетъ серединой АВ, такъ что $AM = BM$.

Дальнѣйшее дѣленіе пополамъ производится такимъ же образомъ, благодаря чему прямая АВ раздѣлится на 4, 8, 16 равныхъ частей, и мы имѣемъ:

$$AN = NM = \frac{1}{2} AM = \frac{1}{4} AB,$$

$$AO = ON = \frac{1}{2} AN = \frac{1}{8} AB,$$

$$AP = PO = \frac{1}{2} AO = \frac{1}{16} AB.$$

б) *Табл. II, фиг. 10б.* Нѣсколькими пробами можно раздѣлить прямую на любое число равныхъ частей, какъ это показано на чертежѣ. Однако, при большомъ числѣ частей рациональнѣе пользоваться построеніемъ, показаннымъ въ задачѣ 8.

11) Построеніе масштабовъ. *Табл. II, фиг. 11.*

Масштабы бываютъ обыкновенные—линейные, и десятичные.

Такъ какъ чертежи разныхъ предметовъ не могутъ быть вычерчены въ натуральную величину, то для полученія полнаго представленія о формѣ предмета его вычерчиваютъ въ уменьшенномъ масштабѣ. Рабочіе чертежи, т. е. детали отдѣльных частей, рационально дѣлать въ возможно большемъ масштабѣ, лучше всего въ натуральную величину, или въ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$ натуральной величины. Чертежи цѣлыхъ машинъ дѣлаются, въ зависимости отъ размѣровъ, въ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{20}, \frac{1}{25}, \frac{1}{40}, \frac{1}{100}$ натуральной величины. При геодезическихъ съемкахъ пользуются масштабами въ 1 : 100, 1 : 200, 1 : 500, 1 : 1000, 1 : 2280, 1 : 2880

Слѣдуетъ обратить особенное вниманіе на тщательное вычерчиваніе масштаба, такъ какъ отъ него зависитъ точность всего чертежа.

За единицу длины принять метръ, равный $\frac{1}{10.000.000}$ части четверти парижскаго меридіана. Метръ (м.) дѣлится на дециметры (дцм.), сантиметры (см.) и миллиметры (мм.), такъ что

$$\begin{aligned} 1 \text{ м.} &= 10 \text{ дцм.} = 100 \text{ см.} = 1000 \text{ мм.}, \\ 1 \text{ дцм.} &= 10 \text{ см.} = 100 \text{ мм.}, \\ 1 \text{ см.} &= 10 \text{ мм.} \\ 10 \text{ м.} &= 1 \text{ декаметр} = 1 \text{ дкм.}, \\ 100 \text{ м.} &= 1 \text{ гектаметр} = 1 \text{ гкм.}, \\ 1000 \text{ м.} &= 1 \text{ километр} = 1 \text{ км.} \end{aligned}$$

Если масштабъ долженъ быть расположенъ симметрично къ срединѣ листа, то симметрично къ средней линіи откладываютъ 1 метръ въ выбранномъ масштабѣ. Слѣва отъ этого метра откладываютъ равные ему отрѣзки, а справа — отрѣзки, кратные метру. За нулевой точкой наносятъ еще одинъ метръ, который дѣлится на дециметры.

Въ случаѣ если предметы вычерчиваются въ сильно уменьшенномъ видѣ, пользуются десятичнымъ масштабомъ, который строится слѣдующимъ образомъ:

Вычерчиваютъ обыкновенный масштабъ въ желательномъ размѣрѣ и въ лѣвомъ концѣ возставляютъ перпендикуляръ, на которомъ откладываютъ 10 разъ отрѣзокъ произвольной длины. Черезъ полученныя точки проводятъ прямыя, параллельныя основанію и, наконецъ, проводятъ наклонныя параллели 0 I, 1 II, 2 III, 3 IV, 4 V, 5 VI, 6 VII, 7 VIII, 8 IX, 9 X.

Положимъ, что намъ нужно взять по такому масштабу 3,27 метра. Для этого мы внизу беремъ 3,20 м. и затѣмъ переносимъ циркуль въ седьмую горизонтальную линію, откуда беремъ слѣдующія 0,07 м.

