

С. Тимошенко

Сопротивление материалов

Том 2. Более сложные вопросы теории и задачи

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 50
ББК 22
С11

С11 **С. Тимошенко**
Сопротивление материалов: Том 2. Более сложные вопросы теории и задачи / С. Тимошенко – М.: Книга по Требованию, 2023. – 482 с.

ISBN 978-5-458-50665-6

Второй том сопротивления материалов написан главным образом для аспирантов, инженеров исследователей и проектировщиков»

ISBN 978-5-458-50665-6

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2023
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2023

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Из предисловия к первому американскому изданию	6
Предисловие ко второму американскому изданию	8
Предисловие к третьему американскому изданию	9
Глава I. Балки на упругом основании	11
1. Балки неограниченной длины	11
2. Полубесконечные балки	20
3. Балки конечной длины на упругом основании	23
Глава II. Балки, подверженные одновременному действию осевых и поперечных нагрузок	30
4. Одновременное действие осевых сжимающих и поперечных нагрузок	30
5. Неразрезные сжатые стержни	38
6. Растянутый стержень с поперечной нагрузкой	41
7. Представление кривой изгиба тригонометрическим рядом	45
8. Прогиб брусьев с малой начальной кривизной	51
Глава III. Особые задачи при изгибе балок	54
9. Местные напряжения при изгибе балок	54
10. Касательные напряжения в балках переменного поперечного сечения	58
11. Полезная ширина тонких полок	60
12. Ограничения метода наложения	64
Глава IV. Тонкие пластинки и оболочки	69
13. Изгиб пластинки по цилиндрической поверхности	69
14. Изгиб длинной, равномерно нагруженной прямоугольной пластинки	71
15. Изгиб длинных прямоугольных пластинок, имеющих первоначальную малую цилиндрическую кривизну	76
16. Чистый изгиб в двух перпендикулярных направлениях	77
17. Температурные напряжения в пластинках	81
18. Изгиб круглых пластинок, нагруженных симметрично относительно центра	82
19. Изгиб равномерно нагруженной круглой пластинки	85
20. Изгиб круглых пластинок переменной толщины	90
21. Изгиб круглой пластинки, нагруженной в центре	92
22. Изгиб круглой пластинки, нагруженной концентрически	94
23. Изгиб симметрично нагруженной круглой пластинки с круглым отверстием в центре	96

24. Изгиб прямоугольных пластинок	100
25. Тонкостенные сосуды, подверженные внутреннему давлению . .	103
26. Местные напряжения изгиба в тонкостенных сосудах	108
27. Температурные напряжения в цилиндрических оболочках	115
28. Кручение круглого кольца под действием моментов, равномерно распределенных по его оси	117
Глава V. Потеря устойчивости стержней, пластинок и оболочек	124
29. Продольный изгиб призматических стержней (простые случаи) . .	124
30. Продольный изгиб призматических стержней (более сложные случаи)	131
31. Энергетический метод определения критических сжимающих на- грузок	137
32. Продольный изгиб призматических стержней под действием равномерно распределенных осевых сил	141
33. Продольный изгиб стержней переменного поперечного сечения	143
34. Влияние поперечной силы на величину критической нагрузки . .	145
35. Продольный изгиб составных стержней	146
36. Неупругий продольный изгиб прямолинейных колонн	150
37. Устойчивость круглых колец и труб под действием внешнего дав- ления	156
38. Устойчивость прямоугольных пластинок	162
39. Выпучивание балок, не имеющих боковых опор	167
Глава VI. Деформации, симметричные относительно оси	173
40. Толстостенный цилиндр	173
41. Напряжения, вызываемые горячей посадкой	177
42. Вращающийся диск постоянной толщины	180
43. Вращающийся диск переменной толщины	187
44. Температурные напряжения в длинном полом цилиндра	191
Глава VII. Кручение	196
45. Валы некругового поперечного сечения	196
46. Мембранная аналогия	198
47. Кручение прокатных профилей	204
48. Кручение тонкостенных трубчатых стержней	206
49. Кручение тонкостенных стержней открытого профиля, в кото- рых предотвращено искажение некоторых поперечных сечений	212
50. Совместный изгиб и кручение тонкостенных стержней открытого профиля	222
51. Крутильная форма потери устойчивости тонкостенных стержней открытого профиля	227
52. Потеря устойчивости тонкостенных стержней открытого профиля от одновременного действия изгиба и кручения	231
53. Продольные нормальные напряжения в скручиваемых стержнях	237
54. Цилиндрическая пружина с большим шагом витка	241
Глава VIII. Концентрация напряжений	248
55. Концентрация напряжений в растянутых или сжатых элементах	248
56. Напряжения в пластинке с круглым отверстием	249
57. Другие случаи концентрации напряжений в растянутых элементах	253
58. Концентрация напряжений при кручении	258
59. Круглые валы переменного диаметра	262
60. Концентрация напряжений при изгибе	268
61. Исследования концентрации напряжений с помощью моделей . .	273
62. Оптический метод измерения напряжений	276
63. Напряжения при касании шаров и цилиндров	281

