

Я. Болъаи

**Appendix. Приложение,
содержащее науку о
пространстве**

**Серия "Классики
естествознания".**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
Я11

Я. Больаи
Я11 Appendix. Приложение, содержащее науку о пространстве: Серия "Классики естествознания". / Я. Больаи – М.: Книга по Требованию, 2023. – 246 с.

ISBN 978-5-458-50502-4

Работа венгерского математика Яноша Больаи, опубликованная в виде приложения к большому сочинению его отца и потому сохранившая в математической литературе название «Аппендикс», содержит изложение основ неевклидовой геометрии. Особенно важно значение этого произведения для истории неевклидовой геометрии. Для понимания «Аппендикса» не требуется никаких специальных знаний, но он изложен настолько сжато, почти в зашифрованном виде, со множеством специальных обозначений, что читается с большим трудом. Потребовались обширные комментарии для того, чтобы это сочинение стало совершенно доступным; читатель найдет их в настоящем издании.

ISBN 978-5-458-50502-4

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2023

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2023

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

IOANNIS BOLYAI DE BOLYA

APPENDIX

SCIENTIAM SPATII ABSOLUTE
VERAM EXHIBENS: A VERITATE AUT FALSITATE
AXIOMATIS XI. EUCLIDEI, A PRIORI HAUD UNQAM
DECIDENDA, INDEPENDENTEM: ADJECTA AD CASUM
FALSITATIS QUADRATURA CIRCULI GEOMETRICA

EDITIO NOVA

OBLATA AB ACADEMIA SCIENTIARUM HUNGARICA AD DIEM
NATALEM CENTESIMUM AUCTORIS CONCELEBRANDUM

EDIDERUNT

JOSEPHUS KÜRSCHÁK, MAURITIUS RÉTHY,
BÉLA TÖTÖSSY DE ZEPETHNEK

ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE; SODALES

BUDAPESTINI

SUMPTIBUS ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE

MDCCCCH

A P P E N D I X.

SCIENTIAM SPATII *absolute veram* exhibens:
a veritate aut falsitate Axiomatis XI Euclidei
(a priori haud unquam decidenda) in-
dependentem; adjecta ad casum fal-
sitatis, quadratura circuli
geometrica.

Auctore JOHANNE BOLYAI de eadem, Geometrarum
in Exercitu Caesareo Regio Austriaco Ca-
strensium Capitaneo.



ПРЕДИСЛОВИЕ

Работа венгерского математика Яноша Больаи, опубликованная в виде приложения к большому сочинению его отца и потому сохранившая в математической литературе название «Аппендикс», содержит изложение основ неевклидовой геометрии. Особенно важно значение этого произведения для истории неевклидовой геометрии.

Первым математиком в мире, бессмертной заслугой которого является провозглашение новых идей неевклидовой геометрии, был Н. И. Лобачевский. Ему бесспорно принадлежит приоритет в открытии неевклидовой геометрии. 23 февраля 1826 г. Н. И. Лобачевский доложил о своих идеях в заседании физико-математического факультета Казанского университета, а в 1829 г. вышел в свет «Казанский Вестник» с работой Лобачевского «О началах геометрии», в которой было впервые опубликовано замечательное открытие великого русского ученого. Через три года появился в свет «Аппендикс». В 1832 г., когда было опубликовано это произведение, имя его автора не было известно даже у него на родине. Однако оригинальные и замечательные идеи, изложенные в этом сочинении, поставили «Аппендикс» в один ряд с замечательнейшими памятниками математической литературы.

Работы Лобачевского по неевклидовой геометрии и «Аппендикс» Больаи постигла при жизни их авторов примерно одна и та же участь. Они вышли в свет в то время, когда во всей математике безраздельно господствовала евклидова геометрия, и никому не приходило в голову усомниться в ее незыблемости. Новые идеи не встретили поддержки математиков.

У К. Ф. Гаусса, который разделял эти идеи, нехватило смелости выступить открыто в их защиту. Будучи знаком с работами Лобачевского и Больаи, он не поддерживал их в печати, опасаясь остаться непонятым, быть осмеянным, боясь, что его авторитет будет поколеблен. Нежелание Гаусса поддержать «Аппендикс» своим авторитетным словом имело тяжелое последствие на жизнь Яноша Больаи, который пришел в отчаяние и кончил свою жизнь в состоянии психического расстройства.