12) Раздѣлить уголъ на 4, 8, 16 равныхъ частей *Табл. III, фиг. 12.*

Изъ вершины А засѣчемъ произвольнымъ радіусомъ стороны угла въ точкахъ Е и D, изъ которыхъ проведемъ дуги равными радіусами. Прямая АЕ, соединяющая вершину А съ точкой пересѣченія этихъ дугъ, дѣлитъ уголъ САВ пополамъ. Дальнѣйшимъ дѣленіемъ получимъ $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ даннаго угла.

13) Раздѣлить прямой уголъ на 3, 6, 12 равныхъ частей. *Табл. III, фиг. 13.*

Изъ вершины А произвольнымъ радіусомъ АЕ проведемъ дугу, которая пересѣчетъ стороны угла въ Е и D. Затѣмъ изъ точекъ D и Е засѣкаемъ эту дугу тѣмъ же радіусомъ въ точкахъ F и G. Прямая, соединяющая точки F и G съ вершиной угла, дѣлитъ его на три равныя части. Раздѣливши каждую часть пополамъ или на 4 части, получимъ $\frac{1}{6}$ и $\frac{1}{12}$ часть прямого угла.

Дѣленіе на три равныя части возможно только при прямомъ углѣ. При остромъ или тупомъ углѣ дѣленіе на три части возможно только пробами или вычисленіемъ.

14) Измѣреніе угловъ. *Табл. III, фиг. 14.*

Для измѣренія величины угла или для построенія угла данной величины пользуются раздѣленнымъ на градусы транспортиромъ, который прикладывается къ одной сторонѣ угла такъ, что вершина угла совпадаетъ съ геометрическимъ центромъ транспортира. Направленіе второй стороны угла показываетъ число градусовъ его.

За единицу угловъ принимается прямой уголъ, который дѣлится на градусы, минуты и секунды, такъ что

$$\begin{aligned} 1 \text{ прямой уголъ} &= 90^\circ \text{ (градусовъ),} \\ 1^\circ &= 60' \text{ (минутъ),} \\ 1' &= 60'' \text{ (секундъ).} \end{aligned}$$

III.

О к р у ж н о с т и.

Если точка движется въ плоскости такимъ образомъ, что остается въ постоянномъ разстояніи отъ неподвижной точки плоскости, то описанная при этомъ кривая называется окружностью.

15) Въ точкѣ X окружности, описанной изъ центра M , провести касательную къ этой окружности и нормаль, перпендикулярную къ касательной. *Табл. III, фиг. 15.*

Соединимъ точку X съ центромъ O и въ точкѣ X возставимъ перпендикуляръ къ MX (см. задачу 1), который и будетъ касательной къ окружности въ данной точкѣ. Прямая MX есть нормаль къ окружности въ той же точкѣ.

16) Изъ точки X , лежащей внѣ окружности, описанной изъ центра M , провести двѣ касательныя къ окружности и соотвѣтствующія нормали. *Табл. III, фиг. 16.*

Соединимъ X съ M прямой MX и раздѣлимъ ее въ точкѣ C пополамъ (задача 10). Изъ C радиусомъ $CX = CM$ опишемъ окружность, которая пересѣчетъ данную окружность въ точкахъ T и T_1 , представляющихъ искомыя точки касанія. Соединивши точки T и T_1 съ X , получимъ искомыя касательныя XT и XT_1 . Прямая, проведенная изъ центра M черезъ точки касанія T и T_1 , будутъ искомыми нормальми.

17) Къ данной окружности, описанной изъ центра M , провести касательныя, параллельныя данной прямой AB . *Табл. III, фиг. 17.*

Изъ M опустимъ перпендикуляръ на прямую AB (задача 2). Если продолжимъ его за центръ M , то получатся двѣ точки T и T_1 пересѣченія перпендикуляра съ окружностью. Черезъ точки T и T_1 проведемъ прямыя, параллельныя AB (задача 7), которыя и будутъ искомыми касательными, а прямая перпендикулярная къ AB и проходящая черезъ центръ M , представляетъ соотвѣтствующія нормали.

