Ф. Клейн

Лекции о развитии математики в XIX столетии

Часть 1

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 51
ББК 22.1
Ф11

Ф. Клейн

Ф11 Лекции о развитии математики в XIX столетии: Часть 1 / Ф. Клейн – М.: Книга по Требованию, 2012. – 438 с.

ISBN 978-5-458-28798-2

Книга «Лекции о развитии математики в XIX столетии» написана немецким математиком и педагогом Феликсом Христианом Клейном. В предлагаемой вниманию читателя книге Клейн уделяет много внимания своим работам и развитию тех идей, которые были особенно близки ему в его творчестве. Данная работа не была доведена Клейном до конца, в ней остаются значительные пробелы, наличие которых обусловливается обстоятельствами, от автора не зависевшими. Тем не менее, она представляет собой исключительный интерес. При чтении ее перед нами развертывается настоящая панорама, на которой ясно различаются большие дороги развития науки и рельефно показаны отдельные фигуры и группы людей, прокладывавших эти дороги.

ISBN 978-5-458-28798-2

Серия Книжный Ренессанс
www.samizday.ru/reprint

Глава четвертая.

Развитие алгебраической геометрии после Мебиуса, Плюкера и Штейнера.

Глава пятая.

Механика и математическая физика в Германии и Англии до 1880 года.

ГЛАВА ШЕСТАЯ.

Общая теория функций комплексного переменного у Римана и Вейерштрасса.

Глава седьмая.

Исследование природы алгебраических многообразий с более глубокой точки зрения.

Глава восьмая.

Теория групп и теория функций. Автоморфные функции.

ФЕЛИКС КЛЕЙН И ЕГО ИСТОРИЧЕСКАЯ РАБОТА.

М. Я. Выгодский.

Недавно исполнилось десять лет со дня смерти Клейна. Уже по одному этому было бы уместно предпослать переводу работы Клейна «Развитие математики в XIX столетии» краткий обзор его многосторонней деятельности. Но и помимо этого внешнего повода полувековая научная и общественная деятельность Клейна заслуживает того, чтобы уделить ей должное место в истории математики XIX столетия, тем более что влияние идей и произведений Клейна и сейчас еще очень велико.

В своей книге, ныне предлагаемой вниманию советского читателя, Клейн уделяет много внимания своим работам и развитию тех идей, которые были особенно близки ему в его творчестве. Можно даже сказать, что вся его работа написана под углом зрения личных научных интересов. Но систематического изложения своей биографии Клейн, руководясь, повидимому, чувством скромности, не дает, и потому в его книге ощущается несомненный пробел, который я хотел бы заполнить хотя бы отчасти. С другой стороны, достоинства и недостатки исторической работы Клейна будут для нас яснее и понятнее, если мы предварительно хотя бы в самых общих чертах охарактеризуем жизнь и творчество автора.

Феликс Клейн родился в 1849 г. в семье чиновника: отец его был казначеем в Дюссельдорфе. Это был человек чрезвычайно консервативного образа мышления; в семье Клейна господствовал «старопрусский» дух, и в этом духе был воспитан и Феликс Клейн. В гимназии, в которую определил его отец, царил классический стиль; естествознанию и математике уделялось очень малое место в преподавании. Уже с юношеских лет Клейн стал проявлять стремление к разностороннему и углубленному изучению мира, и узкая программа гимназии не могла его удовлетворить. Он обращается к самообразованию, а по окончании гимназии в 1865 г. поступает в университет в Бонне для специального изучения естествознания и математики.

На талантливого студента Клейна сразу обратил внимание профессор Боннского университета Плюкер. В то время уже глубокий старик, Плюкер занимал одновременно кафедры математики и физики. Наряду с чисто математическими исследованиями, преимущественно в области геометрии, в которой имя его связано с целым рядом плодотворных идей, и поныне сохранивших свою актуальность («плюкеровы координаты», идея метрической двойственности, линейчатая геометрия и др.), Плюкер был талантливым экспериментатором и сделал выдающиеся открытия в различных отделах физики, значительная часть которых, правда, не получила должной оценки у современников.

Понятно, насколько соответствовали интересам молодого Клейна научное руководство Плюкера и личное общение с ним. В свою очередь, и Плюкер был заинтересован в помощи молодого Клейна, и в 1866 г. Клейн становится ассистентом Плюкера по кафедре физики.