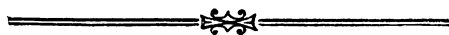
Лобачевский всю жизнь мужественно боролся за свои идеи. Его приоритет в открытии неевклидовой геометрии состоит не только в том, что он впервые и с наибольшей полнотой опубликовал свое открытие, но и в том, что он, почти никем не понятый, осмеянный рутинерами в науке, продолжал развивать свою геометрию до последних дней своей жизни; он довел ее до такого состояния, что к основам геометрии Лобачевского после него ничего существенного не оставалось прибавить.

Янош Больаи узнал об открытии Лобачевского только через 16 лет после выхода «Аппендикса». Он написал подробные «Замечания» к работе Лобачевского, которые помещены в этой книге в виде дополнения.

Для понимания «Аппендикса» не требуется никаких специальных знаний, но он изложен настолько сжато, почти в зашифрованном виде, со множеством специальных обозначений, что читается с большим трудом. Потребовались обширные комментарии для того, чтобы это сочинение стало совершенно доступным; читатель найдет их в настоящем издании.



ЯНОШ
БОЛЪАИ



БИОГРАФИЧЕСКИЙ
ОЧЕРК



Вся жизнь и творчество Яноша Больаи в такой мере связаны с деятельностью и влиянием его отца Фаркаша Больаи, что дать очерк жизни Яноша, не посвятив несколько страниц его отцу, вряд ли возможно ¹⁾).

Первая статья, посвященная отцу и сыну Больаи, была написана Францем Шмидтом, венским архитектором, в 1868 г. ²⁾. Сведения об этих математиках Шмидт имел главным образом от своего отца Антона Шмидта, также архитектора, работавшего в городе Марош-Вашаргель, где протекала большая часть жизни обоих Больаи. В то время о неевклидовой геометрии имели понятие лишь очень немногие европейские математики; архитектор Шмидт, конечно, не имел о ней представления: статья Шмидта не касалась творчества отца и сына Больаи и отражала только то уважение к памяти двух замечательных математиков, которое сохранилось в академических сферах Венгрии. Когда в 70-х годах прошлого века возродился интерес

¹⁾ Авторы, писавшие о Больаи, вместо мадьярского имени Больаи-отца Фаркаш употребляют латинизированное имя Вольфганг, а вместо имени Янош — имя Иоанн. Эти имена утвердились в европейской, в том числе и в нашей литературе. Правильнее, однако, сохранить за обоими Больаи их настоящие мадьярские имена.

В мадьярском языке ударение всегда падает на первый слог (Фáркаш, Янош, Бóльаи). О произношении фамилии Больаи см. ниже, стр. 11.

²⁾ Fr. Schmidt, Aus dem Leben zweier ungarischen Mathematiker Johann und Wolfgang Bolyai von Bolya, Archiv der Mathematiker und Physiker, Bd. 48, 1868.

к работам Больаи, Шмидт задался целью тщательно изучить их жизнь и деятельность и написать обстоятельную их биографию. Но это ему не удалось, и через 30 лет, в 1898 г., он опубликовал о них лишь краткие биографические сведения¹⁾. Почти в то же время И. Бедёгаци, профессор коллегии в Марош-Вашаргеле, в которой в свое время работал Фаркаш Больаи, опубликовал обширную биографию обоих Больаи²⁾. Однако она напечатана на мадьярском языке и мало кому доступна. В позднейших работах Штекеля приведены многие выдержки из нее, но сколько-нибудь ясного представления об идеях не только Яноша, но даже его отца Бедёгаци не имел.

На юбилейном торжестве по случаю столетия со дня рождения Яноша Больаи германский математик Л. Шлезингер, уже глубоко изучивший неевклидову геометрию, произнес речь, которую опубликовал в 1903 г.³⁾; она содержит уже не только краткие биографические сведения главным образом о Яноше Больаи, но и научную характеристику его творчества.

С начала 90-х годов прошлого столетия два германских математика Ф. Энгель и П. Штекель предприняли совместно издание обстоятельного труда, посвященного предистории и возникновению неевклидовой геометрии. Первый выпуск этого издания, составленный, главным образом, Энгелем, появился в 1895 г.⁴⁾. После этого они разделились: Энгель посвятил

¹⁾ Fr. Schmidt, Lebensgeschichte des ungarischen Mathematikers Johann Bolyai. Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik, Heft 8, 1898.

²⁾ J. Bedéhazi, A ket Bolyai (Два Больаи). Maros-Vásárhely, 1897. [Апострофы над гласными буквами означают в мадьярском языке не ударение, а долготу слога].