18) Построить окружность, проходящую черезъ три данныя точки, или черезъ вершины даннаго треугольника. *Табл. III, фиг. 18.*

Проведемъ прямыя, перпендикулярныя къ двумъ сторонамъ треугольника и проходящія черезъ ихъ середины (задача 1). Точка M пересѣченія этихъ перпендикуляровъ и есть центръ окружности, проходящей черезъ точки A , B и C ; разстояніе M отъ вершинъ треугольника равно радиусу окружности, такъ что

$$AM = BM = CM.$$

19) Вписать окружность въ данный треугольникъ. *Табл. III, фиг. 19.*

Раздѣлимъ два угла треугольника пополамъ (задача 12). Точка М пересѣченія биссектрисъ (прямыхъ, дѣлящихъ углы треугольника пополамъ) и есть центръ вписанной окружности, радіусъ которой равенъ длинѣ перпендикуляровъ $ME=MF=MD$, опущенныхъ изъ М на стороны треугольника. Окружность касается сторонъ въ точкахъ D, E и F.

20) Построить наружныя касательныя къ двумъ даннымъ окружностямъ, описаннымъ изъ центровъ М и m. *Табл. III, фиг. 20.*

Изъ центра М большей окружности опишемъ вспомогательную окружность радіусомъ $MB_1 = R - r$ и изъ центра m проведемъ двѣ касательныя къ этой окружности (задача 16) и соотвѣтствующія нормали, которыя пересѣкутъ данную окружность, описанную изъ центра М, въ точкахъ А и В. Черезъ точки А и В проведемъ (задача 7) параллельно полученнымъ касательнымъ прямыя АС и ВD, которыя коснутся окружности, описанной изъ центра m, въ точкахъ С и D. Если изъ m опустимъ перпендикуляры на касательныя АС и ВD, то онѣ упадутъ какъ разъ въ точки С и D касанія прямыхъ къ окружности.

21) Построить внутреннія касательныя къ двумъ даннымъ окружностямъ. *Табл. III, фиг. 21.*

Изъ центра М большей окружности опишемъ вспомогательную окружность радіусомъ $MA_1 = R + r$ и изъ центра m проведемъ касательныя mA_1 и mb_1 къ этой окружности и соотвѣтствующія нормали MA_1 и MB_1 (задача 16), которыя пересѣкутъ данную окружность М въ точкахъ касанія А и В. Черезъ эти точки проведемъ параллельно MA_1 и MB_1 прямыя АС и ВD, которыя коснутся окружности, описанной изъ центра m, въ точкахъ С и D. Эти точки получатся вполнѣ отчетливо, если изъ центра m опустить перпендикуляры на АС и ВD.

22) Построить окружность даннаго радіуса r, касательную къ данной прямой АВ и къ окружности радіуса R, описанной изъ центра М. *Табл. IV, фиг. 22a.*

Въ произвольной точкѣ х прямой АВ возставимъ перпендикуляръ, на которомъ отложимъ величину r радіуса искомой окружности, и черезъ полученную точку у проведемъ прямую уС, параллельную АВ. Затѣмъ изъ М опишемъ радіусомъ, равнымъ $R + r$, вспомогательную окружность, которая пересѣчетъ уС въ точкѣ С — центрѣ искомой окружности. Соединивши точку С съ М и опустивши изъ С перпендикуляръ СЕ на АВ, получимъ точки Е и D касанія искомой окружности съ заданными прямой и окружностью, при чемъ

$$CD = CE = r.$$

Если вмѣсто радіуса r задана точка D касанія данной окружности съ искомой (*Табл. IV, фиг. 22b*), то построение ведется слѣдующимъ образомъ: Изъ центра М проведемъ радіусъ MD, въ конечной точкѣ D когораго возставимъ перпендикуляръ DC, и найдемъ точку С пересѣченія DC съ прямой АВ. Затѣмъ отложимъ $CE=CD$ и въ точкѣ Е возставимъ къ прямой АВ перпендикуляръ, который пересѣчетъ продолженіе MD въ точкѣ m—центрѣ искомой окружности. Если изъ m проведемъ окружность радіусомъ $Dm=Em$, то она коснется данной окружности въ точкѣ D, а прямой АВ—въ точкѣ Е.

Если искомая окружность должна имѣть съ данной окружностью центра М внутреннее касаніе въ точкѣ Х, то построение ведется въ томъ же порядкѣ. Соединимъ

Х съ центромъ М и возставимъ къ МХ въ точкѣ Х перпендикуляръ ХG, пересѣкающій АВ въ точкѣ G. Затѣмъ отложимъ $GF = GX$ и въ F возставимъ къ АВ перпендикуляръ, который пересѣчетъ прямую ХМ въ точкѣ m—центрѣ искомой окружности. То же самое можно получить, если раздѣлить уголъ ХGF пополамъ; биссектриса этого угла пересѣчетъ прямую ХВ въ точкѣ m.

