

В настоящей работе (главы 1, 2) рассматриваются две модальные логики, построенные Лукасевичем: трехзначная логика 1920 г. и четырехзначная логика 1953 г. Основное внимание уделяется второй из них, так как первая самим Лукасевичем была признана неудовлетворительной и имеет в настоящее время с точки зрения модальной логики чисто исторический интерес. Нашей задачей является не только исследование технических деталей, связанных с модальными системами, но и выявление особенностей его подхода к построению модальной логики, тех содержательных предпосылок, которыми он руководствовался, строя свои модальные системы, сопоставление этих систем с другими современными логическими теориями модальностей и с исторической традицией.

Самостоятельной задачей (глава 3) является систематизация и развитие идей Лукасевича о детерминизме, истине и причинности и построение на этой основе логики детерминизма, каузального определения истины, логики причинности и теории онтологических модальностей.

* * *

Несколько слов о жизни и творчестве Лукасевича (1978-1956). Лукасевич обучался во Львове (1896-1900) под руководством основателя Львовско-Варшавской школы К. Твардовского. В 1915-1939 гг. Лукасевич — профессор философии в Варшавском университете. Дважды избирался ректором этого университета (1922-1923 и 1931-1932). После второй мировой войны эмигрировал в Ирландию, где был профессором математической логики в Королевской академии наук в Дублине.

В научном творчестве Лукасевича можно выделить два этапа: первый, «философский», приходится на 1902-1918 гг., второй, «логический», на 1918-1956 гг.⁴ Как философ, Лукасевич является сторонником научной философии, опирающейся на точные понятия и ясные методологические принципы, и вместе с тем не отказывающейся от классических философских проблем, в частности проблем причинности и детерминизма. Приверженность аналитической философии и неприязнь к философским спекуляциям Лукасевич сохраняет в течение всей своей научной деятельности. Вместе с тем он настаивает на восстановлении аристотелевской традиции в философии и с большим уважением относится к метафизике. «Борьба Юма, и Канта с метафизикой, — писал он в 1907 г., — не является борьбой с метафизикой. Ни Кант,

ни Юм *не знали*, что такое метафизика; их работы не указывают на то, что они заглядывали когда-нибудь в Аристотеля... Это не могло быть их виной; в философии Нового времени в какой-то момент было утрачено правильное понимание метафизики и за исключением, может быть, неосхоластов никто сегодня не отдает себе отчета, как следует понимать эту королевую наук»⁵. Нет свидетельств того, что Лукасевич, уже как логик, принципиально изменил свои философские воззрения. «Очевидно, он меньше верил в возможность научной метафизики, и определенно не считал, что ее удастся достичь путем обновления аристотелизма, — пишет Я. Воленский. — Вместо восхищения Аристотелем как метафизиком появилось восхищение Аристотелем как логиком»⁶. Воленский отмечает, что в Польше утвердилось мнение, что Львовско-Варшавская школа представляла собой вариант логического эмпиризма; против такой квалификации выступали ведущие представители этой школы — в том числе и Лукасевич.

В книге «О принципе противоречия у Аристотеля» (1910), посвященной прежде всего философии и истории философии, Лукасевич формулирует три истолкования закона противоречия: онтологическое (ни один предмет не может иметь некоторое свойство и не иметь его), логическое (противоречащие друг другу суждения не являются одновременно истинными) и психологическое (два утверждения, которым соответствуют противоречащие друг другу суждения, не могут вместе существовать в одном и том же уме). Первые два истолкования Лукасевич считает, вслед за Аристотелем, логически эквивалентными; психологический принцип противоречия не выводим, вопреки Аристотелю, из онтологического (или логического) и является слабо обоснованным и даже сомнительным эмпирическим законом. «Поскольку в применении к вещам принцип противоречия не удастся доказать, хотя он и требует доказательства, это означает, что он не имеет логического значения. Тем не менее он обладает важной практической-этической ценностью, являясь единственной защитой от ошибок и лжи. Поэтому мы должны его принять»⁷. Отрицание Лукасевичем самоочевидности логического закона противоречия оказало позднее влияние на формирование идей *паранепротиворечивой логики*, не содержащей этого закона и не позволяющей выводить из противоречия все что угодно⁸.

Наиболее важным достижением Лукасевича является открытие *многозначной логики*. Размышляя над проблемами детерминизма и свободы воли, он приходит к заключению, что в основе клас-

сической (двузначной) логики лежат принципы, предполагающие строгий детерминизм. По мысли Лукасевича, высказывания о будущих случайных событиях в момент их произнесения не являются ни истинными, ни ложными, они только возможны, то есть имеют третье логическое значение. В 1918 г. Лукасевич описывает трехзначную логику, затем обобщает ее до логики с произвольным, но конечным числом значений и, наконец, предлагает бесконечнозначную многозначную логику.

В 1920 г. Лукасевич указывает, что ни один из функторов классической логики высказываний нельзя интерпретировать как возможность и истолковывает свою трехзначную логику как модальную систему⁹.

В 1927 г. Лукасевич показывает, что стоики явились создателями логики высказываний, и намечает общую программу исследований в области истории логики. Суть этой программы сводится к тому, что вся история логики должна быть пересмотрена с точки зрения современной логики, дающей ключ к адекватному пониманию прошлого и аппарат для реконструкции старых идей. Эффективность этого подхода была продемонстрирована самим Лукасевичем на примере формализации логики Аристотеля¹⁰. В дальнейшем в русле данного подхода была постепенно пересмотрена вся история логики¹¹. Это позволило увидеть, например, зачатки логики времени в античной логике, а деонтической логики — в средневековой логике.