Глава IX. Деформации за пределом упругости	287
64. Системы из идеально пластических материалов	287
65. Предельное сопротивление систем	294
66. Чистый изгиб балок, материал которых не следует закону Гука	304
67. Изгиб балок поперечной нагрузкой за пределом упругости	310
68. Остаточные напряжения, вызываемые неупругим изгибом	312
69. Кручение за пределом упругости	316
70. Пластические деформации толстостенных цилиндров под действием внутреннего давления	320
Глава X. Механические свойства материалов	326
71. Общие соображения	326
72. Испытания на растяжение хрупких материалов	328
73. Испытания на растяжение пластических материалов	332
74. Испытания образцов из монокристалла в упругой области	335
75. Пластическое растяжение образцов из монокристалла	338
76. Испытания на растяжение мягкой стали в упругой области	341
77. Предел текучести	346
78. Растяжение стали за пределом текучести	349
79. Типы разрушений при растяжении	358
80. Испытания на сжатие	362
81. Испытания материалов при сложном напряженном состоянии	365
82. Теории прочности	370
83. Испытания на удар	384
84. Усталость металлов	391
85. Усталость металлов при сложном напряженном состоянии	399
86. Факторы, влияющие на предел выносливости	403
87. Усталость и концентрация напряжений	408
88. Уменьшение влияния концентрации напряжений на усталость	415
89. Разрушение поверхности при усталости	422
90. Причины усталости	425
91. Механические свойства металлов при высоких температурах	431
92. Изгиб балок при высоких температурах	441
93. Релаксация напряжений	444
94. Ползучесть при сложном напряженном состоянии	447
95. Частные случаи двумерной ползучести	450
96. Рабочие напряжения	456
Обозначения	470
Именной указатель	472
Предметный указатель	476

ИЗ ПРЕДИСЛОВИЯ К ПЕРВОМУ АМЕРИКАНСКОМУ ИЗДАНИЮ

Второй том сопротивления материалов написан главным образом для аспирантов, инженеров-исследователей и проектировщиков. Автор стремился написать книгу, которая содержала бы новейшие достижения практической важности в области сопротивления материалов и теории упругости. В большинстве случаев дан полный разбор задач, представляющих практический интерес. Только в сравнительно немногих случаях даны лишь окончательные результаты более сложных задач, решения которых нельзя получить, не выходя за пределы обычного для инженеров объема знаний по математике. При этом разобраны практические приложения результатов и в то же время даны ссылки на литературу, в которой можно найти полный вывод решения.

В первой главе рассмотрены более сложные задачи изгиба призматических стержней. Подробно разобраны важные задачи изгиба стержней, лежащих на упругом основании, и даны приложения теории по исследованию напряжений в рельсах и трубах. Также разобрано приложение тригонометрических рядов к исследованию задач изгиба и выведены важные приближенные формулы для случаев одновременного действия продольных и поперечных нагрузок.

Во второй главе подробно развита теория кривых брусьев. Приложение этой теории к проектированию машин иллюстрировано анализом напряжений в крюках, маховых колесах, звеньях цепей, поршневых колесах и кривых трубах.

Третья глава содержит теорию изгиба пластинок. В ней подробно рассмотрены случаи изгиба пластинок по цилиндрической поверхности и симметричный изгиб круглых пластинок; даны практические приложения. Приведены также некоторые данные относительно изгиба прямоугольных пластинок под действием равномерной нагрузки.