Подобное построение примѣняется при вычерчиваніи ручекъ шкивовъ.

23) Построить развертку окружности. *Табл. IV, фиг. 23a.*

Раздѣлимъ окружность на 12 равныхъ частей и въ точкахъ дѣленія проведемъ касательныя къ окружности, на одной изъ которыхъ отложимъ длину окружности $U = d\pi$,

гдѣ d—діаметръ окружности, а π —отношеніе длины окружности къ діаметру, равное 3,141593... или приблизительно 3,14, а также $3\frac{1}{7}$.

Раздѣлимъ отложенную длину окружности на 12 равныхъ частей. Если кривая начинается въ А, то на касательной, проходящей черезъ точку В, отложимъ $\frac{1}{12} d\pi$ или длины окружности, на касательной въ С— $\frac{2}{12} d\pi$, въ D— $\frac{3}{12} d\pi$, въ E— $\frac{4}{12} d\pi$ и т. д. и такимъ образомъ получимъ 12 точекъ искомой кривой, которую затѣмъ и проведемъ при помощи лекала.

Если желательно построить кривую приблизительно изъ дугъ окружностей (*Табл. IV, фиг. 23b*), то сперва находятъ 12 точекъ кривой, какъ и въ предыдущемъ случаѣ. Затѣмъ радіусомъ bI засѣкаютъ изъ точекъ I и II дуги, точка пересѣченія которыхъ будетъ служить центромъ для дуги, соединяющей I и II. Такимъ же образомъ строятъ центры дугъ для соединенія точекъ II и III, III и IV, IV и V и т. д.

24) Построение правильныхъ многоугольниковъ, вписанныхъ въ окружность.

а) Построение 3, 6, 12-угольника. *Табл. IV, фиг. 24a.*

Радіусомъ окружности засѣчемъ ее 6 разъ, благодаря чему окружность раздѣлится на 6 равныхъ частей. Если провести хорды между первымъ и третьимъ дѣленіемъ, третьимъ и пятымъ и, наконецъ, пятымъ и первымъ, то получится правильный треугольникъ. Если же каждую дугу шестиугольника раздѣлить пополамъ, то получимъ вершины правильного двѣнадцатигульника. Производя дальнѣйшія дѣленія, можно построить правильные 24, 48-угольники.

б) Построение 4, 8, 16-угольника. *Табл. IV, фиг. 24b.*

Проведемъ два взаимно-перпендикулярныхъ діаметра, которые раздѣлятъ окружность на 4 равныя части, и мы получимъ вершины вписаннаго квадрата. Раздѣливъ каждую четверть окружности пополамъ, получимъ вершины правильного вписаннаго восьмиугольника, дальнѣйшее дѣленіе пополамъ дастъ вершины 16-угольника и т. д.

в) Построение 5, 10, 20-угольника. *Табл. IV, фиг. 24c.*

Раздѣлимъ радіусъ $AM = r$ въ точкѣ D пополамъ, для чего изъ А радіусомъ r засѣчемъ окружность въ точкахъ x и y; прямая xy пересѣчетъ AM въ точкѣ D. Соединимъ точку D съ концомъ E діаметра, перпендикулярнаго къ AC, и изъ D радіусомъ DE засѣчемъ діаметръ AC въ точкѣ F. Прямая EF дастъ намъ сторону правильного пятиугольника, а MF—сторону правильного десятиугольника. Дѣля пополамъ каждую дугу десятиугольника, получимъ вершины 20-угольника.

г) Построение 7, 14, 28-угольника. *Табл. IV, фиг. 24d.*

Строимъ сторону правильного вписаннаго треугольника, половина которой и

дасть намъ сторону правильного семиугольника, т.-е. еѹ можно засѣчь окружность семь разъ безъ остатка. Дѣля дуги семиугольника пополамъ, получимъ вершины правильного 14-угольника. Дальнѣйшее дѣленіе пополамъ дасть намъ вершины правильного 28-угольника.

