

---

**Die Grundlagen Der  
Turbinenberechnung für Praktiker  
und Studierende des  
Bauingenieurfahes**

**Danckwerts**

---

**Title: Die Grundlagen Der Turbinenberechnung für Praktiker und Studierende des Bauingenieurfahe**

**Author: Danckwerts**

**This is an exact replica of a book published in 1904. The book reprint was manually improved by a team of professionals, as opposed to automatic/OCR processes used by some companies. However, the book may still have imperfections such as missing pages, poor pictures, errant marks, etc. that were a part of the original text. We appreciate your understanding of the imperfections which can not be improved, and hope you will enjoy reading this book.**



**Book Renaissance**

[www.ren-books.com](http://www.ren-books.com)

Es sind deshalb die von Pfarr in der 18. Auflage der Hütte gegebenen Bezeichnungen und Formeln tunlichst beibehalten. (Insbesondere ist mit Index 1 überall die Eintritt-, mit 2 die Austrittsstelle des Laufrades bezeichnet.) Daß dabei in erster Linie die von außen beaufschlagte Francisturbine in Betracht gezogen ist, dürfte nach dem Stande des modernen Turbinenbaues erklärlich sein. Doch sind auch die übrigen älteren und teilweise jetzt veralteten Systeme im § 11 einer vergleichenden Besprechung und Darstellung unterzogen.

Besonderer Wert ist auf eine möglichst große Zahl von anschaulichen Abbildungen gelegt.

Die Bewegung des Wassers in geschlossenen und offenen zylindrischen Röhren ist in des Verfassers „Tabelle zur Berechnung der Stauweiten“ (Wiesbaden, C. Kreidel, 1903, 0,80 *M*, Sonderdruck aus der Zeitschr. f. Arch. u. Ing. 1903, S. 257 ff.) eingehend erörtert und es wird darauf von vornherein Bezug genommen. An diese Erörterungen anschließend, werden in den vorliegenden Ausführungen die einzelnen Elemente der Wasserbewegung in Rohrleitungen zunächst jedes für sich betrachtet und dann zu den verwickelteren Bewegungen innerhalb der Turbine zusammengesetzt. Dabei ist auf die anschauliche Darstellung der Drucklinien (Gefällslinien) überall ein besonderes Gewicht gelegt. (Zur leichteren Uebersicht wird empfohlen, die Drucklinien durch Unterstreichung mit Blaustift noch mehr hervorzuheben.)

Dagegen sind die Einzelanordnungen der verschiedenen Turbinensysteme nicht weiter beschrieben, sondern als aus der Allgemeinen Maschinenlehre bekannt vorausgesetzt. Ausgeschieden ist auch die Gestaltung der Schaufeln abgesehen von den Winkeln und Geschwindigkeiten am Einlauf und Auslauf des Turbinenrades, weil lediglich der Maschineningenieur den Radkanälen eine solche Form zu geben hat, daß absoluter und relativer Wasserweg und Wassergeschwindigkeit in jedem Punkte des Laufrades in richtiger räumlicher Beziehung zueinander stehen.

Schließlich wird, wie schon an anderer Stelle (vgl. Centralblatt der Bauverwaltung 1902) so auch hier darauf besonders hingewiesen, daß alle hydraulischen Berech-

nungen zurzeit auf nicht völlig einwandfreien Voraussetzungen beruhen, daß aber zur Schaffung sicherer Grundlagen vielleicht weniger die Mathematik als die Beobachtung (u. a. die lebende Photographie) geeignet ist.

Neuerdings ist aus der Jubiläumstiftung der deutschen Industrie dem Professor Pfarr eine namhafte Summe zu Versuchen über die Druck- etc. Verhältnisse des Wassers in Turbinenlaufrädern zur Verfügung gestellt worden, und diese Versuche werden demnächst jedenfalls wichtige Aufklärungen ergeben.

Auch die Einschaltung von Glasplatten in die Wände der neuen hydrometrischen Prüfungsanstalt zu Dresden-Uebigau behufs Ausführung von Lichtbildaufnahmen der Wasserbewegung ist als ein bedeutsamer Fortschritt für die praktische Hydraulik zu bezeichnen.

