

Р. Фейнман

**Фейнмановские лекции по
физике**

Том 8. Квантовая механика

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 53
ББК 22.3
Р11

Р11 **Р. Фейнман**
Фейнмановские лекции по физике: Том 8. Квантовая механика / Р. Фейнман –
М.: Книга по Требованию, 2013. – 268 с.

ISBN 978-5-458-26453-2

ISBN 978-5-458-26453-2

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2013

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2013

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

Предисловие

Со времени величайшего триумфа физики XX века — рождения квантовой механики — прошло уже 40 лет, но до сих пор, читая студентам вводный (а для многих из них и последний) курс физики, мы ограничиваемся, как правило, не более чем случайными намеками на эту центральную область наших знаний о физическом мире. Считая, что так поступать со студентами нехорошо, мы сделали в настоящем курсе попытку изложить им основные, самые существенные идеи квантовой механики и сделать это так, чтобы это им было понятно. Курс был построен совершенно по-новому, особенно если учесть, что он был рассчитан на второкурсников, и все происшедшее можно было в значительной степени рассматривать как эксперимент. Впрочем, после того как выяснилось, насколько легко многие студенты усваивают предмет, я считаю, что эксперимент удался. Конечно, здесь есть что улучшать, и улучшения последуют, как только у нас появится опыт преподавания. Пока же перед вами лишь отчет о первом эксперименте.

В двухгодичном курсе «Фейнмановских лекций по физике», который читался с сентября 1961 г. по май 1963 г. в качестве вводного курса физики в КАЛТЕХе, понятия квантовой механики вводились всюду, где они были необходимы для понимания описываемых явлений. Кроме того, последние двенадцать лекций второго года были целиком посвящены более связному введению в некоторые понятия квантовой механики. Но по мере того, как лекции близились к концу, становилось ясно, что на квантовую механику мы оставили слишком мало времени. По мере подготовки материала постепенно выяснялось, что с помощью уже развитых элементарных подходов можно рассмотреть и другие важные и интересные темы. Кроме того, еще было опасение, что, чересчур мало поработав с волновой функцией Шредингера, введенной в двенадцатой лекции, студент не сможет ориентироваться в изложении, принятом в других книгах, которые ему придется читать. Поэтому было решено расширить курс еще на семь лекций; они и были прочитаны второкурсникам в мае 1964 г. Эти лекции завершают и несколько расширяют материал, развитый в предыдущих лекциях.

С самого начала в этом томе делается попытка пролить свет на основные и самые общие черты квантовой механики. Первые главы обращаются к представлениям об амплитуде вероятности, интерференции амплитуд, абстрактному определению состояния и к наложению и разложению состояний, причем с самого начала используются обозначения Дирака. В каждом случае введение нового представления сопровождается подробным разбором некоторых частных примеров, чтобы эти физические идеи приобрели как можно большую реальность. Затем следует зависимость состояний от времени, включая состояния с определенной энергией, и эти идеи немедленно применяются к изучению двухуровневых систем — систем, имеющих только два возможных значения энергии. Подробное изучение аммиачного лазера подготавливает почву для введения поглощения света и индуцированных переходов. Затем лекции продолжают рассмотрение более сложных систем, подводя к изучению распространения электронов в кристалле и к довольно полному изложению квантовомеханической теории момента количества движения. Наше введение в квантовую механику заканчивается обсуждением свойств шредингеровской волновой функции, ее дифференциального уравнения и решений для атома водорода.

Последнюю главу этого тома не следует считать частью «курса». Это «семинар» по сверхпроводимости, проведенный в духе тех лекций из первых двух томов, которые были прочитаны «для развлечения», чтобы помочь студентам шире взглянуть на связь того, чему их учили, с общим физическим мировоззрением. «Эпилог» Фейнмана ставит точку на этом курсе.

Как уже объяснялось в предисловии к первому тому (см. вып. 1—4), эти лекции являются лишь частью программы по разработке нового вступительного курса, проводимой в КАЛТЕХе под руководством Комитета по пересмотру курса физики (Роберт Лейтон, Виктор Неер и Мэтью Сэндс). Осуществление этой программы стало возможным благодаря помощи Фонда Форда. Техническую помощь при подготовке этого тома оказали Мэрилу Клейтон, Юлия Курцио, Джеймс Хартл, Том Харвей, Мартин Израэль, Патриция Прейс, Фанни Уоррен, Барбара Циммерман и многие другие. Проф. Джерри Нойгебауер и проф. Чарльз Уилтс внимательно прочли рукопись и во многом способствовали четкости и ясности изложения материала.