е) Построеніе 9, 18, 36-угольника. *Табл. IV, фиг. 24e.*

Раздѣлимъ радіусъ АМ въ точкѣ D пополамъ и возставимъ въ этой точкѣ перпендикуляръ къ АМ, который пересѣчетъ окружность въ точкѣ J. Изъ конца E діаметра, перпендикулярнаго къ АС, проведемъ прямую EF, параллельную къ АС, которая пересѣчетъ продолженіе DJ въ точкѣ F. Изъ D и F опишемъ радіусомъ DF дуги и точку G ихъ пересѣченія соединимъ съ M. Прямая JH, соединяющая J съ точкой H пересѣченія прямой GM съ окружностью, дасть хорду, которая 9 разъ безъ остатка откладывается по окружности. Дальнѣйшее дѣленіе пополамъ и построеніе 18 и 36-угольника производится, какъ и въ предыдущихъ случаяхъ.

ф) Построеніе 11-угольника и общій способъ дѣленія окружности на произвольное число частей. *Табл. IV, фиг. 24f.*

Раздѣлимъ діаметръ АВ окружности на равныя части по числу дѣленій окружности (задача 8), въ данномъ случаѣ на 11 частей, затѣмъ изъ А и В опишемъ радіусомъ АВ дуги, которыя пересѣкутся въ точкахъ С и D. Изъ точекъ С и D проведемъ черезъ четныя точки дѣленій діаметра, т.-е. черезъ точки 2, 4, 6, 8 и 10 прямыя, которыя и пересѣкутъ окружность въ точкахъ, дѣлящихъ ее на 11 равныхъ частей. Соединивъ смежныя точки хордами, получимъ правильный вписанный 11-угольникъ.

Можно построить правильный многоугольникъ еще другимъ образомъ, а именно, опредѣляя величину угла при вершинѣ. Сумма внутреннихъ угловъ n угольника равна $2nd - 4d$, гдѣ d означаетъ величину прямого угла, такъ что сумма внутреннихъ угловъ

$$\text{въ треугольникѣ} = 2d = 180^\circ,$$

$$\text{въ четырехугольникѣ} = 4d = 360^\circ,$$

$$\text{въ пятиугольникѣ} = 5 \quad 2d - 4d = 6d = 540^\circ,$$

$$\text{въ шестиугольникѣ} = 6 \quad 2d - 4d = 8d = 720^\circ,$$

$$\text{въ семиугольникѣ} = 7 \quad 2d - 4d = 10d = 900^\circ,$$

$$\text{въ восьмиугольникѣ} = 8 \quad 2d - 4d = 12d = 1080^\circ,$$

$$\text{въ девятиугольникѣ} = 9 \quad 2d - 4d = 14d = 1260^\circ,$$

$$\text{въ десятиугольникѣ} = 10 \quad 2d - 4d = 16d = 1440^\circ,$$

$$\text{въ одиннадцатигульникѣ} = 11 \quad 2d - 4d = 18d = 1620^\circ,$$

$$\text{въ двѣнадцатигульникѣ} = 12 \quad 2d - 4d = 20d = 1800^\circ.$$

Величина каждаго угла при вершинѣ правильного

$$\text{треугольника} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ,$$

$$\text{квадрата} = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ,$$

$$\text{пятиугольника} = \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ,$$

$$\text{шестиугольника} = \frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$$

$$\text{семиугольника} = \frac{900^\circ}{7} = 128,57^\circ,$$

$$\text{восьмиугольника} = \frac{1080^\circ}{8} = 135^\circ,$$

$$\text{девятиугольника} = \frac{1260^\circ}{9} = 140^\circ,$$

$$\text{десятиугольника} = \frac{1440^\circ}{10} = 144^\circ,$$

$$\text{одиннадцатиугольника} = \frac{1620^\circ}{11} = 147,27^\circ,$$

$$\text{двенадцатиугольника} = \frac{1800^\circ}{12} = 150^\circ$$

IV.

Построение эллипсовъ, коробовыхъ кривыхъ и ползучихъ арокъ.**Э л л и п с ь.**

Если точка движется въ плоскости такимъ образомъ, что сумма разстояній ея отъ двухъ неподвижныхъ точекъ F и F_1 во всѣхъ положеніяхъ сохраняетъ данную величину AB , то эта точка описываетъ сомкнутую кривую, называемую эллисомъ.

Сумма разстояній каждой точки эллиса отъ F и F_1 , такъ называемыхъ фокусовъ, равна длинѣ AB — большой оси эллиса. Перпендикуляръ, возставленный въ серединѣ большой оси, называется малой осью. Большая ось должна быть всегда больше разстоянія между фокусами, разстояніе которыхъ отъ середины большой оси называется величиной эксцентриситета.