В четвертой главе разобраны задачи о распределении напряжений в элементах, имеющих форму тела вращения и нагруженных симметрично. Эти задачи особенно важны при проектировании сосудов, подверженных внутреннему давлению, и вращающихся машинных частей. Уделено внимание напряжениям растяжения и изгиба в тонкостенных сосудах, напряжениям в толстостенных цилиндрах, напряжениям насаживания элементов, а также динамическим напряжениям, возникающим в роторах и во вращающихся дисках под действием сил инерции, и напряжениям от неравномерного нагревания.

Пятая глава содержит теорию потери устойчивости сжатых стержней и тонких пластинок вследствие упругой неустойчивости. Эти задачи являются чрезвычайно важными во многих новейших сооружениях, где размеры поперечных сечений сведены к минимуму, благодаря применению более прочных материалов и желанию уменьшить вес. Во многих случаях разрушение инженерных сооружений объясняется упругой неустойчивостью, а не недостаточной прочностью самого материала.

В шестой главе рассмотрена неправильность в распределении напряжений, вызываемая резкими изменениями поперечных сечений вследствие наличия отверстий и вырезов, и рассмотрено практическое значение концентрации напряжений. Описан также оптический метод, который оказался весьма полезным при исследовании концентрации напряжений. Объяснена мембранная аналогия в задачах кручения и ее приложение к исследованию концентрации напряжений во входящих углах, а также в прокатных и трубчатых сечениях. Рассмотрены также валы переменного диаметра, и при объяснении местных напряжений у выкружек таких валов использована электрическая аналогия.

В последней главе рассмотрены механические свойства материалов. Здесь внимание направлено скорее на общие принципы, чем на описание стандартных методов испытаний материалов. Изложены результаты новейших исследований механических свойств монокристаллов и указано их практическое значение. Такие вопросы, как усталость металлов и их прочность при высокой температуре, представляют значительный практический интерес при проектировании современных машин. Эти вопросы трактуются главным образом со ссылками на новейшие достижения в этих областях.

В заключение рассмотрены различные теории прочности. Разработан важный вопрос о связи между этими теориями и методом

установления допускаемых напряжений при различных напряженных состояниях.

Уже было упомянуто, что книга написана отчасти для учебных целей, но она также может быть использована для более углубленного изучения. Автор, на основании своего опыта, разделил книгу на три таких курса: 1) курс, заключающий в себе главы I, III и V, предназначен главным образом для аспирантов, интересующихся инженерно-строительным делом; 2) курс, содержащий главы II, III, IV и VI, — для аспирантов, главный интерес которых представляет машиностроение; 3) курс, использующий главу VII как основу и сопровождаемый демонстрированием опытов в лаборатории по испытанию материалов. Автор полагает, что такой курс, в котором рассматриваются основные механические свойства материалов и устанавливается зависимость между этими свойствами и допускаемыми напряжениями, применяемыми при различных условиях проектирования, имеет первостепенное практическое значение, и изучению такого курса должно быть уделено большое внимание в нашем инженерном образовании.

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ АМЕРИКАНСКОМУ ИЗДАНИЮ

При подготовке к новому изданию этого тома общий характер книги оставлен неизменным, были лишь приложены усилия к тому, чтобы сделать ее более полной и современной путем включения нового теоретического и экспериментального материала, отражающего новейшие достижения в области анализа напряжений, и экспериментального исследования механических свойств строительных материалов.

Наиболее важные изменения, внесенные во второе издание, сводятся к следующему:

1. Более полно рассмотрены задачи, относящиеся к изгибу, сжатию и кручению гибких и тонкостенных конструкций. Такого рода конструкции находят в настоящее время широкое применение в аэропланах, и было сочтено нужным включить в новое издание больше задач из этой области.

2. Добавлена глава о пластических деформациях, трактующая изгиб и кручение балок и валов за пределом упругости, а также пластическое течение материала в толстостенных цилиндрах, подверженных действию высоких внутренних давлений.