В 1868 г. Плюкер умер, и на девятнадцатилетнего Клейна пала задача подготовить к печати оставшиеся не вполне отделанными работы Плюкера, в частности вторую часть его замечательного сочинения «Новая геометрия пространства, основанная на рассмотрении прямой линии как элемента пространства». В 1869 г. эта работа уже вышла из печати. Отсюда берет свое начало и самостоятельная работа Клейна в области геометрии. Прошло еще каких-нибудь два-три года, и Клейн уже оформил тот круг идей, который определил всю дальнейшую его научную работу.

После смерти Плюкера Клейн оставил Бонн и в течение следующего года побывал в Геттингене и в Берлине, где имел возможность войти в личное общение с выдающимися учеными, возглавлявшими влиятельные научные школы: в Геттингене он познакомился с Клебшем (1833—1872) и Вильгельмом Вебером (1804—1890), а в Берлине — с Вейерштрассом (1815—1897).

Чрезвычайно интересно для характеристики самостоятельности молодого Клейна то обстоятельство, что с первыми двумя из вышеназванных лиц Клейн вступил в тесный научный и личный контакт, тогда как при первых же попытках общения с Вейерштрассом обнаружилась непроходимая пропасть, отделявшая научное мировоззрение молодого математика от мировоззрения главы берлинской математической школы.

Оба геттингенских профессора — сравнительно молодой математик Клебш и уже достигший шестидесятипятилетнего возраста физик Вебер, в молодости бывший ассистентом Гаусса, — были носителями традиций математики эпохи французской революции. Математика являлась для них составной и неразделной частью науки о природе, не только в том смысле, что они сами искали и находили многочисленные применения математики, но и в том, что в чисто математическом исследовании они не покидали почвы конкретных образов геометрии, механики и физики. Что касается Вейерштрасса, то для него мир математических наук был замкнутым в себе миром чистой абстракции, его творчество покоилось на педантично-строгом логическом анализе аналитических соотношений; на приложения же математики он смотрел как на нечто побочное, для самой математики несущественное.

Как ни велик был авторитет Вейерштрасса в конце 60-х годов прошлого века, он не только не оказал никакого воздействия на образ мышления молодого Клейна, но, напротив, заострил его научное кредо и поставил Клейна в резкое оппозиционное отношение к школе Вейерштрасса.

В 1870 г. Клейн познакомился с Софусом Ли, и это знакомство оказало на Клейна большое влияние: знаменитый норвежский математик ввел Клейна в круг своих идей, и с тех пор между Клейном и Ли (который был старше его на семь лет) не прекращался личный и научный контакт. В первый же период их знакомства этот контакт дал плодотворные результаты для развития новой области математики, в настоящее время включившей в себя ряд разрозненных прежде областей, — абстрактной теории групп. И Клейн был первым, кто подчинил понятию группы столь обширную область математики, какой является геометрия.

В том же 1870 г. Клейн совместно с Ли предпринимает поездку в Париж, где вступает в личную связь с Дарбу и Жорданом. Франко-прусская война заставила Клейна покинуть Францию. В войне Клейн не принимал никакого участия, так как в самом ее начале заболел тифом. Оправившись от последствий тяжелой болезни, он вновь поселяется в Геттингене. Высоко ценивший таланты Клейна Клебш выхлопотал ему вскоре самостоятельное академическое положение, и двадцати трех лет от роду Клейн становится профессором математики в Эрлангене (1872).

К этому времени идеи Клейна уже вполне оформляются, и его работа «Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen» («Сравнительное рассмотрение новых геометрических исследований», октябрь 1872 г.) дает настолько ясную и отчетливую перспективу дальнейшего развития геометрии, что она по праву получила в обиходе математиков название «Эрлангенской программы». В течение полустолетия тезисы Эрлангенской программы были ведущим началом в развитии математики, да и поныне, хотя математика обогатилась рядом новых плодотворных идей, делающих в некоторых отношениях Эрлангенскую программу превзойденной, она продолжает оставаться не только важнейшим историческим документом, но и живым источником математического творчества.

Основная идея Эрлангенской программы состоит в том, что объектом геометрии является система инвариантов некоторой группы преобразований непрерывного многообразия и что различные системы геометрии отличаются друг от друга постольку, поскольку отличны структуры положенных в их основу групп.