Но сама повесть о квантовой механике, которую вы здесь найдете, принадлежит Ричарду Фейнману. Наши труды не были напрасными, если нам удалось донести до других хоть долю восторга, который мы испытывали сами, следя, как в его полных жизни лекциях по физике перед нами разворачиваются все новые и новые идеи.

Декабрь 1964

Мэтью Сэндс

Глава 1

АМПЛИТУДЫ ВЕРОЯТНОСТИ *

§ 1. Законы
композиции
амплитуд

§ 2. Картина
интерференции
от двух щелей

§ 3. Рассеяние на
кристалле

§ 4. Тождественные
частицы

§ 1. Законы композиции амплитуд

Когда Шредингер впервые открыл правильные законы квантовой механики, он написал уравнение, которое описывало амплитуду вероятности обнаружения частицы в различных местах. Это уравнение было очень похоже на уравнения, которые были уже известны классическим физикам, они ими пользовались, чтобы описать движение воздуха в звуковой волне, распространение света и т. д. Так что в начале развития квантовой механики большую часть времени люди занимались решением этого уравнения. Но в то же время началось (в частности, благодаря Борну и Дираку) понимание тех фундаментально новых идей, которые лежали в основе квантовой механики. По мере дальнейшего ее развития выяснилось, что в ней есть много такого, что прямо в уравнении Шредингера не содержится,— таких вещей, как спин электрона и различные релятивистские явления. Все курсы квантовой механики по традиции начинают с того же самого, повторяя путь, пройденный в историческом развитии предмета. Сперва долго изучают классическую механику, чтобы потом

*Повторить: гл. 37
(вып. 3)
«Квантовое
поведение»;
гл. 38 (вып. 3)
«Соотношение
между волновой
и корпускулярной
точками зрения»*

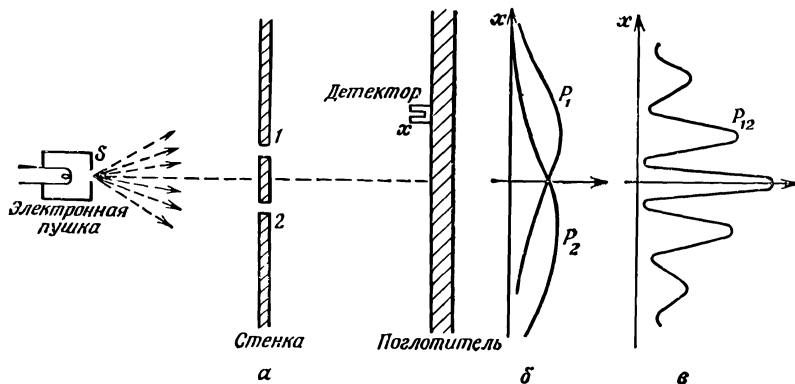
* В американском издании этот том начинается с двух глав из второго тома [гл. 37 и 38 (вып. 3)], которые авторы считали нужным повторить. Это было сделано для того, чтобы третий том можно было читать, не обращаясь к прежним томам. В русском издании мы не стали печатать их снова: читатель должен всегда держать первые выпуски под рукой, поэтому нумерация глав в русском издании сдвинута на 2 единицы по сравнению с третьим томом. Из тех же соображений мы не перепечатали вновь гл. 34 и 35, они вошли в вып. 7.— *Прим. ред.*

понять, как решается уравнение Шредингера. Затем столь же долго получают различные решения. И лишь после детального изучения этого уравнения переходят к «высшим» вопросам, таким, как спин электрона.

