

А. С. Пчёлко

**Хрестоматия по методике начальной
арифметики**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
А11

A11 **А. С. Пчёлко**
Хрестоматия по методике начальной арифметики / А. С. Пчёлко – М.: Книга по Требованию, 2023. – 280 с.

ISBN 978-5-458-27493-7

Пособие по методике преподавания математики в начальной школе.

ISBN 978-5-458-27493-7

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2023
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2023

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

ОГЛАВЛЕНИЕ

<i>Предисловие</i>	3
------------------------------	---

Часть первая.

ОЧЕРК ИСТОРИИ РАЗВИТИЯ В РОССИИ МЕТОДИКИ НАЧАЛЬНОЙ АРИФМЕТИКИ В XIX И НАЧАЛЕ XX в.

1. Методы и приемы обучения арифметике в «старой» дореформенной школе	7
2. Первые шаги в создании методики арифметики	18
3. Состояние преподавания арифметики в школах в первой половине XIX в.	28
4. Школа после реформы 60-х годов.	31
5. Метод изучения чисел	33
6. Борьба с методом изучения чисел	39
7. Метод изучения действий	50
8. Состояние методики арифметики в конце XIX и в начале XX в.	63
9. Методика арифметики накануне Октябрьской революции	81
10. Заключение. Итоги	90

Часть вторая.

ВЫДЕРЖКИ ИЗ МЕТОДИК МЕТОДИСТОВ XIX в.

1. Значение и цели обучения арифметике в начальной школе	101
<i>В. Естуховский.</i> Значение и прием обобщений при обучении арифметике	102
<i>А. Гольденберг.</i> Образовательное значение обучения детей производству арифметических действий	103
<i>С. Шогор-Троицкий.</i> Тройная цель обучения начальной математике	—
<i>Ф. Эрн.</i> Материальная и формальная цели обучения арифметике	105
2. Содержание курса арифметики в начальной школе и система расположения материала	107
<i>П. Гурьев.</i> Содержание и система расположения материала в курсе арифметики	113
<i>В. Естуховский.</i> Расположение учебного материала арифметики должно быть концентрическое	116
<i>А. Гольденберг.</i> Последовательность в изучении арифметических действий	117
<i>К. Аржеников.</i> Обоснование концентров	119
3. Методы и приемы изучения арифметических действий	122
<i>Ф. Эрн.</i> Возникновение у ребенка понятия о числе	—
<i>В. Естуховский.</i> Изучение числа «четыре»	125
<i>А. Гольденберг.</i> Знакомство с разностным сравнением	133
<i>С. Житков.</i> Условный смысл выражения «увеличить данное число на несколько единиц»	134
<i>В. Беллюстин.</i> Таблица умножения	135
<i>В. Естуховский.</i> Нумерация чисел до 1000 и чисел до высших пределов	141

	<i>С. Шохор-Троцкий.</i> Деление многозначных чисел	149
	<i>Ф. Егоров.</i> Изменение результатов в связи с изменением данных	168
	<i>Л. Н. Толстой.</i> Признаки делимости	180
4.	Устный счет	182
	<i>В. Ештушевский.</i> Беглое вычисление	—
	<i>А. Гольденберг.</i> Об устных вычислениях	184
	<i>Ф. Егоров.</i> Особенности устных и письменных вычислений	185
	<i>С. Рачинский.</i> Арифметика в начальной школе	187
	<i>С. Рачинский.</i> Задачи для устного счета	191
	<i>С. Шохор-Троцкий.</i> Таблицы для упражнений в изустных вычислениях	193
5.	Методика решения задач	195
	<i>В. Ештушевский.</i> О решении задач	196
	<i>А. Гольденберг.</i> Задачи на числа первой сотни	207
	<i>А. Гольденберг.</i> Задачи на числа любой величины	220
	<i>Ф. Егоров.</i> О классификации задач	221
	Арифметические приемы решения задач	227
	Ознакомление детей с различными приемами решения задач	—
	<i>В. Беллюстин.</i> Способы решения задач	231
	Подробности решения	234
	Типические задачи	236
	<i>Ф. Эрн.</i> Задачи и их решение	239
6.	Задачи на вычисление времени и способы их решения	254
	<i>А. Гольденберг.</i> Меры времени	—
	<i>В. Беллюстин.</i> Необходимость задач на вычисление времени и способы их решения	263
7.	Начатки геометрии	—
	<i>В. Беллюстин.</i> Необходимость геометрических сведений и их доступность	267
	<i>С. Шохор-Троцкий.</i> Площади и объемы	—
8.	Приложение	268
	<i>В. Беллюстин.</i> Дневник занятий по арифметике в 3-м отделении начальной школы	275
	Главнейшие методики и методические руководства по начальной арифметике	—

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

ОЧЕРК ИСТОРИИ РАЗВИТИЯ В РОССИИ МЕТОДИКИ НАЧАЛЬНОЙ АРИФМЕТИКИ В XIX И НАЧАЛЕ XX ВЕКА.