### § 1.

## Die ungleichförmige Bewegung des Wassers in reibungslosen konischen Röhren.

Aus der unter Wasser liegenden Gefäßöffnung  $f$  (Abb. 1), welche zur Vermeidung einer plötzlichen Geschwindigkeitszunahme und der dadurch entstehenden Stöße gut abgerundet ist, soll die Wassermenge  $Q$  mit der Geschwindigkeit  $w_a$  ausfließen. Dann muß theoretisch, d. h. bei völlig aufgehobener Kontraktion,  $Q = f \cdot w_a$  und die erforderliche

Druckhöhe  $h = \frac{w_a^2}{2g}$  sein.

Wird an die Oeffnung  $f$  ein zylindrisches oder prismatisches ( $f$  konstant) reibungsloses und unter Wasser ausmündendes Rohr (Abb. 2) angesetzt, so bleiben  $w_a$  und  $h$  für dieselbe Wassermenge  $Q$  unverändert.

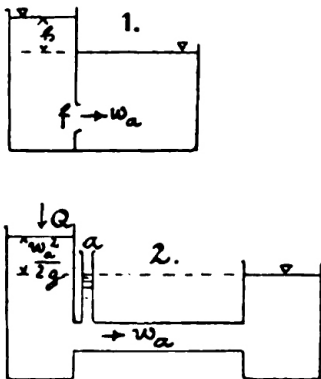


Abb. 1—2.

Da eine Verzögerung oder Beschleunigung des Wassers im Rohre selbst nicht eintritt, so ist auch eine verzögernde oder beschleunigende Kraft in Gestalt einer Druckhöhe im Piezometerrohre  $a$  nicht erforderlich. Auch hier ist nur im oberen Gefäß zur Erzeugung von  $w_a$  eine Druckhöhe  $h = \frac{w_a^2}{2g}$  (theoretisch) erforderlich. (Man vergleiche:

Tabelle zur Berechnung der Stauweiten etc.)

Tritt aber an die Stelle des zylindrischen ein reibungsloses nach der Mündung verengtes Rohr (Abb. 3), so ist in dem Piezometer  $a$  eine Druckhöhe  $h_1$  nötig, um die Wassermenge  $Q$  durch das Rohr hindurchzupressen.

Man stelle sich vor, daß bei  $a$  (Abb. 4) eine aus einer unelastischen Masse (weichem Töpferton) bestehende Kugel eintritt, dann muß diese durch den engen Querschnitt bei  $b$  hindurchgepreßt und in ihrer Längsrichtung auseinandergezogen werden.

Dabei wird der Abstand der Schwerpunkte der verschiedenen Kugellagen allmählich vergrößert und also die Geschwindigkeit des Kugelschwerpunktes beschleunigt. Tritt umgekehrt (Abb. 5) die Tonkugel in ein reibungsloses, nach der Mündung hin erweitertes Rohr, so muß, wenn dies Rohr durch die hintereinander folgenden Kugeln ganz ausgefüllt werden soll, ein der Bewegungsrichtung entgegengesetzter (negativer) Druck zur Zusammenpressung der Kugeln ausgeübt und dadurch eine Verzögerung der Schwerpunktschwindigkeit erzeugt werden.

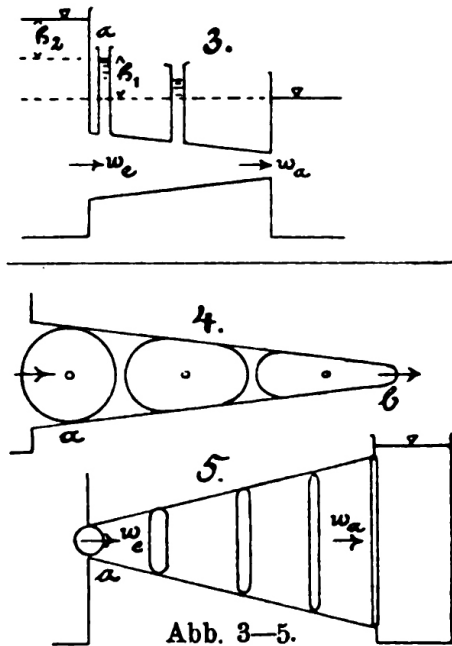


Abb. 3—5.

Im zylindrischen Rohr dagegen ist die Geschwindigkeit konstant, also ein Druck offenbar weder von links noch von rechts nötig.