3. Внесено значительное количество нового материала экспериментального характера, относящегося к поведению строительных материалов при высоких температурах, и к усталости металлов под действием знакопеременных напряжений, особенно в тех случаях, где усталость металлов сочетается с высокой концентрацией напряжения.

4. Сделаны важные дополнения в части книги, посвященной балкам на упругом основании; к главам по теории кривых брусьев и теории пластинок и оболочек; и к главе о концентрации напряжений, в которую были включены некоторые позднейшие результаты оптических испытаний.

Со времени появления первого издания этой книги были опубликованы три книги более углубленного характера: «Теория упругости», «Теория устойчивости систем» и «Теория пластинок и оболочек». Ссылки на эти книги сделаны в различных местах этого тома, особенно в тех случаях, когда даются лишь конечные результаты без полного математического вывода.

Можно надеяться, что с упомянутыми выше добавлениями книга будет давать представление о современном состоянии учения о сопротивлении материалов и может быть полезна как для аспирантов, интересующихся строительной механикой, так и для практиков-инженеров, имеющих дело со сложными задачами исследования напряжений.

С. П. Тимошенко

Пало Альто, Калифорния
12 июня 1941 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ К ТРЕТЬЕМУ АМЕРИКАНСКОМУ ИЗДАНИЮ

При подготовке нового издания этой книги было добавлено значительное количество материала. Включены ссылки на новейшую литературу, внесены новые задачи для самостоятельного решения и дополнительные иллюстрации. Большинство изменений внесено в главы о кручении, пластических деформациях и механических свойствах материалов.

Что касается кручения, то была рассмотрена задача о скручивании трубчатых стержней с несколькими контурами, а также продольный изгиб при кручении тонкостенных стержней открытого профиля. Каждый

из этих вопросов является важным при проектировании тонкостенных конструкций, которые являются составляющими частями самолетов. В главе о пластических деформациях рассмотрены основные принципы проектирования по предельному состоянию. Представлено несколько примеров применения метода к проектированию строительных конструкций.

Много дополнений было сделано в главе о механических свойствах материалов, и одна эта глава теперь содержит свыше 160 страниц. Цель такого расширения главы заключается в сосредоточении внимания на новейших достижениях в области экспериментального изучения свойств строительных материалов. Рассмотрены следующие вопросы: 1) влияние несовершенств на предел прочности хрупких материалов и «масштабный эффект»; 2) сравнение результатов испытаний образцов из монокристаллов и поликристаллов; 3) испытание материалов в условиях плоской и пространственной задачи и различные теории прочности; 4) сопротивление удару; 5) усталость металлов при различных напряженных состояниях и методы повышения сопротивления усталости частей машин; 6) сопротивление материалов при высоких температурах, явление ползучести и использование данных испытаний ползучести при проектировании. Для читателя, который желает расширить в дальнейшем свои познания в этих вопросах, будут полезны многочисленные ссылки на новейшую литературу. Наконец, в заключительном параграфе книги приводятся достаточно подробные сведения для надлежащего выбора рабочих напряжений.

Автор надеется, что с этими добавлениями книга будет более полной для изучения расширенных курсов по механике материалов, а также более полезной для инженеров-исследователей и конструкторов при проектировании машин и сооружений.

В заключение автор выражает благодарность профессору Станфордского университета Джемсу М. Гиру за его помощь и многочисленные советы при просмотре книги и при чтении корректур.

С. Тимошенко

Станфордский университет
10 февраля 1956 г.

ГЛАВА I

БАЛКИ НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ

1. Балки неограниченной длины

Рассмотрим призматическую балку, опирающуюся по всей своей длине на сплошное упругое основание таким образом, что, когда балка изгибается, интенсивность равномерно распределенной реакции в каждой точке пропорциональна прогибу в этой точке¹⁾. При таких условиях реакция, приходящаяся на единицу длины балки, может быть представлена выражением $k u$, в котором u есть прогиб, а k — постоянное число, обычно называемое коэффициентом основания²⁾. Этот коэффициент представляет собой реакцию на единицу длины балки при ее прогибе, равном единице. Простое предположение, что непрерывная реакция основания пропорциональна прогибу, дает удовлетворительные результаты во многих случаях практики. Например, в случае железнодорожного пути полученные при этом предположении решения хорошо согласуются с действительностью³⁾. При исследовании

¹⁾ Балка уложена на постель из материала, способного сопротивляться как силам, действующим вниз, так и силам, действующим вверх.