1. МЕТОДЫ И ПРИЕМЫ ОБУЧЕНИЯ АРИФМЕТИКЕ В «СТАРОЙ» ДОРЕФОРМЕННОЙ ШКОЛЕ XVIII И ПЕРВОЙ ПОЛОВИНЫ XIX ВЕКА,

Арифметика как предмет преподавания сложилась очень рано и рано заняла в школьном и семейном обучении определенное и прочное место. Это вызывалось практической потребностью научить обучающегося простейшим расчетам и элементарным вычислениям. Что же касается методики преподавания арифметики, то она стала создаваться значительно позже. Вплоть до конца XVIII в. методики арифметики как самостоятельного учебного руководства не было; не было и потребности в ней, потому что в эти годы в России почти не было школ. Общее образование и дело обучения грамоте считалось частным делом каждого гражданина. Правительство, если и открывало школы, то только такие, которые готовили нужных для него специалистов; такими были навигацонная школа, цифирные школы, гарнизонные школы, открытые в эпоху Петра I. Обучение грамоте как обязательная повинность была введена Петром I только для детей духовного и дворянского сословия, и осуществлялась эта мера семьей в порядке индивидуального обучения. Прекрасное изображение типичных для XVIII в. приемов такого обучения дано Фонвизиним в комедии «Недоросль».

Знание педагогом каких-либо методических приемов при таком обучении считалось ненужным.

Предполагалось, что одного только ученья и прилежанья со стороны ученика вполне достаточно, чтобы овладеть арифметикой. В этом отношении характерно предисловие к одному из учебников арифметики, появившемуся в 1757 г.¹ Вот что пишет автор в этом предисловии: «Хотя некоторые в оном руководстве правила с решением задач сперва учащимся песколько темными и покажутся, однако уповаю, прилежным и рассудительным читателям и без дальнего изъяснения вразумительны будут. Всякий обстоятельно порядочным и твердым учением и без особенного представления оные познает. Сим же способом и сам решение со изобретением новых правил и задач и в прочих математических науках с добрым успехом научится. Всяк из нас то скорее понимает и

¹ К у р г а н о в, Универсальная арифметика

легче в памяти содержит, чего показания в немногих словах ясно видит, и тем больше свое рассуждение нежели память поощрять обыкнет; а при случаях способнее может употреблять в свою пользу; напротиву того, продолжительное и подробное изъяснение причиняет юношеству скуку с нерачением». Смысл этого предисловия ясен: не нужно при обучении арифметике «дальних изъяснений» и «особливых наставлений» — они порождают у ученика только скуку и отучают его самостоятельно думать; «рассудительный» и прилежный читатель (ученик) сам поймет все сказанное в немногих словах. А если не поймет, то это непонимание он должен отнести, очевидно, за счет собственного слабого разума. После этого нам понятно, почему арифметика считалась очень трудным предметом, доступным только некоторым ученикам, наиболее способным.

Отсутствие методики как печатного учебного руководства до XIX в., однако, нельзя рассматривать как отсутствие каких бы то ни было принципов и приемов преподавания арифметики в этот период. В практике обучения арифметике были, конечно, свои приемы, свои методы. Каждый учитель учил других так, как его самого когда-то учили. По традиции способы и приемы обучения переходили от поколения к поколению. Существовала неписанная методика, опиравшаяся на определенные методические положения, которые находили свое выражение в системе построения учебников. Положения эти сводились к следующему.

Обучение арифметике преследует чисто практическую (материальную) цель — дать учащимся знания и навыки, которые нужны человеку в практической жизни (уметь считать, вычислять, производить несложные расчеты, решать задачи житейского характера). Усвоение знаний происходит исключительно посредством памяти. Понимание усвояемого при этом необязательно. Познавание опирается также на логику самого предмета; логическая система расположения материала помогает ученику овладеть знанием этого предмета. Усвоение есть следствие логического процесса, развернутого автором в учебнике, поэтому изложение предмета должно быть строго систематическим.