25) Построить эллисъ по заданной большой оси AB и фокусамъ F и F_1 . *Табл. V. фиг. 25.*

Опредѣлимъ сперва малую ось ED . Для этого изъ фокусовъ F и F_1 засѣкаемъ радіусами $AC = BC$, равными половинѣ большой оси, дуги, точки E и D пересѣченія которыхъ и опредѣляютъ малую ось ED . Затѣмъ раздѣлимъ FF_1 на произвольное число частей, уменьшающихся по мѣрѣ приближенія къ F . Изъ F описываемъ, напр., дугу радіусомъ $A4$, а изъ F_1 — радіусомъ $B4$; точка IV пересѣченія этихъ дуг будетъ лежать на эллисѣ, потому что сумма $IVF + IVF_1 = AB$. Такимъ же образомъ получаютъ и точки II , III , V и т. д. эллиса.

Если требуется построить касательную и нормаль къ какой-нибудь точкѣ IV эллиса, то соединяемъ данную точку съ фокусами и дѣлимъ уголъ $FIVF_1 = X$ пополамъ. Биссектриса этого угла и есть нормаль въ точкѣ IV , а прямая, перпендикулярная къ нормали въ точкѣ IV , касательна къ эллису въ этой точкѣ.

Для построения касательной можно также раздѣлить пополамъ уголъ y , дополняющій уголъ x до двухъ прямыхъ, нормаль же перпендикуляра къ касательной въ точкѣ касанія.

26) Построить эллисъ по заданнымъ осямъ. *Табл. V фиг. 26.*

Опредѣлимъ сперва положеніе фокусовъ F и F_1 , для чего изъ конечныхъ точекъ D и E малой оси засѣчемъ большую ось радіусомъ AC , равнымъ половинѣ

большой оси, въ точкахъ F и F_1 — фокусахъ эллипса. Остальныя точки можно построить, какъ въ предыдущемъ случаѣ. На практикѣ для построения эллипса часто пользуются ниткой, закрѣпленной концами въ фокусахъ, длина которой равна большой оси эллипса. Если натянуть нить при помощи карандаша и сохранять при движеніи его натянутое положеніе нити, то карандашъ опишетъ эллипсъ; дѣйствительно, въ каждомъ положеніи карандаша сумма разстояній острія его отъ фокусовъ равна большой оси эллипса.

27) Построить эллипсъ по даннымъ осямъ при помощи ка-
а тельныхъ окружностей. *Табл. V, фиг. 27.*

Центры кривизны въ концахъ осей эллипса лежатъ на этихъ осяхъ и находятся слѣдующимъ образомъ: изъ вершинъ E и F прямоугольника, построеннаго на осяхъ, опустимъ перпендикуляры на діагонали прямоугольника. Эти перпендикуляры пересекутъ большую ось въ центрахъ m и m_1 кривизны эллипса при точкахъ A и B , а малую ось—въ центрахъ n и n_1 кривизны при C и D . Радиусами кривизны будутъ отрѣзки Am , Bm_1 и Cn , Cn_1 .

28) Построить эллипсъ, если даны окружности, описанныя на большой и малой оси, какъ на діаметрахъ. *Табл. V, фиг. 28.*

Проведемъ взаимно-перпендикулярныя оси AB и CD и опишемъ на нихъ окружности изъ центра O . Раздѣлимъ большую окружность на нѣсколько, напр. 12, равныхъ частей и къ точкамъ дѣленія проведемъ радіусы, которые разобьютъ и меньшую окружность на 12 равныхъ частей. Черезъ каждое дѣленіе большой окружности проведемъ параллель малой оси, а черезъ соотвѣтствующее дѣленіе малой окружности—параллель большой оси. Точки пересѣченія I , II , III и т. д. этихъ параллелей лежатъ на эллипсѣ.

29) Построить эллипсъ при помощи полоски бумаги, если даны большая и малая ось эллипса. *Табл. V, фиг. 29.*

На полоскѣ бумаги напомнимъ большую полуось AD и малую полуось $AE = CD$ эллипса. Затѣмъ будемъ передвигать полоску такимъ образомъ, чтобы точка D всегда лежала на малой оси эллипса, а точка E —на большой оси, тогда A обозначить рядъ точекъ эллипса.