³⁾ L. Schlesinger, Johann Bolyai, Festrede gehalten bei der von der ungarischen Universität veranstalteten Bolyai-Feier am 15. Januar 1903. Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Bd. 12, 1903.

⁴⁾ P. Stäckel, Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss. Eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der nichteuklidischen Geometrie, herausgegeben in Gemeinschaft mit F. Engel. Leipzig, 1895.

следующую работу Н. И. Лобачевскому¹⁾, а Штекель занялся изучением жизни отца и сына Болъаи.

Задача, которую поставил себе Штекель, оказалась исключительно трудной: работы Лобачевского, которые изучал Энгель, были напечатаны; между тем Янош Болъаи опубликовал только «Аппендикс» и оставил около 1500 листов рукописей — статей и заметок, написанных на различных языках — на мадьярском, латинском и немецком. Штекель тщательно изучил мадьярский язык и в течение свыше десяти лет изучал всё литературное наследие Яноша, а также всевозможные материалы и документы, относящиеся к жизни и деятельности обоих Болъаи. В результате он в 1913 г. выпустил в свет последнюю часть труда, состоявшую из двух томов и посвященную жизни и творчеству отца и сына Болъаи²⁾. Первый том посвящен жизнеописанию обоих Болъаи и характеристике их трудов, второй содержит обширные выдержки из их сочинений. Весь этот материал разработан с такой исчерпывающей полнотой, что вряд ли нуждается в дальнейшем в каких-либо дополнениях. В книгу включены также обширные извлечения из переписки Гаусса с Шумахером и со старшим Болъаи.

Таковы материалы, на основании которых составлен настоящий очерк.

В юго-восточной части Венгрии, в так называемой Трансильвании, было местечко, называвшееся Болъа³⁾. В этом местечке большой земельный участок принадлежал семье

¹⁾ F. Engel, Nikolay Ivanovitsch Lobatschefsky. Zwei geometrische Abhandlungen aus dem russischen übersetzt mit Anmerkungen und mit einer Biographie des Verfassers. Leipzig, 1898.

²⁾ P. Stäckel, Wolfgang und Johann Bolyai. Geometrische Untersuchungen. I. Leben und Schriften der beiden Bolyai. II. Stücke aus den Schriften der beiden Bolyai. Leipzig und Berlin, 1913.

³⁾ В мадьярском языке сочетание *ly* после гласной буквы произносится, как «й». Поэтому название *Bolya* и фамилия *Bolyai* произносятся, как Бóйа и Бóйаи. Однако в русской научной литературе укоренилось написание и произношение Болъа и Болъаи. Сохраняем эту традицию.

Болъаи; она и называла себя «Болъаи из Болъа» (Bolyai de Bolya). Когда-то это была богатая и знатная семья — крупные землевладельцы. Штекель имел возможность проследить ее родословную до XVI столетия. С течением времени семья Болъаи обеднела и лишилась большей части своих владений. Правда, отец Фаркаша получил в приданое небольшое имение, называвшееся Домальд (Domáld).

Фаркаш Болъаи родился в 1775 г. в Болъа. В 1781 г. родители перевезли мальчика в главный город Семиградского княжества — Надженъед¹⁾ и поместили в реформатско-евангелистскую коллегию, которая представляла собой среднее учебное заведение. В нем имелись, однако, два старших класса, преподавание в которых носило уже характер начал высшего образования, подготавливало учащихся в университет. Чрезвычайно одаренный мальчик поражал своей памятью и способностью производить в уме сложные математические вычисления. Это и вызвало впервые его интерес к математике. Но когда он стал требовать и в других предметах точных доказательств, то его учитель, профессор теологии, убедил его не заниматься математикой, «так как ее стремления всё доказывать, проникавшие и в вопросы богословия, исходят от дьявола». Фаркаш поддался увещаниям и сначала отказался от занятий математикой. Его воззрения скоро изменились; одно время он был даже склонен к атеизму, но и эти настроения продолжались недолго. Вообще неустойчивость интересов как в юности, так и в зрелые годы была характерной его чертой.

Подходило время думать о выборе специальности; Фаркаш очень колебался. Одно время учитель рисования склонял его к занятиям живописью. Но заболевание глаз, вызванное взрывом пороха собственного изготовления, лишило его возможности пойти по этому пути. Средства его отпа к этому времени были ограничены, и вряд ли он мог бы получить серьезное образование, если бы не благоприятные обстоятельства, оказавшие решающее влияние на всю его жизнь: Фаркаш был

¹⁾ Nadyenyed, ныне А й уд (Aiud) в Румынии.