Für die rechnerische Behandlung der Bewegung des Wassers werde die praktisch hinreichend genaue Voraussetzung gemacht, daß die einzelnen Wasserteilchen ohne jeden Zusammenhalt durch irgend welche molekulare Zugkräfte oder durch ihre Klebrigkeit (Viskosität) sind, daß sie vielmehr gegeneinander absolut leicht verschieblich sind und keinerlei innere Reibungskräfte verbrauchen. Es gehört dann keinerlei Kraftaufwand dazu, eine Wasserkugel bei ruhendem oder mit gleichmäßiger Geschwindigkeit fortschreitendem Schwerpunkt allmählich in eine ellipsoidische (Abb. 6) oder beliebige andere Gestalt von demselben Rauminhalt umzuwandeln.

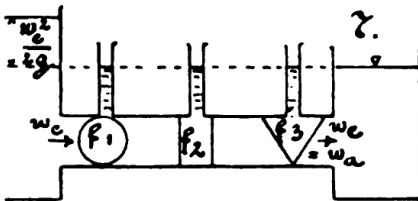


Abb. 6—7.

(Nach Grashof ist das Wasser ein Körper, der ohne einen in Betracht kommenden Fehler als widerstandslos deformierbar und von unveränderlichem Volumen zu betrachten ist.)

Verändern sich die Querschnitte (Abbild. 7) eines zylindrischen oder prismatischen Rohres aus einem Kreis allmählich in ein Quadrat, Rechteck, Dreieck oder Ellipse usw. von gleichbleibenden Querschnitten  $f_1 = f_2 = f_3$  usw., so daß also die Längen (= Geschwindigkeiten) der sekundlich hindurchfließenden Wasserkörper gleichbleiben und die Schwerpunkte weder verzögert noch beschleunigt werden, so sind die Druckhöhen in den Piezometern  $f_1, f_2, f_3$  usw. = 0.

Ändern sich dagegen die Querschnittsgrößen und demgemäß umgekehrt die Längen der einzelnen sekundlich durchfließenden Wasserkörper (= den Geschwindigkeiten) treten also Beschleunigungen oder Verzögerungen der

Schwerpunktsgeschwindigkeit ein, so sind zu deren Erzeugung Kräfte erforderlich, die nach allgemeinem mechanischen Gesetz = Masse  $\times$  Beschleunigung sind  $\cdot P = m \cdot \frac{dw}{dt}$ .

Eine gute Anschauung über die Bewegungsvorgänge erhält man, wenn man sich zwischen je zwei während je einer Sekunde eintretende Wasserkörper  $Q$  körperlose und an den Gefäßwänden nicht reibende aber dicht schließende und sich dem jeweiligen Querschnitt genau anschließende Kolbeneingeschaltet und durch gelenkige elastische Glieder (Abb. 8) verbunden denkt. Diese Glieder wechseln ihre Längen (= sekundliche Geschwindigkeiten) dann umgekehrt mit den Querschnittsgrößen.

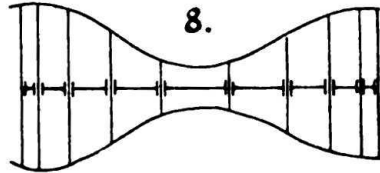


Abb. 8.

Man verwendet demnach auch für die Wasserbewegung die für feste Körper gültige Arbeitsgleichung

$$P ds = m \frac{dw}{dt} \cdot ds = m \cdot w \cdot dw$$

$$\text{Arbeit } A = \int P ds = m \frac{w_a^2 - w_e^2}{2} = \frac{G}{g} \frac{w_a^2 - w_e^2}{2}.$$

Man betrachtet (Abbild. 10) die ungleichförmige Bewegung mehrerer fester Körper und nimmt an, daß die räumliche Ausfüllung der zwischen diesen Körpern vorhandenen, durch die Form des Rohrs und die Bestimmung  $Q$  =  $f_1 w_1 = f_2 w_2$  bedingten Lücken ohne weitere besondere Zusatzkräfte erfolgt.

Die gesamte Arbeit des sekundlich zufließenden Wassergewichts  $G$  beim Herabsinken um  $h$  ist =  $G \cdot h$ , also  $G \cdot h = G \frac{w_a^2 - w_e^2}{2g}$ , also  $h = \frac{w_a^2 - w_e^2}{2g}$ .