Сначала мы тоже считали, что лучше всего закончить эти лекции, показав, как решаются уравнения классической физики в различных сложных случаях, таких, как описание звуковых волн в замкнутом пространстве, типы электромагнитного излучения в цилиндрических полостях и т. д. Таков был первоначальный план этого курса. Но затем мы решили отказаться от этого плана и вместо этого дать введение в квантовую механику. Мы пришли к заключению, что то, что обычно именуют «высшими» разделами квантовой механики, на самом деле совсем простая вещь. Нужная для этого математика чрезвычайно проста — требуются лишь несложные алгебраические операции, никаких дифференциальных уравнений не нужно (или в крайнем случае нужны самые простые). Проблема только в том, чтобы перепрыгнуть через одно препятствие: усвоить, что мы больше не имеем права *детально* описывать поведение частиц в пространстве. И вот этим-то мы и собираемся заняться: рассказать вам о том, что обычно называют «высшими» разделами квантовой механики. Но уверяю вас, это самые что ни на есть простые (в полном смысле этого слова), но в то же время самые фундаментальные ее части. Честно говоря, это педагогический эксперимент, и, насколько нам известно, он никогда раньше не ставился.

Конечно, здесь есть своя трудность: квантовомеханическое поведение вещей чрезвычайно странно. Никто не может полагаться на то, что его ежедневный опыт даст ему интуитивное, грубое представление о том, что должно произойти. Так что этот предмет можно представить двояким образом: можно либо довольно грубо описать, что происходит — сообщать более или менее подробно, что случится, но не формулировать точных законов, либо же можно приводить и точные законы в их абстрактном виде. Но тогда эта абстракция приведет к тому, что вы не будете знать, к чему физически она относится. Этот способ не годится, потому что он совершенно отвлекающий, а от первого способа будет оставаться неприятный осадок, потому что никогда не будет точно известно, что верно, а что нет. И мы не знаем, как эту трудность обойти. С этой проблемой мы уже сталкивались раньше [гл. 37 и 38 (вып. 3)]. В гл. 37 изложение относительно строгое, а в гл. 38 дано лишь грубое описание различных явлений. Теперь мы попытаемся найти золотую середину.

Мы начнем эту главу с некоторых общих квантовомеханических представлений. Кое-какие из этих утверждений будут совершенно точными, иные же точны лишь частично. При изложе-



Ф и г. 1.1. Интерференционный опыт с электронами.

нии нам будет трудно отмечать, которые из них какие, но к тому времени, когда вы дочитаете книжку до конца, вы уже сами будете понимать, оглядываясь назад, какие части устояли, а какие оказались только грубым объяснением. Главы, которые последуют за этой, не будут столь неточными. Одна из причин, почему мы пытаемся в последующих главах быть как можн более точными, состоит в том, что таким образом мы сможем продемонстрировать одно из самых прекрасных свойств квантовой механики — как много в ней удастся вывести из столь малого.

Мы опять начинаем с выяснения свойств суперпозиции, наложения, *амплитуд вероятностей*. Для примера мы сошлемся на опыт, описанный в гл. 37 (вып. 3) и еще раз показанный здесь на фиг. 1.1. Имеется источник частиц s , скажем электронов; дальше стоит стенка, в которой имеются две щели; за стенкой помещен детектор; он находится где-то в точке x . Мы спрашиваем: какова вероятность того, что в точке x будет обнаружена частица? Наш *первый общий принцип* квантовой механики заключается в том, что *вероятность* того, что частица достигнет точки x , выйдя из источника s , может быть численно представлена квадратом модуля комплексного числа, называемого *амплитудой вероятности*, в нашем случае — «амплитудой того, что частица из s попадет в x » *. К этим амплитудам мы будем прибегать так часто, что удобно будет использовать сокращенное обозначение, изобретенное Дираком и повсеместно и именваемое в квантовой механике, чтобы отображать это понятие. Мы запи-

* По-русски, наверно, правильнее говорить *амплитуда вероятности*, но короче говорить просто *амплитуда* и примириться с выражением типа «амплитуда того, что электрон находится в точке x », — Прим. ред.

шем амплитуду вероятности так:

$$\langle \text{Частица попадает в } x | \text{Частица покидает } s \rangle. \quad (1.1)$$

Иными словами, две скобки $\langle \rangle$ — это знак, эквивалентный словам «амплитуда (вероятности) того, что»; выражение *справа* от вертикальной черточки всегда задает *начальное* условие, а то, что *слева*, — *конечное* условие. А иногда будет удобно еще сильнее сокращать, описывая начальные и конечные условия одной буквой. Например, амплитуду (1.1) можно при случае записать и так:

$$\langle x | s \rangle. \quad (1.2)$$

Надо подчеркнуть, что подобная амплитуда — это, конечно, всего-навсего число — *комплексное* число.

