

**Г. Гельмгольц, П. П. Лазарев**

# **О сохранении силы**

**Москва  
«Книга по Требованию»**

УДК 53  
ББК 22.3  
Г11

**Г. Гельмгольц**  
Г11 О сохранении силы / Г. Гельмгольц, П. П. Лазарев – М.: Книга по Требованию, 2015. – 75 с.

**ISBN 978-5-458-36379-2**

Предлагаемое сочинение предназначено в своей главной части для физиков, поэтому я предпочел установить основные положения, развиваемые в нем независимо от философского их обоснования, в форме физического предположения; далее я считал нужным развить следствия этого допущения и сравнить их в различных областях физики с опытными законами естественных явлений. К выводу положений, установленных в настоящей работе, можно подходить с двух различных точек зрения, или исходя из аксиомы, что невозможно получить безграничное количество работы при действии любой комбинации тел природы друг на друга, или же, допуская предположение, что все действия в природе можно свести на притягивательные или отталкивательные силы, величина которых зависит только от расстояния действующих друг на друга точек...

**ISBN 978-5-458-36379-2**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2015

© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2015

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

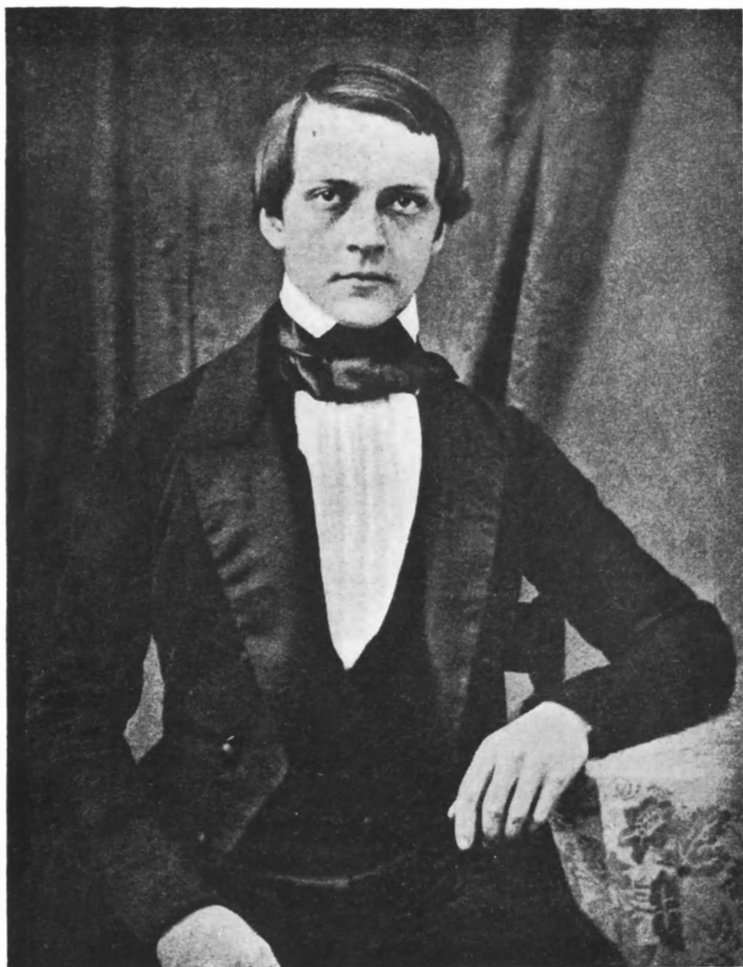
Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

[www.samizday.ru/reprint](http://www.samizday.ru/reprint)





*H. v. Nebelholz*



# О СОХРАНЕНИИ СИЛЫ.

(Физическое исследование).

Доложено на заседании Физического Общества в Берлине 23 июля 1847 г.;  
появилось в издании Г. Рейнера 1847 г.