Этими положениями определялась, с одной стороны, практика обучения, а с другой — система построения учебника. Преподавание носило чисто догматический характер: усвоение происходило путем зазубривания того, что говорил учитель и что задавалось и по учебнику (очень часто без понимания того, что изучается). Соответственно практическим задачам обучения главное внимание обращалось на выработку механических навыков в вычислениях, путем решения примеров по определенным правилам. Задачи занимали весьма скромное место; они были сравнительно просты, носили прикладной характер, решались по определенному правилу, и решение их заучивалось так же, как и решение примеров, как заучивались доказательства теорем.

Большую роль играл учебник. Учитель требовал, чтобы ученик выучивал наизусть страницы учебника, определяя тот размер урока, который мог быть выучен наизусть. Учебник одновременно являлся как бы методикой, так как построение учебника определяло

в значительной мере и характер преподавания. На создание учебника и было обращено внимание в XVIII в. Рассмотрим некоторые из этих учебников, обращая главное внимание на методическую сторону их построения; характер изложения материала в учебниках поможет нам воспроизвести картину преподавания арифметики по этим учебникам.

Одной из первых книг по арифметике в России была книга, написанная Леонтием Магницким и изданная в 1703 г., под названием — «Арифметика, сиречь наука числительная». Для своего времени это была замечательная книга, по которой обучались арифметике несколько поколений на протяжении 50 лет. Недаром Ломоносов говорил, что эта книга открыла ему врата в храм науки. Написана эта книга весьма старательно, с большой любовью к науке, с хорошим знанием предмета и с большим вниманием к своему читателю. Это была первая в России математическая книга, где числа обозначались не славянскими, а арабскими цифрами (на стр. 11 воспроизведена одна из страниц этой книги).

Курс арифметики Магницкий разделил на две книги: на арифметику-политику, или гражданскую, и арифметику-логику, в которой рассматривается движение небесных тел. Первая книга содержит в себе 5 частей: о целых числах, о ломаных числах, или дробях; о правилах подобных, т. е. тройных, о правилах фальшивых, о правилах квадратных и кубических корней и, наконец, прогрессии.

Во второй книге изложено учение о числах алгебраических, привлечение корней высших степеней, решение квадратных и биквадратных уравнений, рассмотрение тригонометрических линий и приложение этих знаний к некоторым астрономическим вопросам.

Таким образом в арифметике Магницкого давались сведения не только по арифметике, но и по геометрии, алгебре, тригонометрии и астрономии; разделы математики в то время еще не были дифференцированы достаточно четко. В целых числах Магницкий различает пять правил: счисление, сложение, вычитание, умножение и деление.

Рассмотрение каждого правила (действия) начинается с определения. Сложение он определяет так: «Аддицио или сложение есть, дву или многих чисел во едино собрание, или во един перечень совокупление». Далее приведена таблица сложения, которая заканчивается следующими поучительными стихами:

«К двум един то есть три,
два же к трем пять смотри.
Так и все назирай,
таблицу разбирай,
Хотяй же не лгати,
похвально слагати.
Да тщится познати,
изустно сказати».

После этого идет подробное изложение того, как производится сложение; приведены в определенной и строгой системе примеры для упражнений, и, наконец, даны задачи на сложение с решением их. В конце говорится о проверке сложения. Проверка делается при помощи числа 9.

В таком же порядке рассматривается и каждое последующее арифметическое действие. В вычитании сначала подробно рассматривается

вычитание чисел двузначных, причем таких, где каждая цифра вычитаемого меньше соответствующей цифры уменьшаемого; потом рассматриваются такие случаи, когда приходится занимать. Проверка указывается двоякая: посредством девятки и сложением. В умножении сначала дана вся таблица умножения, которую учащийся должен был «затвердить» наизусть. В конце таблицы Магницкий дает назидательное поучение своим читателям, вскрывающее методику изучения таблицы:

«Аще кто не твердит
Таблицы и гордит,
Не может познати,
Числом что множити,
И во всея науки
Не свобод от муки».

После этого дан общеизвестный способ получения табличных результатов при помощи пальцев («Ии способ к тверждению таблицы по перстом ручным»).

Магницкий не делал принципиального различия между множимым и множителем: большее число он всегда припимал за множимое, меньшее — за множитель. Излагая способ письменного умножения, Магницкий сначала показывает умножение, начиная с низших разрядов, а затем и с высших разрядов. Большое внимание Магницкий уделяет наряду с общими случаями и таким случаям умножения, где произведение составляется из определенных цифр; например, где произведение состоит или только из единиц (777×143), или из двоек (777×286), из троек и т. д., или где произведение состоит из 1 и 2 (252×481), из цифр 2 и 3 (483×481) и т. п. Умножение таких чисел он называет «умножением с неким удивлением». Проверка умножения производится при помощи девятки.

