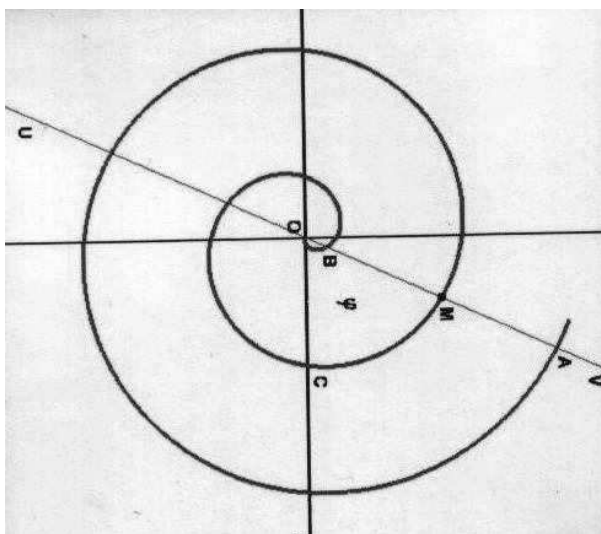


**СПРАВОЧНИК-УЧЕБНИК
ПО МАТЕМАТИКЕ**

Л.Ф. МАРАХОВСКИЙ

**ГАРМОНИЯ
УСТНОГО
СЧЕТА**

**ДЛЯ
ДОШКОЛЬНИКОВ
И ШКОЛЬНИКОВ**



Киев - 2012

УДК 51(035)

ББК 22.1я2

Рецензенты:

Шлепаков Л. Н. – кандидат физ.мат. наук, старший сотрудник отдела вычислительной математики института математики НАН Украины.

Валсєв К. Г. – завідувач кафедри вищої математики доктор фіз.-мат. наук, професор ФІСІТ Київського національного економічного університету

Безверхий О. І. – доктор фіз.-мат. наук, професор кафедри математики та інформаційних технологій Київського університету туризму, економіки і права

Мараховский Л.Ф.

Справочник-учебник по математике. Гармония устного счета для дошкольников и школьников. – К.:– ГЭТУТ, 2012. – 440 с.

Технический прогресс отучил многих из нас производить элементарные арифметические действия в уме. А в повседневной жизни это надо уметь делать. Эта книга как методический материал для родителей, которые хотят быстро и качественно научить дошкольника овладеть навыками счета до 100.

В этой книге Вы познакомитесь с приемами устного счета и сможете решать самые сложные математические задачи без помощи калькулятора. Книга начинается с раздела для дошкольников с 5 до 6 лет, которым трудно разобраться в счете до 100, и кончается разделом для старшеклассников и для первокурсников, изучающие основы информатики (операции элементарной математики в компьютерах).

Книга рассчитана на все возраста. Она содержит справочный материал по элементарной математике счета, методам измерения, а также элементарные сведения по математике «золотого сечения».

В конце книги дан указатель деятелей науки в области математики, который познакомит юных людей с историей математики и его великими создателями.

Книга будет полезна дошкольникам, школьникам, студентам младших курсов, учителям средней школы и преподавателям ВУЗов, а также всем, кто интересуется гармонией быстрого счета и основами «золотого» сечения.

© Мараховский Л. Ф.,
© ГЭТУТ, 2012

СОДЕРЖАНИЕ

Список сокращений.....	9
------------------------	---

ВСТУПЛЕНИЕ	10
ВВЕДЕНИЕ.....	15

I. ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА СЧЕТА

РАЗДЕЛ 1.....	19
СЧЕТ, СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ.....	19
1.1. Методика подготовки дошкольников.....	19
1.2. Устный счет от 1 до 10.....	22
1.3. Устный счет от 11 до 20.....	23
1.4. Устный счет десятками от 10 до 100.....	25
1.5. Разложение цифр от 2 до 9.....	27
1.6. Разложение 10 и от 11 до 20 на 10 и цифр	28
1.7. Вычитание цифр от 10 и сравнение цифр.....	30
1.8. Сложение цифр до 20	31
1.9. Сложение чисел с переносом.....	33
1.10. Вычитание чисел	36
1.11. Способы сложения и вычитания в пределах 100 (с переходом через десяток).....	38
Выводы.....	45
1.12. Задачи на сложение для 1-го класса.....	47
Выводы.....	50
РАЗДЕЛ 2.	51
УМНОЖЕНИЕ И ДРОБИ.....	51
2.1. Умножение в уме.....	51
2.2. Таблица умножения.....	53
2.3. Умножение на однозначное число.....	57
2.4. Умножение столбиком.....	58
2.5. Сокращенные способы устного умножения.....	61
2.6. Умножение круглых цифр.....	64
2.7. Последовательное поразрядное умножение.....	64
2.8. Умножение с помощью разложения одного из сомножителей на не- сколько множителей.....	65
2.9. Умножение двухзначных чисел на 11.....	75
2.10. Умножение трехзначных чисел на 11.....	76
2.11. Умножение с помощью изменения сомножителей.....	68
2.12. Умножение двузначных чисел, не превышающих число 20.....	68