Къ эллипсу приближаются по формѣ такъ называемые овалы, коробовыя кривыя и ползучія арки, принимаемая часто въ архитектурѣ. Всѣ эти кривыя состоятъ изъ частей окружностей.

30) Построить коробовую кривую, если дана ея большая ось (пролетъ) и малая полуось (стрѣла). *Табл. V, фиг. 30*

Отложимъ $AE = CO$, раздѣлимъ EO на три равныя части и отъ E отложимъ влѣво $EG = EF = \frac{1}{3}EO$. Затѣмъ отложимъ $OH = OG$ и изъ G и H радіусомъ GH опишемъ дуги, которыя пересекутся въ точкѣ J . J , G и H будутъ центрами дугъ, изъ которыхъ составляется коробовая кривая. Точки перехода K и L лежатъ на пересѣченіяхъ продолженій прямыхъ JG и JH съ дугой, проведенной изъ J радіусомъ JC .

Другое построеніе. (*Табл. V, фиг. 30a*). Отложимъ по большой полуоси величину $OE = OC$ и отъ точки C отложимъ по хордѣ CA отрѣзокъ $CM = AE = AO = OC$. Въ серединѣ прямой AM возставимъ къ ней перпендикуляръ, который пересѣчетъ большую и малую ось въ точкахъ F и G . Отложивъ $OH = OF$, получимъ три центра F , G и H дугъ, изъ которыхъ составляется коробовая кривая. Точки перехода J и K находятся какъ и въ предыдущемъ случаѣ.

31) Построить ползучую арку, если заданъ уклонъ ея. *Табл. V, фиг. 31a.*

Если $CB = \frac{1}{2}AB$, то раздѣлимъ CB въ точкѣ D пополамъ, затѣмъ отложимъ $EB = DB$ и изъ точекъ E и C проведемъ параллели къ CB и AB . Изъ точки F пересѣченія параллелей опишемъ четверть окружности радіусомъ $FC = CD = \frac{1}{2}CB$ до пересѣченія съ продолженіемъ EF въ точкѣ G . Наконецъ, изъ E радіусомъ $GE = AE$ опишемъ вторую часть арки.

Если уклонъ $x = 30^\circ$, то построение ведется слѣдующимъ образомъ (*Табл. V, фиг. 31b*). Въ серединѣ D пролета возставимъ перпендикуляръ DE къ AB , изъ B опустимъ на AC перпендикуляръ, который пересѣчетъ DE въ точкѣ E . Затѣмъ, изъ C проведемъ параллель къ AB , которая пересѣчетъ BE въ точкѣ F . Теперь изъ центра F проведемъ дугу радіусомъ $CF = EF$ до точки E и, наконецъ, изъ B радіусомъ $EB = AB$ проведемъ вторую часть арки.

Если требуется построить ползучую арку для произвольнаго уклона ABC , то это дѣлается слѣдующимъ образомъ (*Табл. V, фиг. 31c*):

Опишемъ на AB полуокружность, которую раздѣлимъ на произвольное число равныхъ или неравныхъ частей и черезъ точки дѣленія 1, 2, 3 и т. д. проведемъ прямыя перпендикулярныя къ AB , которыя пересѣкутъ AC въ точкахъ a_1, b_1, c_1 и т. д. Откладывая на перпендикулярахъ разстоянія $Ia_1 = 1a, IIb_1 = 2b, IIIc_1 = 3c$ и т. д., получимъ точки I, II, III и т. д. искомой кривой. Такъ какъ кривизна наибольшая вблизи концовъ A и C , то полезно въ этихъ мѣстахъ опредѣлить по возможности больше точекъ кривой.

Подобное построение примѣняется часто въ архитектурѣ при устройствѣ лѣстницъ на сводахъ, арокъ и т. д.

У.

П а р а б о л а .

Если точка движется въ плоскости такимъ образомъ, что разстояніе ея отъ данной точки F —фокуса—и прямой,—директрисы—всегда равны между собою, то точка описываетъ кривую, называемую параболой. Эта кривая получается при сѣченія конуса плоскостью, параллельною одной образующей. Точка параболы, лежащая на оси симетріи, проходящей черезъ фокусъ и перпендикулярной къ директрисѣ, называется вершиной параболы.

32) Построить параболу, если дана величина параметра p и направление оси AB и положеніе вершины S параболы. *Табл. V, фиг. 32.*

Параметромъ называется хорда параллельная директрисѣ и перпендикулярная къ оси параболы, проведенная черезъ фокусъ.