²⁾ По предложению Н. И. Фусса, k называется коэффициентом постели (прим. перев.).

³⁾ См. S. Timoshenko и B. F. Langer, Trans. A. S. M. E., т. 54, стр. 277, 1932. Теория изгиба балок на упругом основании разработана E. Winkler'ом, Die Lehre von der Elastizität und Festigkeit, Prague, стр. 182, 1867. См. также H. Zimmermann, Die Berechnung des Eisenbahn — Oberbaues, Berlin, 1888. Дальнейшее развитие теории можно найти в следующих источниках: Hayashi, Theorie des Trägers auf elastischer Unterlage, Berlin, 1921 (русский перевод: Теория расчета балок на упругом основании, ГНТИ, 1930. Прим. ред.); Wieghardt, Z. angew. Math. u. Mech., т. 2, 1922; K. V. Sanden and Schleicher, Beton u. Eisen, тетрадь 5, 1926; Pasternak, Beton u. Eisen, тетради 9 и 10, 1926; W. Prager, Z. angew. Math. u. Mech., т. 7, стр. 354, 1927; M. A. Biot, J. Appl. Mech., т. 4, стр. A-1, 1937; M. Hetényi, Beam on Elastic Foundation, Ann. Arbor, 1946. (На русск. яз. в 1930 г. вышла книга: А. Н. Крылов, О расчете балок на упругом основании. — Прим. ред.)

изогнутой оси балки мы пользуемся дифференциальным уравнением¹⁾

$$EJ_z \frac{d^4 y}{dx^4} = q, \quad (a)$$

где q означает интенсивность нагрузки, действующей на балку. Для ненагруженной части балки нагрузкой является лишь непрерывно распределенная реакция со стороны основания интенсивностью ky . Следовательно, $q = -ky$, и уравнение (a) получается в таком виде:

$$EJ_z \frac{d^4 y}{dx^4} = -ky. \quad (1)$$

Используя обозначение

$$\sqrt[4]{\frac{k}{4EJ_z}} = \beta, \quad (2)$$

общее решение уравнения (1) можно представить в следующем виде:

$$y = e^{\beta x} (A \cos \beta x + B \sin \beta x) + e^{-\beta x} (C \cos \beta x + D \sin \beta x). \quad (b)$$

Это можно легко проверить подстановкой уравнения (b) в уравнение (1). В частных случаях постоянные интегрирования A , B , C и D должны быть определены из известных условий для некоторых точек.

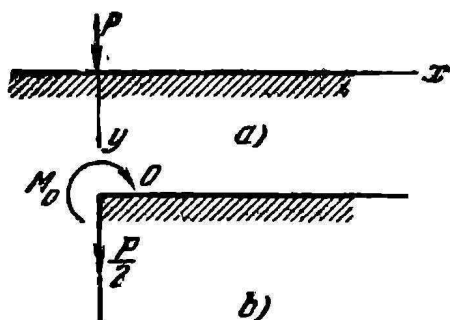


Рис. 1.

В качестве примера рассмотрим случай одного сосредоточенного груза, действующего на бесконечно длинную балку (рис. 1, a), взяв начало координат в точке приложения силы. Вследствие симметрии достаточно рассмотреть лишь часть балки справа от груза (рис. 1, b). Для применения к этому случаю общего решения уравнения (b) необходимо сначала найти произвольные постоянные.

Логично предположить, что в точках, бесконечно удаленных от силы P , прогиб и кривизна оси балки обращаются в нуль. Это условие может быть выполнено лишь в том случае, если постоянные A и B в уравнении (b) принять равными нулю. Следовательно, уравнение изогнутой оси для правой части балки получается в таком виде:

$$y = e^{-\beta x} (C \cos \beta x + D \sin \beta x). \quad (c)$$

Остальные две постоянные интегрирования C и D найдутся из условий в начале координат при $x = 0$. В этой точке изогнутая ось балки

¹⁾ См. С. Тимошенко, Сопротивление материалов, т. I, уравнение (80), стр. 125.