Механизм деления в начале XVIII в. не был еще устоявшимся. Магницкий показывает 6 способов деления, останавливаясь затем на одном. Вот этот способ: допустим, что нужно 7635 разделить на 5. Числа подписываются так:

$$\begin{array}{r} 7635 \\ 5 \end{array} .$$

Частное пишется справа, а остатки от вычитания сверху над делимым, причем вычтенные числа зачеркиваются.

Действие принимает такой вид:

$$\begin{array}{r} 213 \\ 7635 \\ 5555 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 213 \\ 7635 \\ 5555 \end{array}} \right\} 1527$$

До какой степени догматичны были объяснения, даваемые в учебнике Магницкого, можно видеть на примере объяснения того же деления. Вот как у Магницкого объяснено деление многозначного числа на двухзначное (1952:32). «Надлежит знать», говорится в книге на стр. 18, что когда делитель имеет не одно число, но два (32) или три (432), и тогда так же подписываются числа делителя, под большим



АРИФМЕТИКА ПРАКТИКА ИЛИ ДѢЯТЕЛЬНАЯ .

ЧТО ЕСТЬ АРИФМЕТИКА :

Арифметика или числительница, есть искусство
 чистое, и незанятное, и весьма оудовольнительное,
 многопользительное, и многохвалительное, то дус-
 вительнейше и новительнейше, в различная времена
 являющихся изряднейших арифметиков, и изобрет-
 енное, и изломанное .

Колкогда есть арифметика практикая :

Есть двояка .

- 1 Арифметика полартикая, или гражданская
- 2 Арифметика догметика, не по гражданству
 токма, но по движению денег, крѣту принадлежаща .

себе, делимого так $\frac{1952}{32}$. И рассуждают так. «Яко елико первым числом делителя, емлепи из верхних чисел делимого: толикожде бы взяти, и другим числом делителя, из тех же числ делимого, яко же zde:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1952 \\ 32 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 1 \\ 1952 \\ 32 \end{array}} \right\} 6$$

Из 19 взяти на 3, по 6: по толику же бы взяти, и из 15, на 2:

$$\begin{array}{r} 13 \\ 1952 \\ 32 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 13 \\ 1952 \\ 32 \end{array}} \right\} 6$$

а прочая похерь так: Потом напиши первое число делителя против остаточных 3-х делимого, а другое делителя в ряд к правой руке, яко же zde.

$$\begin{array}{r} 13 \\ 1952 \\ 322 \\ 3 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{r} 13 \\ 1952 \\ 322 \\ 3 \end{array}} \right\} 6$$

И умствуй 3 делителя из 3-х делимого, и будет 1. и сей 1 напиши подле 6 за чертою, и другим числом делителя 2-мя возьми из 2

делимого 1, который уже за чертою написан так $\frac{13}{322} \left. \vphantom{\frac{13}{322}} \right\} 61$ Толико

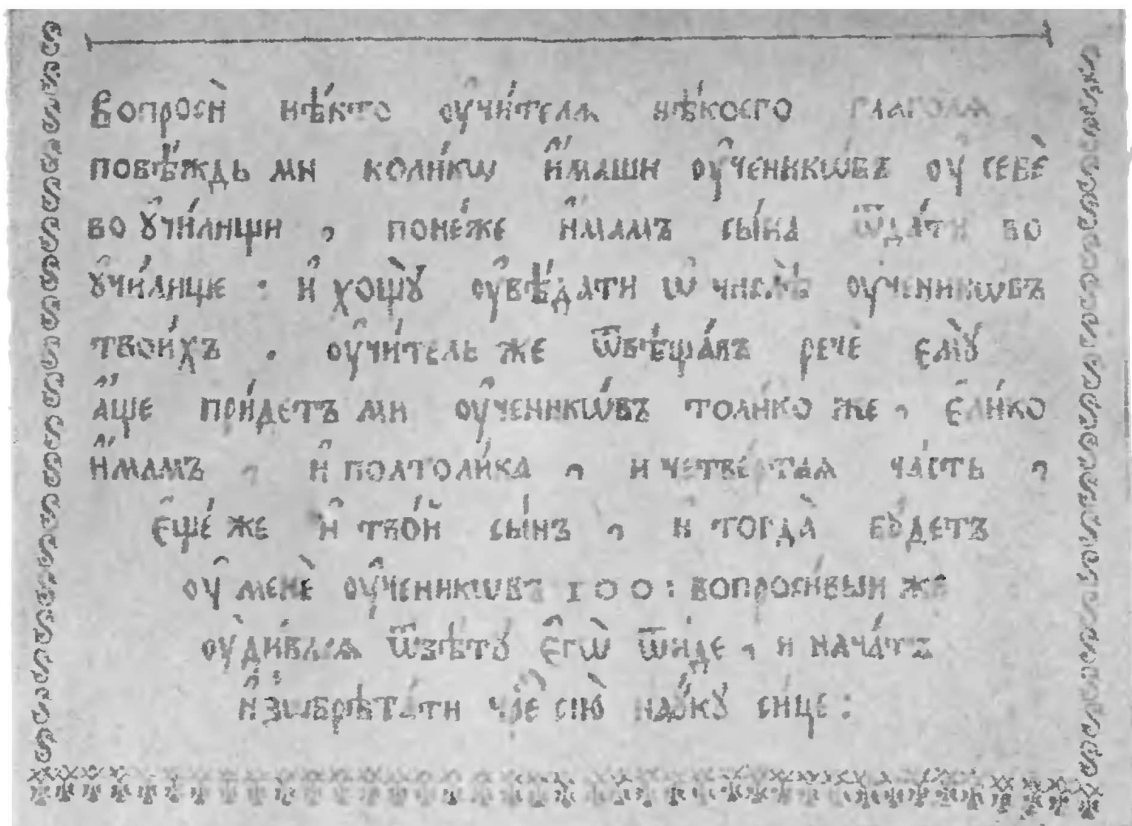
пришло из 1952 на 32».