В гл. 37 (вып. 3) мы уже видели, что, когда частица может достичь детектора двумя путями, итоговая вероятность не есть сумма двух вероятностей, а должна быть записана в виде квадрата модуля суммы двух амплитуд. Мы обнаружили, что вероятность того, что электрон достигнет детектора при обеих открытых амбразурах, есть

$$P_{12} = |\varphi_1 + \varphi_2|^2. \quad (1.3)$$

Теперь мы этот результат собираемся записать в наших новых обозначениях. Сначала сформулируем наш *второй общий принцип* квантовой механики. Когда частица может достичь данного состояния двумя возможными путями, полная амплитуда процесса есть *сумма амплитуд* для этих двух путей, рассматриваемых порознь. В наших новых обозначениях мы напишем

$$\langle x | s \rangle_{\text{обе щели открыты}} = \langle x | s \rangle_{\text{через 1}} + \langle x | s \rangle_{\text{через 2}}. \quad (1.4)$$

При этом мы предполагаем, что щели 1 и 2 достаточно малы, так что, когда мы говорим, что электрон прошел сквозь щель, не встает вопрос, через какую часть щели он прошел. Конечно, можно разбить каждую щель на участки с конечной амплитудой того, что электрон прошел через верх щели или через низ и т. д. Мы допустим, что щель достаточно мала, так что нам не надо думать об этой детали. Это одна из тех неточностей, о которых мы говорили; суть дела можно уточнить, но мы покамест не будем этого делать.

Теперь мы хотим подробнее расписать, что можно сказать об амплитуде процесса, в котором электрон достигает детектора в точке x через щель 1. Это можно сделать, применив *третий общий принцип*. Когда частица идет каким-то определенным данным путем, то амплитуда для этого пути может быть записана *в виде произведения амплитуды* того, что будет пройдена часть пути, на *амплитуду* того, что и остаток пути будет пройден.

Для установки, показанной на фиг. 1.1, амплитуда перехода от s к x сквозь щель 1 равна амплитуде перехода от s к 1, умноженной на амплитуду перехода от 1 к x :

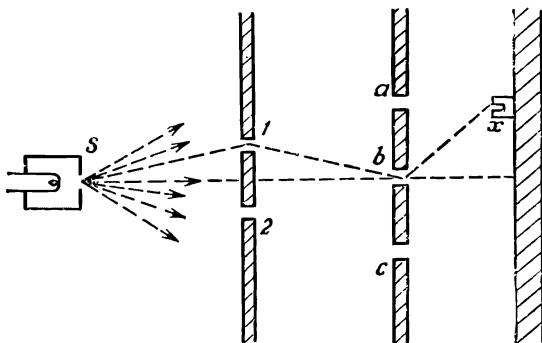
$$\langle x | s \rangle_{\text{через } 1} = \langle x | 1 \rangle \langle 1 | s \rangle. \quad (1.5)$$

Опять-таки, это утверждение не совсем точно. Нужно добавить еще один множитель — амплитуду того, что электрон пройдет щель в точке 1; но пока это у нас просто щель, и мы положим упомянутый множитель равным единице.

Заметьте, что уравнение (1.5) кажется написанным задом наперед. Его надо читать справа налево: электрон переходит от s к 1 и затем от 1 к x . В итоге если события происходят друг за другом, т. е. если вы способны проанализировать один из путей частицы, говоря, что она сперва делает то-то, затем то-то, потом то-то, то итоговая амплитуда для этого пути вычисляется последовательным умножением на амплитуду каждого последующего события. Пользуясь этим законом, мы можем уравнение (1.4) переписать так:

$$\langle x | s \rangle_{\text{обе щели открыты}} = \langle x | 1 \rangle \langle 1 | s \rangle + \langle x | 2 \rangle \langle 2 | s \rangle.$$

А теперь мы покажем, что, используя одни только эти принципы, уже можно решать и более трудные задачи, наподобие показанной на фиг. 1.2. Тут изображены две стенки: одна с двумя щелями 1 и 2, другая с тремя — a , b и c . За второй стенкой в точке x стоит детектор, и мы хотим узнать амплитуду того, что частица достигнет x . Один способ решения состоит в расчете суперпозиции, или интерференции, волн, проходящих сквозь щели; но можно сделать и иначе, сказав, что имеется шесть возможных путей, и накладывая друг на друга их амплитуды. Электрон может пройти через щель 1, затем через щель a и потом в x , или же он мог бы пройти сквозь щель 1, затем сквозь



Ф и г. 1.2. Интерференционный опыт посложнее.