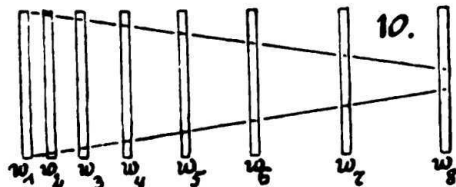
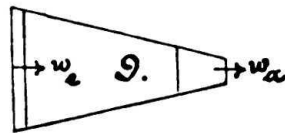


Abb. 9—10.

Hiernach ist Abb. 11 die Druckhöhe  $h$ , welche für den Durchfluß von  $Q$  durch ein beliebig geformtes reibungsloses Rohr erforderlich wird, lediglich abhängig von den Geschwindigkeiten am Anfang und am Ende, nämlich = der Differenz der Geschwindigkeitshöhen  $\frac{w_a^2}{2g} - \frac{w_e^2}{2g}$ , dagegen unab-

hängig von den Geschwindigkeiten in den zwischenliegenden Querschnitten und, da der Druck des Wassers sich nach **allen** Richtungen gleichmäßig fortpflanzt, unabhängig von der Krümmung des Rohrs (vgl. Tabelle zur Berechnung der Stauweiten).

Denkt man sich jedoch (Abb. 12) das Rohr aus einem voll-

kommen elastischen, beliebig ausdehnbaren Stoffe bestehend, so werden die einzelnen Wasserkörper  $Q$  keine Veranlassung haben, auf dem Wege von  $e$  bis  $a$  die Geschwindigkeiten in beliebigen Schwankungen, zwischen 0 und  $\infty$  pendelnd, zu verändern, sondern sie werden sie vielmehr von  $w_e$  nach  $w_a$  allmählich abnehmend verändern. Ebenso werden sie auch streben, den Weg von  $e$  nach  $a$  in möglichst gestreckter, schlank gekrümmter Bahn zurückzulegen. Tritt also (Abb. 13) Wasser in den äußeren Mantel eines mit Wasser gefüllten Zylinderringes bei 1 in der Richtung  $\delta_1$ , mit der Geschwindig-

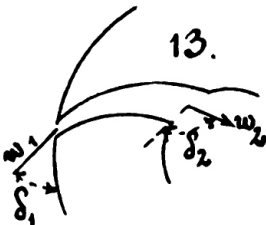
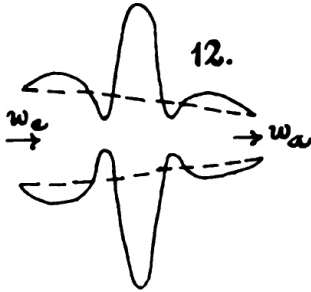
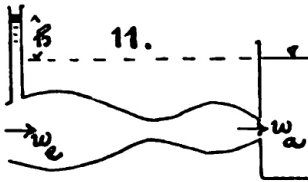


Abb. 11—13.



keit  $w_1$ , ein und soll aus dem inneren Mantel bei 2 in der Richtung  $\delta_2$  mit der Geschwindigkeit  $w_2$  wieder aus-

treten, so wird  $w_1 f_1 = w_2 f_2$ , also  $f_2 = \frac{w_1}{w_2} f_1$ , sein

müssen und es wird in den Ring ein reibungsloses, sich ganz allmählich erweiterndes oder verengendes und die Richtungen von  $w_1$  und  $w_2$  tangierendes, möglichst schlank gekrümmtes Rohr eingelegt werden können, ohne daß die erforderliche Druckhöhe dadurch geändert wird.

Anmerkung 1. Aehnlich werden in einem offenen Wasserlauf (Abbild. 14) zwischen eingebauten Bühnensystemen Flutrinnen  $a$  und Stau-becken  $b$  entstehen. Man kann aber die Bühnenköpfe durch Parallelwerke verbinden, ohne daß dadurch das Gesamtgefälle  $J$  des Flußlaufs (= der zur Ueberwindung der Reibung erforderlichen Druckhöhe) erhöht wird. (Ueber die Wirkung der einzelnen Bühnen sehe man Abb. 25.)



Abb. 14.