---

## Введение.

Предлагаемое сочинение предназначено в своей главной части для физиков, поэтому я предпочел установить основные положения, развиваемые в нем независимо от философского их обоснования, в форме физического предположения; далее я считал нужным развить следствия этого допущения и сравнить их в различных областях физики с опытными законами естественных явлений. К выводу положений, установленных в настоящей работе, можно подходить с двух различных точек зрения, или исходя из аксиомы, что невозможно получить безграничное количество работы при действии любой комбинации тел природы друг на друга, или же, допуская предположение, что все действия в природе можно свести на притягивательные или отталкивательные силы, величина которых зависит только от расстояния действующих друг на друга точек. Что оба положения являются тождественными, это доказывается в самом начале сочинения. В то же время эти оба положения имеют ближайшее отношение к главной и существенной задаче физического естествознания вообще, очертить которую я попытаюсь в настоящем введении.

Цель указанных наук заключается в разыскивании законов, благодаря которым отдельные процессы в природе могут быть сведены к общим правилам и могут быть из этих последних снова выведены. Эти правила, к которым относятся, например, законы преломления или отражения света, закон Мариотта и Гей-Люссака для объема газов, являются, очевидно, не чем иным, как общими видовыми понятиями, которыми охватываются все относящиеся сюда явления.

Разыскание подобных законов является делом экспериментальной части нашей науки. Теоретическая часть ее старается в то же

время определить неизвестные причины явлений из их видимых действий; она стремится понять их из закона причинности<sup>1)</sup>).

Мы вынуждены так поступать и имеем на это право, благодаря основному закону, по которому всякое изменение в природе должно иметь достаточное основание. Ближайшие причины, которым мы подчиняем естественные явления, могут быть в свою очередь или неизменными, или изменяющимися. В последнем случае тот же закон принуждает нас искать других причин этого изменения и так далее до тех пор, пока мы не доходим до последних причин, которые действуют по неизменному закону, которые, следовательно, в каждое время при одинаковых условиях вызывают одно и то же действие. Конечной целью теоретического естествознания и является таким образом разыскание последних неизменных причин явлений в природе.

Здесь не место решать, могут ли в настоящее время в действительности все процессы быть сведены к таковым причинам, и может ли таким образом природа быть понята вполне, или же в ней имеются изменения, которые исключаются из действия закона необходимой причинности, которые, следовательно, попадают в область произвола, свободы; во всяком случае ясно, что наука, задача которой состоит в понимании природы, должна исходить из предположения возможности этого понимания и, согласно этому положению, и должна делать свои заключения и исследования, пока она не будет принуждена, благодаря неопровержимым фактам, к признанию границы для возможности понимания.

Наука рассматривает предметы внешнего мира с двух различных упрощенных точек зрения. Или она рассматривает только существование предметов, отвлекаясь от их действий на другие предметы или на наши органы чувств; таковую сущность предметов наука обозначает словом материя. Существо материи в себе самой представляется для нас покоящимся, бездейственным; мы различаем в ней пространственное распределение и количество (массу), которая считается вечно неизменяемой. Материи, как таковой, мы не можем приписать различных качеств, так как если мы говорим о различного рода материи, то мы заключаем о различии ее только по различию в ее действиях, то-есть по ее силам. Материя, как таковая, не может испытывать никаких иных изменений, кроме пространственных, то-есть кроме движения. Предметы в природе в са-

---

<sup>1)</sup> Смотри прибавление 1.

мом деле не бездейственны, и мы приходим к их познанию, только изучая те действия, которые оказывают они на наши органы чувств, так как мы по действиям заключаем о действующем предмете. Если, таким образом, мы желаем применять в реальной обстановке понятие материи, то мы можем это сделать, только прибавив еще второе представление, от которого мы раньше отвлекались, именно способность оказывать действия, то-есть наделяя материю силами.

Ясно, что понятии материи и силы в применении к природе никогда не могут быть отделены друг от друга. Материя при отсутствии ее действий не существовала для всей остальной природы, так как она никогда не могла бы вызвать изменения ни в ней самой, ни в наших органах чувств; сила без материи была бы нечто, что должно бы было существовать, и что, однако, не существовало, так как все существующее мы называем материей. Точно так же было бы ошибочным признать материю за нечто реально существующее и считать силу простым определением, которому не соответствует ничего реального; и то и другое является скорее отвлечениями от действительности, образованными совершенно одинаковым образом; мы можем в самом деле воспринимать материю только благодаря действию силы, а не материю в себе самой.