щель b и затем в x и т. д. Согласно нашему второму принципу, амплитуды взаимоисключающих путей складываются, так что мы должны записать амплитуду перехода от s к x в виде суммы шести отдельных амплитуд. С другой стороны, согласно третьему принципу, каждую из них можно записать в виде произведения трех амплитуд. Например, одна из них — это амплитуда перехода от s к 1 , умноженная на амплитуду перехода от 1 к a и на амплитуду перехода от a к x . Используя наше сокращенное обозначение, полную амплитуду перехода от s к x можно записать в виде

$$\langle x | s \rangle = \langle x | a \rangle \langle a | 1 \rangle \langle 1 | s \rangle + \langle x | b \rangle \langle b | 1 \rangle \langle 1 | s \rangle + \dots \\ \dots + \langle x | c \rangle \langle c | 2 \rangle \langle 2 | s \rangle.$$

Можно сэкономить место, используя знак суммы:

$$\langle x | s \rangle = \sum_{\substack{i=1, 2 \\ \alpha=a, b, c}} \langle x | \alpha \rangle \langle \alpha | i \rangle \langle i | s \rangle. \quad (1.6)$$

Чтобы, пользуясь этим методом, проводить какие-то вычисления, надо, естественно, знать амплитуду перехода из одного места в другое. Я приведу пример типичной амплитуды. В ней не учтены некоторые детали, такие, как поляризация света или спин электрона, а в остальном она абсолютно точна. С ее помощью вы сможете решать задачи, куда входят различные сочетания щелей. Предположим, что частица с определенной энергией переходит в пустом пространстве из положения $\mathbf{r}_1$ в положение $\mathbf{r}_2$. Иными словами, это свободная частица: на нее не действуют никакие силы. Отбрасывая численный множитель впереди, амплитуду перехода от $\mathbf{r}_1$ к $\mathbf{r}_2$ можно записать так:

$$\langle \mathbf{r}_2 | \mathbf{r}_1 \rangle = \frac{e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}_{12}/\hbar}}{r_{12}}, \quad (1.7)$$

где $\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$, а $\mathbf{p}$ — импульс частицы, связанный с ее энергией E релятивистским уравнением

$$p^2 c^2 = E^2 - (m_0 c^2)^2$$

или нерелятивистским уравнением

$$\frac{p^2}{2m} = \text{Кинетическая энергия.}$$

Уравнение (1.7) в итоге утверждает, что у частицы есть волновые свойства, что амплитуда распространяется как волна с волновым числом, равным импульсу, деленному на $\hbar$.

В общем случае в амплитуду и в соответствующую вероятность входит также и время. В большинстве наших первоначальных рассуждений будет предполагаться, что источник испускает частицы с данной энергией непрерывно, так что о времени не нужно будет думать. Но, вообще-то говоря, мы

вправе интересоваться и другими вопросами. Допустим, что частица испущена в некотором месте P в некоторый момент и вы хотите знать амплитуду того, что она окажется в каком-то месте, скажем r , в более позднее время. Это символически можно представить в виде амплитуды $\langle r, t=t_1 | P, t=0 \rangle$. И ясно, что она зависит и от r , и от t . Помещая детектор в разные места и делая измерения в разные моменты времени, вы получите разные результаты. Эта функция r и t , вообще говоря, удовлетворяет дифференциальному уравнению, которое является волновым уравнением. Скажем, в нерелятивистском случае это уравнение Шредингера. Получается волновое уравнение, аналогичное уравнению для электромагнитных волн или звуковых волн в газе. Однако надо подчеркнуть, что волновая функция, удовлетворяющая уравнению, не похожа на реальную волну в пространстве; с этой волной нельзя связать никакой реальности, как это делается со звуковой волной.