Anmerkung 2. Tolkmith hat in seinen Grundlagen der Wasserbaukunst die Drucklinie (Senkungskurve) in offenen Wasserläufen von parabolischem Querschnitt unter Berücksichtigung der Reibung und der ungleichförmigen Bewegung untersucht (vergl. Tabelle etc.) Man kann dabei allgemein so verfahren, daß man zunächst nur die Reibung berücksichtigt und sodann eine Abänderung der Drucklinie um

$$\frac{w_a^2}{2g} - \frac{w_c^2}{2g} \text{ vornimmt.}$$

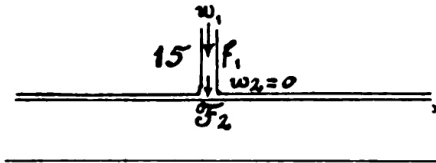
## § 2.

### Stoss des Wassers.

Je schneller der Uebergang aus einer Geschwindigkeit in die andere erfolgt, um so weniger können die inneren Widerstände gegen die Umgestaltung der aufeinander folgenden Wasserkörper vernachlässigt werden, um so ungenauere Ergebnisse hat daher die rechnerische Betrachtung lediglich der Schwerpunktbewegung.

Eine auf eine ruhende Horizontalebene fallende Tonkugel wird im Augenblick des Zusammenstoßes plötzlich platt gedrückt. Für einen zylindrischen Wasserkörper

kann man (Abb. 15) gleichfalls annehmen, daß er beim Uebergang von  $w_1$  auf  $w_2 = 0$  seinen Querschnitt plötzlich von  $f_1$  auf  $F_2 = \infty$  vergrößert.



(Abb. 16) die Ebene mit der Geschwindigkeit  $w_2$  in derselben Richtung wie  $w_1$ , so vergrößert sich  $f_1$  plötzlich auf

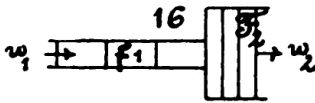


Abb. 15—16.

$$F_2 = \frac{w_1 f_1}{w_2}.$$

Dies gilt auch dann, wenn der Wasserkörper durch ein reibungsloses Rohr umschlossen ist.

Während in einem allmählich und stetig veränderten Querschnitt die Änderung  $dw$  der Geschwindigkeit  $w$  in einem unendlich kleinen Zeitabschnitt  $dt$  unendlich klein ist, erlangt sie im unendlich kleinen Augenblick  $dt$  des Stoßes plötzlich eine endliche Größe  $w_1 - w_2$  und also eine sekundliche Verzögerung  $\frac{w_1 - w_2}{dt}$ . Es ist also die

von dem unendlich kleinen Gewicht  $dG = G dt$  während der unendlichen kleinen Zeit  $dt$  geleistete Kraft = Masse mal sekundliche Verzögerung

$$P = \frac{G dt}{g} \cdot \frac{w_1 - w_2}{dt},$$

also eine meßbare Größe =  $\frac{G}{g} (w_1 - w_2)$ . Da der

Wasserzuluß dauernd ist, so üben nacheinander alle aufeinander folgenden  $dG$  die unendlich oft wiederholten

Stoßkräfte oder die dauernde Stoßkraft  $P = \frac{G}{g} (w_1 - w_2)$

aus. Die von dieser dauernden Stoßkraft in der Sekunde geleistete Arbeit ist alsdann =  $P \cdot w_2 = \frac{G}{g} (w_1 - w_2) w_2$ .

Ist  $w_2 = 0$  ( $F_2 = \infty$ ), so ist  $A = 0$ , weil der Weg  $ds$  der Stoßkraft = 0 ist.

Ist  $w_2 = w_1$  ( $F_2 = f_1$ ), so ist gleichfalls  $A = 0$ , weil die Stoßkraft = 0 ist.

$A$  wird bei gegebenem (konstanten)  $w_1$  ( $dw_1 = 0$ ) ein Maximum für dasjenige  $w_2$ , für welches  $\frac{dA}{dw_2} = 0$  ist.

$$\begin{aligned} dA &= \frac{G}{g} \left[ w_2 d(w_1 - w_2) + (w_1 - w_2) dw_2 \right] \\ &= \frac{G}{g} \left[ -w_2 dw_2 + w_1 dw_2 - w_2 dw_2 \right] \\ \frac{dA}{dw_2} &= 0 = \frac{G}{g} \left[ w_1 - 2w_2 \right] \end{aligned}$$

$$w_1 = 2w_2 \quad w_2 = \frac{1}{2}w_1 \quad F_2 = 2f_1.$$

Dieser Satz findet Anwendung bei den Wasserrädern.