Мы видели выше, что естественные явления должны быть сведены к действию последних неизменяемых причин; это требование должно быть понимаемо так, что в качестве последних причин должны быть указаны неизменные во времени силы. Вид материи с неизменными силами (с неуничтожаемыми качествами) мы назвали в науке (химической) элементом. Представим себе, что весь мир разложен на элементы с неизменными качествами, тогда единственно возможными изменениями в такой системе явятся пространственные изменения, то-есть движения, и внешние взаимоотношения, благодаря которым изменяется действие сил, могут быть только пространственными, следовательно, силы могут быть только движущими силами, зависящими в своем действии только от пространственных соотношений.

Точнее говоря, явления природы должны быть сведены к движениям материи с неизменными движущими силами, которые зависят только от пространственных взаимоотношений.

Движение есть изменение пространственных отношений. Пространственные отношения возможны только по отношению к пространственным величинам, имеющим конечные размеры, а не по отношению к пустому пространству, не имеющему отличительных

признаков. Движение может поэтому изучаться на опыте только как изменение пространственных отношений по крайней мере двух материальных тел друг по отношению к другу; движущая сила, как причина движений, о которой можно заключить только по взаимоотношениям по крайней мере двух тел друг по отношению к другу, может быть определена, как стремление двух масс изменять свое взаимное положение. Но сила, с которой действуют друг на друга две целые массы, должна быть разложена на взаимные силы всех частей этих масс.

Механика по этому приводится к силам материальных точек, то-есть точек пространства, заполненного материей<sup>1)</sup>).

Кроме взаимных расстояний две точки не имеют никаких пространственных взаимоотношений друг по отношению к другу, так как направление линии, их соединяющей, может быть определено только по отношению к еще двум по крайней мере точкам. Движущая сила, с которою точки действуют друг на друга, может быть поэтому причиной изменения только их расстояния, то-есть движущая сила может быть притягательной или отталкивательной.

Эго непосредственно следует из закона достаточного основания. Силы, с которыми две массы действуют друг на друга, должны быть точно определены по их величине и их направлению, если только вполне дано положение масс. Двумя точками определяется только одно единственное направление, именно прямая, их соединяющая; следовательно, силы, с которыми точки действуют друг на друга, направлены по этой линии и величина сил может зависеть только от их расстояния.

Таким образом задача физического естествознания в конце концов заключается в том, чтобы свести явления природы на неизменные притягательные или отталкивательные силы, величина которых зависит от их расстояния. Разрешимость этой задачи есть в то же время условие для возможности полного понимания природы. Теоретическая механика не принимала до сих пор этого ограничения понятия движущей силы, во-первых, потому, что не выяснено было происхождение основных положений механики, далее потому, что для механики важно иметь возможность предвычислять действие системы движущих сил в таких случаях, когда разложение этих сил на простые составляющие еще не удалось произвести. Во всяком случае бо́льшая часть общих принципов

---

<sup>1)</sup> См. прибавление 2.

движения сложных систем масс выполняется в том случае<sup>1)</sup>, когда последние связаны друг с другом при помощи неизменных притягательных или отталкивательных сил; к таким принципам относятся принцип возможных перемещений, принцип движения центра тяжести, принцип сохранения главной плоскости вращения и момента вращения свободной системы, принцип сохранения живой силы. Из этих принципов в земных условиях применяются по преимуществу только первый и последний принцип, так как остальные относятся только к совершенно свободным системам, первый же принцип, как мы покажем, представляется частным случаем последнего, который поэтому является самым общим и важным следствием из сделанных выводов.