Для опредѣленія фокуса и директрисы отложимъ по оси AB отъ вершины S параболы по обѣ стороны отрѣзки $AS = FS = \frac{p}{4}$. Прямая CD , перпендикулярная къ AB въ точкѣ A , и есть директриса, а точка F —фокусъ параболы. Возьмемъ на оси AB вправо отъ точки S рядъ точекъ 1, 2, 3, 4, 5... , отсѣкающихъ отрѣзки, увеличивающіеся по мѣрѣ удаленія отъ S , и возставимъ въ этихъ точкахъ прямыя перпендикулярныя къ AB . Изъ фокуса F дугой радіуса AF засѣкаемъ перпендику-

ляръ, проходящій черезъ 1 въ точкахъ I, I, радіусомъ A 2 —перпендикуляръ, проходящій черезъ 2, въ точкахъ II, II, радіусомъ A 3 —перпендикуляръ, проходящій черезъ 3, въ точкахъ III, III и т. д., лежащихъ на параболѣ.

Если требуется построить касательную и нормаль къ какой-нибудь точкѣ параболы, напр. въ точкѣ V, то черезъ V проведемъ прямую $EV \parallel AB$ и радіусъ векторъ VF. Прямая, дѣлящая уголъ $EVF = x$ пополамъ, и есть касательная къ параболѣ въ данной точкѣ, нормаль же перпендикулярна къ касательной въ точкѣ касанія. Точно такъ же можно бы сперва построить нормаль, которая дѣлитъ пополамъ уголъ y, смежный съ угломъ x.

Параболу можно разсматривать какъ эллипсъ, второй фокусъ котораго удаленъ въ бесконечность.

VI.

Г и п е р б о л а.

Если точка движется въ плоскости такимъ образомъ, что разность разстоянія ея отъ двухъ неподвижныхъ точекъ — фокусовъ, остается все время постоянной, то точка описываетъ кривую, называемую гиперболой. Эта кривая получается при сѣченіи конуса плоскостью, параллельной оси конуса.

33) Построить гиперболу, если даны главная ось AB и фокусы F и F_1 . Табл. V, фиг. 33.

На продолженіи оси AB возьмемъ рядъ точекъ 1, 2, 3, 4, 5..... отсѣкающихъ отрѣзки, увеличивающіеся по мѣрѣ удаленія отъ фокусовъ F и F_1 . Для полученія точекъ гиперболы проведемъ изъ F радіусомъ A 1, а изъ F_1 радіусомъ B 1 дуги, которыя пересѣкутся въ двухъ точкахъ I, I кривой. Такимъ же образомъ находятся точки II, III, IV гиперболы.

Чтобы построить длину второй оси перпендикулярной къ AB, раздѣлимъ AB въ точкѣ O пополамъ и проведемъ изъ A и B радіусомъ $FO = F_1O$ дуги, которыя пересѣкутся въ точкахъ D и E. Прямая DE, перпендикулярная къ AB, и будетъ второй осью гиперболы.

Существуютъ двѣ прямыя — асимптоты, къ которымъ обѣ вѣтви гиперболы все болѣе и болѣе приближаются, никогда ихъ не достигая. Для опредѣленія положенія этихъ прямыхъ построимъ прямоугольникъ GNKJ на осяхъ AB и DE. Диагонали GK и NJ этого прямоугольника и будутъ искомыми асимптотами гиперболы.

Для построенія касательной и нормали въ какой-нибудь точкѣ IV гиперболы, соединимъ эту точку съ фокусами F и F_1 . Прямая, дѣлящая пополамъ уголъ $F_1IVF = x$ между радіусами векторами IVF и IV F_1 касается гиперболы въ точкѣ IV. Нормаль къ гиперболѣ перпендикулярна къ касательной въ точкѣ касанія и дѣлитъ пополамъ уголъ MIVF = y, смежный съ угломъ x.

Разность между радіусами векторами, проведенными изъ каждой точки гиперболы равна величинѣ оси AB.

Разстояніе между фокусами гиперболы называется эксцентриситетомъ.

VII.

Построеніе циклоидальныхъ кривыхъ.

Эти кривыя примѣняются при вычерчиваніи формы зубцовъ колесъ и бываютъ трехъ видовъ, въ зависимости отъ того, катится ли окружность по прямой линіи или по другой окружности.