Die Umfangsgeschwindigkeit  $w_2$  des oberflächigen Rades (Abb. 17) wird begrenzt durch die Zentrifugalkraft, welche das Wasser aus den Zellen herauszuschleudern sucht. Bei den gewöhnlichen Raddurchmessern von 3—4 m ist  $w_{2, \max} = 1,5$  m. Zur Erzeugung der größtmöglichen Arbeit muß darnach der aus dem Schütz herausgeprefte

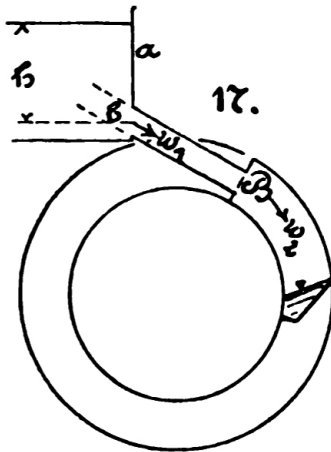


Abb. 17.

Wasserstrahl die Geschwindigkeit  $w_1 = 2w_2 = 3$  m erhalten. Zu deren Erzeugung ist eine Druckhöhe (Standwasser)  $h = \frac{w_1^2}{2g} = \frac{3^2}{19,6} = 0,46$  m erforderlich.

In der schlesischen Mühlenordnung vom 28. August 1777 (Hahn, Preuß. Gesetzgebung über Vorflut etc., Breslau 1886) § 4 ist als „mahlgerechtes Standwasser 18 Zoll

schlesisch“ = 0,47<sup>m</sup> bestimmt. Höheres Standwasser erzeugt ein so großes  $w_1$ , daß zur Erzielung größtmöglicher Arbeitsleistung  $w_2$  über 1,5<sup>m</sup> erhöht werden müßte und dann ein Teil der Wassermenge durch die Zentrifugalkraft ungenützt aus den Radzellen herausgeschleudert würde.

Für die lichte Höhe  $b$  der Spansschützöffnung  $a$  würde sich als Maximum =  $\frac{1}{2}$  der Radtiefe  $B$  ergeben,

wenn der Zellenraum zwischen den Radkränzen voll ausgefüllt würde. Für  $B$  sind etwa 30<sup>cm</sup> üblich, also dürfte das Spansschütz allerhöchstens 15<sup>cm</sup> hoch gezogen werden.

In Wirklichkeit ist aber der Wasserstrahl im Rade nicht geschlossen, sondern es bleibt zwischen je zwei Zellen (Abb. 18) ein Luftraum, dessen Anfüllung mit Wasser zwecklos sein würde. Der Füllungskoeffizient des Rades beträgt nur  $\frac{1}{3}$  bis  $\frac{1}{4}$ .

Es wird also nur die Wassermenge  $\frac{1}{3} Q$  bis  $\frac{1}{4} Q$  verbraucht und es darf also auch das Spansschütz nur  $\frac{1}{3} b$  bis  $\frac{1}{4} b$  hochgezogen werden.

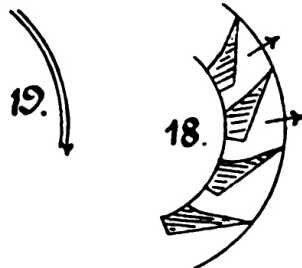


Abb. 18—19.

Uebermäßig hohes Ziehen des Spansschützes verursacht ein Ueberspringen des Wassers. Man sieht dann deutlich (Abb. 19), daß das Wasser, ohne in die Zellen hineinzufießen, wie ein dichter Schleier über dem äußeren Umfang des auf die normale Umdrehungszahl regulierten Wasserrades ungenutzt hinüberrieselt.

Die bisweilen recht zweifelhaften Angaben der Müller über die erforderlichen Betriebswassermengen ihrer Räder lassen sich aus obigen Gesichtspunkten heraus sicher prüfen.