Теоретическое естествознание, если оно не желает остановиться на полпути понимания, должно согласовать свои воззрения с установленными выше требованиями, касающимися природы простых сил и со следствиями этого представления. Его дело будет выполнено, если, с одной стороны, будет закончено приведение явлений к простым силам, и в то же время может быть доказано, что данное приведение представляется единственно возможным, которое допускают явления. Тогда можно будет рассматривать данную схему приведения, как необходимую форму содержания для объяснения естественных процессов, и можно будет этой схеме приписать объективную истинность.

## I. Принцип сохранения живой силы.

Мы исходим из допущения, что невозможно при существовании любой произвольной комбинации тел природы получать непрерывно из ничего движущую силу. Из этого положения Карно и Клапейрон<sup>2)</sup> уже вывели теоретически ряд частью известных, частью еще экспериментально не доказанных законов относительно удельной и скрытой теплоты различных тел природы. Задачей насто щего сочинения является проведение указанного принципа совершенно тем же способом чер-з все отделы физики отчасти для того, чтобы доказать применимость его во всех тех случаях, где законы явлений уже достаточно изучены, частью, чтобы с помощью этого принципа, опираясь на многообразные аналогии более известных явлений,

---

1) Лучше сказать: „доказана только для того случая“ (1881).

2) Poggendorf's Annalen. LIX. 446, 566.

сделать дальнейшие заключения о законах еще не вполне изученных явлений, и дать таким образом в руки эксперимента путеводную нить.

Указанный принцип может быть формулирован следующим образом: вообразим себе систему тел природы, которые стоят друг к другу в известных пространственных взаимоотношениях и начинают двигаться под действием своих взаимных сил до тех пор, пока они не придут в определенное другое положение; мы можем приобретенные ими скорости рассматривать, как результат определенной механической работы и можем выразить их через работу. Если бы мы захотели, чтобы те же силы пришли в действие во второй раз, совершая еще раз ту же работу, то мы должны бы были перевести тела каким бы то ни было образом в первоначальные условия, применяя другие силы, которыми мы можем располагать. Мы на это затратим определенное количество работы приложенных сил. В этом случае наш принцип требует, чтобы количество работы, которое получается, когда тела системы переходят из начального положения во второе, и количество работы, которое затрачивается, когда они переходят из второго положения в первое, всегда было одно и то же, каков бы ни был способ перехода, путь перехода или его скорость. Так как если бы величина работы была на каком-нибудь одном пути больше, чем на другом, то мы могли бы пользоваться первым путем для получения работы, а вторым для обратного перемещения тел, при котором мы могли бы затратить только часть полученной работы, и мы получили бы неопределенно большое количество механической силы, мы построили бы вечный двигатель (*perpetuum mobile*), который не только поддерживал бы свое собственное движение, но и был бы в состоянии давать силу для совершения внешней работы.

Если мы будем отыскивать математическое выражение этого принципа, то мы его найдем в известном законе сохранения живой силы. Количество работы, которое получается или затрачивается, может, как известно, быть выражено, как работа поднятия на определенную высоту  $h$  груза  $m$ ; работа равна  $mgh$ , где  $g$  есть ускорение силы тяжести. Чтобы подняться свободно на высоту  $h$ , тело должно обладать начальной скоростью  $v = \sqrt{2gh}$ ; эту же скорость тело получает при обратном падении на землю. Таким образом  $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ , следовательно, половина произведения  $mv^2$ , которое называется в механике „количеством живой силы тела  $m$ “, может быть мерою величины работы. Для лучшего согласования с употре-