2.13. Умножение одинаковых двузначных чисел, которые оканчиваются на 5.....	69
2.14. Использование алгебраических формул сокращенного умножения для устного сче- та.....	69
2.15. Умножение двузначных чисел с одинаковым числом десятков при условии, что сумма цифр единиц равно 10.....	72
2.16. Умножение двузначных чисел с одинаковым числом единиц при условии, что сумма цифр десятков равно 10.....	73
2.17. Способ умножения – замена сомножителя обычной дробью.....	73
2.18. Представление периодичных дробей.....	75
2.19. Квадраты чисел от 11 до 20.....	76
2.20. Умножение трехзначных чисел.....	76
2.21. Задачи на умножение.....	80
Выводы.....	83
РАЗДЕЛ 3.....	84
ДЕЛЕНИЕ.....	84
3.1. Деление в уме.....	85
3.2. Деление в столбик.....	86
3.3. Округление.....	87
3.4. Признаки делимости числа на цифру без остатка.....	90
3.5. Задачи на деление.....	92
Выводы.....	96
РАЗДЕЛ 4.....	98
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ В КОМПЬЮТЕ- РАХ.....	98
4.1. Системы счислений.....	98
4.2. Системы счисления, которые используются в ПК.....	100
4.3. Перевод чисел с одной системы в другую.....	100
4.4. Арифметические операции в общем виде.....	103
4.5. Арифметических операций в разных системах счисления.....	105
Выводы.....	112
РАЗДЕЛ 5.....	113
АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ С ДРОБЯМИ.....	113
5.1. Десятичные дроби и их свойства.....	113
5.2. Умножение десятичных дробей.....	114
5.3. Деление десятичных дробей на целое число.....	116
5.4. Деление десятичных дробей на десятичную дробь.....	118
5.5. Простые и составные числа.....	119
5.6. Разложение на простые множители.....	122
5.7. Наибольший общий делитель.....	123
5.8. Наименьшее общее кратное.....	125

5.9. Простые дроби.....	126
5.10. Сокращение и «расширение» дроби.....	128
5.11. Сравнение дробей и приведение их к общему знаменателю.....	129
5.12. Преобразование простых дробей в десятичную дробь и наоборот...	131
5.13. Сокращение простых дробей до наименьшего значения.....	135
5.14. Сложение дробей.....	136
5.15. Вычитание дробей.....	140
5.16. Умножение дробей.....	143
5.17. Деление дробей.....	145
5.18. Действия с нулем.....	146
5.19. Примеры с дробями.....	146
5.20. Задачи на дроби.....	148
Выводы.....	151

II. ПРИБЛИЖЕННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

РАЗДЕЛ 6.....	152
ПРОЦЕНТЫ И ПРИБЛИЖЕННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ.....	152
6.1. Простые числа, десятичные дроби и проценты.....	152
6.2. Основные задачи на проценты.....	154
6.3. Быстрые вычисления на проценты.....	158
6.4. О приближенных вычислениях.....	160
6.5. Абсолютная и относительная погрешность.....	163
6.6. Процентное распределение.....	167
6.7. Быстрое умножение не круглых чисел на цифру.....	171
6.8. Предварительное округление при сложении и вычитании.....	173
6.9. Арифметические операции с отрицательными числами.....	175
6.10. Погрешность суммы и разности.....	179
6.11. Погрешность произведения.....	182
6.12. Подсчет точных знаков при умножении.....	184
6.13. Сокращенное умножение.....	187
6.14. Деление приближенных чисел.....	190
6.15. Сокращенное деление.....	191
Выводы.....	194

III. АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ

РАЗДЕЛ 7.....	195
УРАВНЕНИЯ.....	195
7.1. Понятие про решение уравнений.....	195
7.2. Правила действия с рациональными числами.....	197
7.3. Сложение и вычитание с неизвестным.....	200

7.4.	Умножение и деление.....	201
7.5.	Действия с одночленами; сложение и вычитание многочленов.....	203
7.6.	Умножение сумм и многочленов.....	205
7.7.	Формулы сокращенного умножения многочленов.....	207
7.8.	Деление многочлена на одночлен или многочлен.....	210
7.9.	Определение остатка при делении многочлена на двучлен первой степени.....	211
7.10.	Делимость двучлена $x^m \pm a^m$ на $x \pm a$	212
7.11.	Показатели степени.....	214
7.12.	Приближенные вычисления квадратных корней.....	216
7.13.	Действия с корнями.....	218
7.14.	Иррациональные числа.....	222
7.15.	Решение уравнений.....	223
7.16.	Решение квадратного уравнения.....	227
	Выводы.....	230
	РАЗДЕЛ 8.....	231
	ОТНОШЕНИЯ, ПРОПОРЦИИ И НЕРАВЕНСТВА.....	231
8.1.	Отношения.....	231
8.2.	Пропорции.....	232
8.3.	Неравенства.....	234
8.4.	Основные свойства неравенства.....	235
8.5.	Некоторые важные неравенства.....	238
8.6.	Арифметическая прогрессия.....	243
8.7.	Геометрическая прогрессия.....	245
8.8.	Логарифмы.....	247
8.9.	Натуральные и десятичные логарифмы.....	249
8.10.	Комбинаторика.....	251
8.11.	Бином Ньютона.....	256
	Выводы.....	258
	РАЗДЕЛ 9.....	259
	ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ.....	259
9.1.	Площади прямоугольников.....	259
9.2.	Как использовать площадь в расчетах.....	261
9.3.	Периметр прямоугольника.....	262
9.4.	Площадь и периметр треугольника.....	264
9.5.	Длина окружности.....	266
9.6.	Площадь круга.....	268
9.7.	Определение сторон многоугольников по кругу.....	269
9.8.	Объемы призмы.....	270
9.9.	Объемы параллелепипеда.....	273
9.10.	Объемы пирамиды.....	274

Выводы.....	277
-------------	-----

IV. ФИЗИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

РАЗДЕЛ 10.....	278
СКОРОСТЬ, ВРЕМЯ, РАССТОЯНИЕ И БОЛЬШИЕ ЧИСЛА.....	278
10.1. Термины.....	278
10.2. Определение расстояния.....	279
10.3. Определение скорости.....	281
10.4. Определение времени.....	282
10.5. Большие числа.....	283
10.6. Как читать тысячи и миллионы.....	286
10.7. Как читать миллиарды и триллионы.....	286
10.8. Как читать квадриллионы и квинтиллионы.....	287
10.9. Сложение и вычитание больших чисел.....	289
10.10. Умножение больших чисел.....	290
10.11. Деление больших чисел.....	291
Выводы.....	292
РАЗДЕЛ 11.....	293
ПРИМЕРЫ И ЗАДАЧИ.....	293
11.1. Примеры на повторение.....	293
11.2. Задачи на повторение геометрии.....	297
11.3. Задачи на «дополнение» условия.....	298
11.4. Задачи на использование формул.....	302
11.5. Некоторые понятия статистики.....	305
11.6. Цены со скидками.....	308
11.7. Прибыль.....	310
11.8. Рынок недвижимости.....	313
Выводы.....	314

V. «ЗОЛОТОЕ» СЕЧЕНИЕ

РАЗДЕЛ 12.....	316
МАТЕМАТИКА ГАРМОНИИ.....	316
12.1 Золотое сечение.....	316
12.2 Связь Золотого сечения с сакральной геометрией.....	319
12.3 Числа Фидия и Золотое сечение.....	323
12.4 Золотая пропорция вокруг нас.....	327
12.5 Свойства Золотой пропорции.....	336
12.6 Золотая геометрическая прогрессия.....	337
12.7 Представление золотой пропорции в радикалах.....	338
12.8 Представление золотой пропорции в виде цепной дроби.....	339