Эта идея, в настоящее время легко доступная каждому математику, отнюдь не была таковой 60 лет тому назад, несмотря на то, что понятия, на которые она опирается, каждое в отдельности уже стали достоянием науки. Действительно, понятие группы было введено в математику уже Лагранжем, а в руках Галуа оно получило плодотворное применение в общей теории алгебраических уравнений. Незадолго до появления Эрлангенской программы теория групп подстановок была систематически изложена Жорданом, книга которого «Traité des substitutions» (1870) представляет собой первый учебник теории конечных групп. Идея единства геометрических систем, представляющих различные интерпретации одной и той же системы метрических соотношений, содержалась уже в работе Бельтрами (1868), в которой была дана интерпретация плоской неевклидовой геометрии как геометрии псевдосферы в евклидовом пространстве; наконец, теория алгебраических инвариантов вместе с ее приложением к аналитической геометрии была в течение 1850—1870 гг. развита рядом авторов, между прочим Кели и Клебшем. В частности, Кели выдвинул идею подчиненности метрической геометрии (евклидового пространства) геометрии проективной и ввел проективное мероопределение, основанное на рассмотрении алгебраических квадратичных форм.

Может показаться, что при этих обстоятельствах идеи Эрлангенской программы не содержали ничего нового и что оставалось только сформулировать их во всей полноте, чтобы они были приняты как нечто само собой разумеющееся. Что такое представление было бы в корне ошибочно, показывает лучше всего тот прием, который встретили идеи Клейна со стороны многих видных математиков.

Из работы Клейна, перевод которой здесь дается, читатель увидит, что первый прием, оказанный его идеям, был не только холодно-равнодушным, но и сопровождался прямым сопротивлением со стороны такого, например, математика, как Вейерштрасс. Я не буду воспроизводить соответствующее место, — читатель найдет его на стр. 189—192. Я замечу лишь, что причиной непонимания, проявленного Вейерштрассом, было не только различие психологий, как полагает Клейн; несомненно здесь имело значение также и другое, и притом более существенное, обстоятельство.

Я уже говорил о том стремлении к многостороннему охвату действительности, которое характерно для Клейна; оно проявилось, быть может, всего сильнее именно в данном случае, когда Клейн осознал единство в многообразии математических фактов и методов, на первый взгляд весьма далеких друг от друга. Здесь мы имеем яркий пример того, как крупнейший мыслитель в своем творчестве стихийно становится на позиции диалектического материализма, — факт, всегда подчеркивающийся основоположниками марксизма. То сопротивление, которое встретили идеи Клейна, имеет своей более глубокой причиной общую ограниченность мировоззрения буржуазного ученого, оно представляет собой проявление метафизического образа мышления, не раз служившего в истории науки препятствием к усвоению новых идей: вспомним хотя бы те трудности, которые встретила неевклидова геометрия или — в более близкое к нам время — теория относительности.

Идеи Эрлангенской программы представляют собой очень высокую ступень математической абстракции. Они уносят мысль математика далеко от тех «физических» объектов, с которыми в элементарной геометрии связываются основные геометрические понятия. Они предоставляют стороннику «чистого мышления» соблазнительную возможность покинуть вовсе область конкретного, объявив, что физическая интерпретация геометрии не входит в компетенцию математика. Ничто не было более чуждо Клейну, чем эта тенденция отграничения области математики от области технической практики. Он умел соединять подъем на высоты абстракции с яркостью образного геометрического и физического мышления.

Так, в руках Клейна риманова «геометрическая» теория функций комплексного переменного получила не только геометрическую, но и физическую интерпретацию. С большой степенью вероятности можно утверждать, что уже сам Риман исходил из тех же соображений, которые развил, опираясь на работы Римана, Клейн, но лишь Клейн, не страшась упреков в нарушении чистоты метода, привлек «открыто» физические соображения к решению чисто математических вопросов. Уже задолго до Клейна была известна та роль, которую уравнения Коши-Римана, а следовательно, и вся теория функций комплексного переменного играют в теории потенциала и теории теплоты. Но до Клейна эти физические теории были лишь полем применения математической физики. Клейн привлек их на помощь для создания «физической математики». В самых общих чертах строй мыслей Клейна в этом направлении обрисован им в «Развитии математики в XIX столетии» (см. стр. 296); рамки настоящей статьи не позволяют входить в бо́льшие подробности, но уже сказанного достаточно, чтобы показать, что взору Клейна было доступно раскрытие не только внутренних связей между отдельными ветвями математики, но и двустороннего взаимодействия между математикой и физикой. И здесь мы также видим наличие диалектического элемента, ярко окрашивающего все творчество знаменитого германского математика.