Хотя, имея дело с одной частицей, можно начать пытаться мыслить на языке «корпускулярных волн», но ничего в этом хорошего нет, потому что если, скажем, частиц не одна, а две, то амплитуда обнаружить одну из них в r_1 , а другую в r_2 не есть обычная волна в трехмерном пространстве, а зависит от *шести* пространственных переменных r_1 и r_2 . Когда частиц две (или больше), возникает потребность в следующем добавочном принципе. Если две частицы не взаимодействуют, то амплитуда того, что одна частица совершит что-то одно, а другая сделает что-то другое, есть произведение двух амплитуд — амплитуд того, что две частицы проделали бы это по отдельности. Например, если $\langle a | s_1 \rangle$ есть амплитуда того, что частица 1 перейдет из s_1 в a , а $\langle b | s_2 \rangle$ — амплитуда того, что частица 2 перейдет из s_2 в b , то амплитуда того, что оба эти события произойдут вместе, есть

$$\langle a | s_1 \rangle \langle b | s_2 \rangle.$$

И еще одну вещь надо подчеркнуть. Предположим, нам неизвестно, откуда появляются частицы на фиг. 1.2, прежде чем они пройдут через щели 1 и 2 в первой стенке. Несмотря на это, мы все равно можем предсказать, что произойдет за стенкой (скажем, вычислить амплитуду попасть в x), если только нам даны два числа: амплитуда попадания в 1 и амплитуда попадания в 2. Иными словами, из-за того, что амплитуды последовательных событий перемножаются, как это показано в уравнении (1.6), все, что вам нужно знать для продолжения анализа, — это два числа, в данном частном случае $\langle 1 | s \rangle$ и $\langle 2 | s \rangle$. Этих двух комплексных чисел достаточно для того, чтобы предсказать все будущее. Это-то и делает квантовую механику простой. В следующих главах выяснится, что именно это мы и делаем, когда отмечаем начальные условия при помощи двух (или не-

скольких) чисел. Конечно, эти числа зависят от того, где расположен источник и каковы другие свойства прибора, но, как только эти числа даны, все подобные детали нам больше не нужны.

§ 2. Картина интерференции от двух щелей

Рассмотрим еще раз вопрос, который мы довольно подробно обсудили раньше, в гл. 37 (вып. 3). Сейчас мы используем идею об амплитуде во всей ее мощи, чтобы показать вам, как она работает. Вернемся к старому опыту, изображенному на фиг. 1.1, добавив к нему еще источник света и поместив его за щелями (ср. фиг. 37.4 гл. 37). В гл. 37 мы обнаружили следующий примечательный результат. Если мы заглядывали за щель 1 и замечали фотоны, рассеивавшиеся где-то за ней, то распределение вероятности того, что электрон попадал в x при одновременном наблюдении этих фотонов, было в точности такое же, как если бы щель 2 была закрыта. Суммарное распределение для электронов, которые были «замечены» либо у щели 1, либо у щели 2, было суммой отдельных распределений и было совсем не похоже на распределение, которое получалось, когда свет бывал включен. По крайней мере так бывало, когда использовался свет с малой длиной волн. Когда длина волны начинала расти и у нас исчезала уверенность в том, у какой из щелей произошло рассеяние света, распределение становилось похожим на то, которое бывало при выключенном свете.

Посмотрим теперь, что здесь происходит, используя наши новые обозначения и принципы композиции амплитуд. Чтобы упростить запись, можно через φ_1 опять обозначить амплитуду того, что электрон придет в x через щель 1, т. е.

$$\varphi_1 = \langle x | 1 \rangle \langle 1 | s \rangle.$$

Сходным же образом φ_2 будет обозначать амплитуду того, что электрон достигнет детектора через щель 2:

$$\varphi_2 = \langle x | 2 \rangle \langle 2 | s \rangle.$$

Это — амплитуды проникновения электрона через щель и появления в x , когда света нет. А если свет включен, мы поставим себе вопрос: какова амплитуда процесса, в котором вначале электрон выходит из s , а фотон испускается источником света L , а в конце электрон оказывается в x , а фотон обнаруживается у щели 1? Предположим, что мы с помощью счетчика D_1 наблюдаем фотон у щели 1 (фиг. 1.3), а такой же счетчик D_2 считает фотоны, рассеянные у щели 2. Тогда можно говорить об амплитуде появления фотона в счетчике D_1 , а электрона в x и об амплитуде появления фотона в счетчике D_2 , а электрона в x . Попробуем их подсчитать.