12.9 Уравнения золотой пропорции 3-й степени.....	340
12.10 Уравнения золотой пропорции n -й степени.....	342
Выводы.....	344
РАЗДЕЛ 13.....	345
ЗОЛОТЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ.....	345
13.1. Золотой прямоугольник и его свойства.....	345
13.2. Золотой равнобедренный треугольник.....	347
13.3. Золотой прямоугольный треугольник.....	348
13.4. Золотой эллипс.....	352
13.5. Золотая чаша.....	356
13.6. Числа Фибоначчи.....	358
13.7. Суммы последовательных чисел Фибоначчи.....	360
13.8. Суммы квадратов последовательных чисел Фибоначчи.....	361
13.9. Связь чисел Фибоначчи с Золотой пропорцией.....	362
13.10. «Железная таблица» Штейнхауза.....	364
13.11. Совершенные числа.....	366
13.12. Числа Люка.....	367
13.13. Расширенные числа Фибоначчи и Люка.....	368
Выводы.....	369
РАЗДЕЛ 14.....	371
ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ.....	371
14.1. Представление древних о создании Вселенной.....	371
14.2. Продолжение создания Вселенной или цветка Жизни.....	373
14.3. Правильные многоугольники и многогранники.....	377
14.4. Сакральная геометрия и Платоновы тела. Куб Метатрона.....	380
14.5. Числовые характеристики Платоновых тел.....	383
14.6. Золотая пропорция в додекаэдре и икосаэдре.....	383
14.7. Снежинки и Архимедовы тела.....	387
Выводы.....	391
РАЗДЕЛ 15.....	392
АРХИМЕДОВА СПИРАЛЬ.....	392
15.1. Соотношение Луны и Земли.....	392
15.2. Зачатие жизни и его геометрия.....	394
15.3. Спираль и ряд Фибоначчи.....	401
Выводы.....	407
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	408
Указатель деятелей науки в области математики.....	410

Список сокращений

- q – основа позиционной системы исчисления;
- ε_i – цена i -го разряда в позиционной системе исчисления;
- $A_{(q) \max}$ – максимальное число в q -й системе исчисления;
- $A_{(q) \min}$ – минимальное число в q -й системе исчисления;
- НОД** – наибольший общий делитель;
- НОК** – наименьшее общее кратное;
- IQ** – коэффициент интеллекту;
- Δ – граничная абсолютная ошибка;
- δ – граничная относительная ошибка;
- π – отношение длины круга к длине его диаметра;
- e – экспонента (константа математики);
- $\ln x$ – натуральный логарифм;
- $\lg x$ – десятичный логарифм;
- $\lg e$ – модуль десятичного логарифма;
- P_n – число всіх різних перестановок з n елементів;
- A_n^m – количество всевозможных размещений из n по m .
- C_n^m – свойства сочетаний:
- Ф** – золотая пропорция;
- F_n – числа Фибоначчи;
- L_n – числа Люка.

ВСТУПЛЕНИЕ

*Книга посвящается
светлой памяти
учителю математики
**Якову Герасимовичу
Нестеровичу**
от благодарного ученика*

В школьные годы я был учеником в довольно престижной школе города Киева – 147 средней школы имени Александра Николаевича Радищева. Математику нам преподавал Яков Герасимович Нестерович, а физику – Георгий Луцианович Будераский. Оба они были в возрасте (не менее 50 лет), но в свое время получили подготовку в университетах России и Германии. Прошло более полвека, как закончена школа, а до сих пор наши выпускники с уважением и благодарностью вспоминаем этих замечательных людей и педагогов, когда собираемся с одноклассниками по поводу окончания школы. Вспоминаем их крылатые выражения и поругания нас за безделья и шалости. «Вы для чего приходите в школу, только завтраки переваривать!» – сердито говорил Яков Герасимович.

У Якова Герасимовича был один педагогический прием, который мне запомнился на всю оставшуюся жизнь. Это давать решать примеры и задачи на скорость. Кто первый решал – получал пятерку. У меня всегда были пятерки и поэтому ко мне подключали слабых учеников по математике, чтобы я помог им освоить азы. В связи с этим у меня тоже возникли свои подходы, которые помогали в дальнейшем моим ученикам решать задачи на четыре и пять. Это стало своеобразным моим хобби – выискивать математические приемы, которые бы ускоряли решения задач.