бительным в настоящее время способом измерений величины силы, я предлагаю величину  $\frac{1}{2}mv^2$  обозначать, как количество живой силы, благодаря чему она будет тождественна по величине с величиной затраченной работы. Для приведенного выше приложения понятия живой силы, ограниченного только вышеуказанным принципом, это изменение несущественно, в то время как в дальнейшем мы от этого получим существенные выгоды. Принцип сохранения живой силы гласит: если любое число подвижных материальных точек движется только под влиянием таких сил, которые зависят от взаимодействий точек друг на друга, или которые направлены к неподвижным центрам, то сумма живых сил всех взятых вместе точек останется одна и та же во все моменты времени, в которые все точки получают те же самые относительные положения друг по отношению к другу и по отношению к существующим неподвижным центрам, каковы бы ни были их траектории и скорости в промежутках между соответствующими моментами. Представим себе, что живые силы затрачиваются для того, чтобы поднять части системы, или эквивалентные им массы, на определенную высоту; тогда из только что доказанного следует, что представляющееся при этом величины работы при указанных условиях должны быть равны. Этот принцип, однако, выполняется не для всех возможных видов сил; в механике этот принцип обыкновенно связан с принципом возможных перемещений и этот последний может быть доказан только для материальных точек с притягательными или отталкивательными силами. Мы сначала покажем здесь, что принцип сохранения живой силы остается справедливым сам по себе там, где действующие силы <sup>1)</sup> могут быть разделены на силы, исходящие из материальных точек, действующих по направлению прямой, их соединяющей, и имеющие величину, зависящую только от расстояния; в механике подобные силы обыкновенно называются центральными. Отсюда следует и обратно, что при всех действиях тел природы друг на друга, когда вообще указанный принцип может быть применен даже к самым малым частям этих тел, простейшие основные силы должны быть рассматриваемыми как центральные силы.

Рассмотрим сначала материальную точку с массой  $m$ , которая движется под влиянием сил, исходящих из многих тел, связанных в одну неизменяемую систему  $A$ ; механика нам указывает на возможность определить в каждый отдельный момент времени поло-

---

<sup>1)</sup> Которые предполагаются разлагаемыми на силы, исходящие из точек.

жение и скорость этой точки. Мы будем рассматривать время  $t$ , как независимую переменную, и выразим в зависимости от него координаты  $x, y, z$  точки  $m$ , по отношению к системе координат, прочно связанной с системой  $A$ , далее—тангенциальную скорость  $\dot{q}$ , и—параллельные осям координат компоненты ее  $u = \frac{dx}{dt}$ ,  $v = \frac{dy}{dt}$ ,  $w = \frac{dz}{dt}$ , и, наконец,—компоненты действующих сил

$$X = m \frac{du}{dt}, \quad Y = m \frac{dv}{dt}, \quad Z = m \frac{dw}{dt}.$$

Наш принцип требует, чтобы  $\frac{1}{2}mq^2$ , и, следовательно,  $q^2$  было бы постоянно одно и то же, если  $m$  имеет то же положение по отношению к  $A$  и, следовательно, чтобы  $q$ , будучи зависимым от  $t$ , являлось функцией только координат  $x, y, z$ , то-есть:

$$d(q^2) = \frac{d(q^2)}{dx} \cdot dx + \frac{d(q^2)}{dy} \cdot dy + \frac{d(q^2)}{dz} \cdot dz \quad (1)$$

Так как  $q^2 = u^2 + v^2 + w^2$ , то  $d(q^2) = 2udu + 2v dv + 2w dw$ . Если подставить из предыдущих выражений  $\frac{dx}{dt}$  вместо  $u$  и  $X \frac{dt}{m}$  вместо  $du$ , точно также подставить вместо  $v$  и  $w$  аналогичные величины, то мы получим

$$d(q^2) = \frac{2X}{m} dx + \frac{2Y}{m} dy + \frac{2Z}{m} dz \quad (2)$$

Так как уравнения 1 и 2 должны существовать при любом одновременном значении  $dx, dy, dz$ , то должны быть порознь равны:

$$\frac{d(q^2)}{dx} = \frac{2X}{m}, \quad \frac{d(q^2)}{dy} = \frac{2Y}{m}, \quad \frac{d(q^2)}{dz} = \frac{2Z}{m}.$$

Если  $q^2$  есть функция только  $x, y, z$ , то отсюда следует, что  $X, Y, Z$  являются также только функциям координат, то-есть направление и величина действующей силы являются функциями взаимного положения  $m$  и  $A$ .

Если мы представим себе вместо системы  $A$  отдельную материальную точку  $a$ , то на основании вышедшего доказанного следует, что направление и величина силы, направленной от  $a$  к  $m$ , определяются

1) Это заключение требует некоторого ограничения (1881), см. приложение 3.