Вернемся, однако, к биографии Клейна. За появлением Эрлангенской программы следует интенсивнейшая научная работа Клейна в целом ряде областей математики. Лишь часть своей богатой продукции Клейн опубликовал немедленно, и все же за три года (1872—1875) им было опубликовано более 20 научных работ. Его внимание в этот период привлекают особенно вопросы неевклидовой геометрии, теории непрерывных групп, теории алгебраических уравнений и теории эллиптических функций. К этому времени относятся и первые работы Клейна по теории икосаэдра и ее применение к теории алгебраических уравнений пятой степени.

В 1875 г. Клейн покинул Эрланген, чтобы занять место профессора Мюнхенской высшей технической школы. Здесь Клейн вел большую педагогическую работу. Он, не ограничиваясь чтением общего курса математики, читал лекции, знакомившие слушателей, интересовавшихся математикой, с более специальными вопросами, далеко выходившими за пределы обязательного курса. Наряду с этим Клейн продолжал вести напряженную исследовательскую работу: преимущественно его внимание занимает созданная им в связи с теорией икосаэдра теория автоморфных функций; подробно об этих своих работах сообщает сам Клейн в посвященной специально автоморфным функциям главе VIII «Развития математики в XIX столетии».

Эти работы Клейн продолжает и в течение первых лет своего пребывания в Лейпциге, куда он переехал из Мюнхена в 1880 г. и где он получил университетскую кафедру геометрии. Эти годы были годами наибольшего напряжения научного творчества Клейна. Напряжение это не прошло безнаказанным для его здоровья: в 1882 г. от переутомления Клейн тяжело заболел. Хотя болезнь и не отразилась на количественных показателях его продукции, однако преждевременно вызвала резкое падение его творческих сил.

Деятельная натура Клейна нашла себе теперь иной выход и проявилась в организационной, педагогической, литературной и общественной деятельности, поражающей своей продуктивностью. На этих поприщах Клейном были созданы ценности, не только не уступающие по своему историческому значению ценности его специальных работ, но, пожалуй, еще более значительные.

В промежутке между 1882 и 1898 гг. были изданы монографии Клейна, в которых синтетически излагались методы и результаты его обширных исследований. Так, в 1882 г. появилась «Риманова теория алгебраических функций и их интегралов», в 1888 г. — «Об икосаэдре и решении уравнения пятой степени», в 1890 г. — «Теория эллиптических модулярных функций» (совместно с Фрике), в 1897 г. — первая часть «Теории автоморфных функций» (совместно с тем же автором; эта работа была закончена выходом третьей части в 1912 г.); наконец в 1898 г. совместно с Зоммерфельдом Клейн выпустил первую часть своего фундаментального сочинения по теории волчка; последняя, четвертая, часть его вышла в 1910 г.

В 1886 г. Клейн переезжает в Геттинген, который становится постоянным его местопребыванием до конца жизни. Здесь он с жаром отдается педагогической работе; избавленный от чтения основных обязательных курсов (их читал в Геттингенском университете Шварц), Клейн ведет в течение ряда лет факультативные курсы по самым разнообразным областям и вопросам, начиная от теории чисел и кончая технической механикой. И каждый из этих курсов блещет мастерством изложения, глубиной и оригинальностью постановки вопросов и, главное, многосторонностью связей, ведущих от одних вопросов науки к другим, казалось бы, совершенно особо стоящим.

Лекции Клейна привлекали многочисленных слушателей, съезжавшихся в Геттинген буквально со всех концов света. Многие из этих лекций, тщательно записанные, в течение ряда лет издавались сначала литографским способом, а затем и типографским. Эти книги, а также приватные записи лекций читались и перечитывались несколькими поколениями математиков, и много имеется таких математиков, которые могут назвать себя, — прямо или косвенно через своих учителей, учениками Клейна.

В этих лекциях ярче всего проявляются синтетические тенденции Клейна; имея в виду показать научную дисциплину в ее це-