Как видно из приведенной цитаты, Магницкий подробно рассказывает вычисления, но при этом не дает никаких объяснений, почему нужно делать так, а не иначе.

Рассмотревши одно за другим четыре действия над целыми числами, Магницкий дает в заключение первой части очерк мер длины, веса и денг.

Вторая часть посвящена дробям, которые называются ломаными числами. Характерно, что учение о дробях Магницкий сближает с учением об именованных числах. Усвоение дробей построено также на заучивании множества правил; причем эти правила не выводятся и никак не объясняются, а просто даются в форме догматических положений. Вот как, например, Магницкий «объясняет» деление дроби на дробь (стр. 56). «Дивизио, или деление в долях. Если случится тебе делить доли на доли, и тогда надлежит одно число измерить, т. е. делимое, чтобы числитель был знаменателем, так как если хочешь $\frac{3}{5}$ делить на $\frac{1}{4}$, тогда напиши так:

$$\frac{5}{3} - \frac{1}{4}$$



и умножай 5 с 1, а 3 с 4: будет 12, и напиши $\frac{5}{12}$. Или, не изменяя чисел, умножай накрест».

•Наконец приведем решение задачи на так называемое фальшивое, или гадательное, правило, которое было очень популярным в учебниках XVIII в. Эта задача воспроизведена выше на этой странице.

Теперь эта задача решается очень просто с дробными числами, принимая число учеников за единицу

$$\left(1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}\right).$$

У Магницкого же, как видно из приведенного решения (стр. 14, 15), она решалась так: пусть учеников было 24 («первое положение»), тогда, по условию задачи, в училище было бы $24 + 24 + 12 + 6 + 1 = 67$ учеников, а их было 100; значит, наше предположение неверно, и ошибка равна 33 ученикам. Возьмем учеников 32 («второе положение»), тогда их будет $32 + 32 + 16 + 8 + 1 = 89$, ошибка равна 11. Дальше нужно сделать следующее: первое предположение 24 умножаем на вторую ошибку 11, получится 264; второе предположение 32 умножается на первую ошибку 33, получается 1056; из 1056 вычитается 264, получается 792, и это число делится на разность ошибок от предположений $33 - 11 = 22$, получим $792:22 = 36$.

Магницкий дает и второй способ решения этой задачи, который близок к современному способу $\left(1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)$; но сумму эту

Первое положение :

2 4
2 4
1 2
0
1

Второе положение :

3 2
3 2
1 6
8
2 2
1

6 7 — 3 3 3 2 2 4 2 2 8 9 — 1 1

и твориме на кресте б б 2 4 чрез второе фальшиве право :

9 9 2 4
1 0 5 6 2 6 4
2 5 4 1
7 9 2 1 3

7 9 2 } 3 б только бы в томъ
1 1 1 } 3 б только бы в томъ
1 } 3 б только бы в томъ
1 } 3 б только бы в томъ

В том же избривати краткими числы чрез тройное право биче :

1 1
1 1
0 1/2
0 1/4
1 6
4
2
2 1



1 0 0
9 1/9
8
7 9 2

1 3 } 3 б только же пришло :
4 9 3 }
1 1 1 }
1 }