Лукасевичу принадлежат также многие другие интересные логические результаты. Он ввел бесконечную логическую символику, названную его именем. Предложил ряд оригинальных аксиоматизаций классического исчисления высказываний, в том числе аксиоматизации с единственной аксиомой, с набором самых коротких аксиом и др. Исследовал частичные исчисления высказываний. Сформулировал исчисление высказываний с переменными функторами и дал на его основе элегантную формализацию интуиционистской логики.

XX век был наиболее продуктивным во всей, более чем двухтысячелетней истории логики. Имя Лукасевича стоит в ряду таких блестящих логиков этого века, как Б. Рассел, К. Гёдель, А. Тарский, К. Льюис, А. Чёрч, У. Куайн и др.

ГЛАВА 1

ТРЕХЗНАЧНАЯ МОДАЛЬНАЯ ЛОГИКА

1.1. Две задачи построения модальной логики

Интерес К. Льюиса к модальным понятиям был связан прежде всего с анализом определенных «парадоксальных» утверждений классической логики высказываний, не согласующихся с обычным смыслом слова «импликация». Естественной реакцией на системы, содержащие «парадоксы», была попытка сформулировать логику, в которой «имплицирует» использовалось бы в смысле, более близком к привычному. Первой такой логикой явились системы строгой импликации, в которой импликативное отношение двух высказываний p и q вводилось в качестве сокращения выражения «невозможно p и не- q ».

Таким образом, модальности были введены Льюисом в связи со специальной целью построения теории необходимой, или строгой, импликации, логические законы которой находились бы в лучшем соответствии с понятием импликации как отношения, оправдывающего выводимость. Сам Льюис таким образом характеризовал стоящую перед ним цель: «... наша задача — развить исчисление, основывающееся на таком значении понятия «имплицирует», в случае которого выражение « p имплицирует q » было бы синонимично с выражением « p дедуцируемо из q ». Отношение материальной импликации, фигурирующее в большинстве логических исчислений высказываний, не согласуется с этим обычным значением «имплицирует». Оно ведет к таким парадоксам, как «ложное высказывание имплицирует каждое высказывание» и «истинное высказывание имплицируется любым высказыванием». С другой стороны, если мы принимаем, что « p совместимо с q » означает « p не имплицирует

ложность q » и « q независимо от p » означает « p не имплицирует q », то в соответствии с теорией материальной импликации никакие два высказывания не могут быть одновременно совместимыми и независимыми. Как мы увидим, вполне возможно построить такое исчисление высказываний, которое находится в согласии с обычным значением слова «имплицирует» и включает отношение совместимости, обладающее обычными свойствами»¹².

Стоящая перед Льюисом задача усовершенствования импlicative отношения определила характер его подхода к модальным понятиям. До его работ модальности использовались для выражения онтологических понятий, для проведения различия между необходимыми законами и фактическими данными, миром возможностей и действительным миром и т.д., они понимались как способ, каким нечто существует или происходит. Льюис принял во внимание только один из тех смыслов, которые присущи модальным понятиям в обычном языке, а именно их логический смысл. Построенные им теории логических модальностей в дальнейшем приобрели самостоятельный интерес, не связанный с описанием строгой импликации, и были детально исследованы. Отвлекаясь от различий в трактовке этих модальностей, можно сказать, что высказывание логически возможно, если оно не является внутренне противоречивым, и высказывание логически необходимо, если его отрицание логически невозможно¹³.

Лукасевича парадоксы материальной импликации никогда не интересовали, и он никогда не связывал построение модальной логики с задачей создания непарадоксальной импликации. Исследование модальных понятий имеет, по мысли Лукасевича, самостоятельный интерес, обусловленный тем, что они выполняют специфические функции в процессе познания и не могут быть замещены никакими иными понятиями. «Модальная логика, — писал он, — важна как теория возможности. Существуют истинные проблематические высказывания, которые не могли бы быть истинными в качестве ассерторических высказываний. Имеются другие истинные высказывания, которые не могут быть доказаны без введения возможности. Высказывания обоих этих видов расширяют наше знание, выводя его за пределы множества тех истин, которые могут быть получены с помощью немодальной логики»¹⁴.

2.1. Требования к модальной логике

Под модальными высказываниями Лукасевич понимает высказывания, имеющие одну из следующих форм:

- (1) возможно, что p — символически: Mr ,
- (2) невозможно, что p — $\sim Mr$,
- (3) возможно, что $не-p$ — $M\sim p$,
- (4) невозможно, что $не-p$ — $\sim M\sim p$
(необходимо, что p),

M соответствует словам «возможно, что», p означает некоторое высказывание¹⁵.

Лукасевич выделяет три группы утверждений, касающихся модальных высказываний и имеющих большую историческую традицию. К первой из них относятся хорошо известные из истории логики утверждения:

- (a) *Ab oportere ad esse valet consequentia* (Правильно заключать от должного к тому, что есть),
- (b) *Ab esse ad posse valet consequentia* (Правильно заключать от того, что есть, к возможному),
- (c) *Ab non posse ad non esse valet consequentia* (Правильно заключать от невозможного к несуществующему).

В качестве типичного представителя первой группы Лукасевич избирает утверждение:

I. Если невозможно, что p , то $не-p$, $\sim Mr \supset \sim p$.

Ко второй группе относится менее известное, но представляющее Лукасевичу совершенно очевидным положение Лейбница:

(d) *Unumquodque, quando est, oportet esse* (Все, что бы то ни было, когда оно существует, является необходимым).

Это положение нелегко истолковать правильно. Встречающееся в нем слово «quando» является не условной, а временной частицей. Лукасевич думает, однако, что временная форма переходит в условную, когда в высказываниях, содержащих ссылку на время, указание времени включается в содержание высказываний. Основываясь на этом, он в качестве типичного представителя второй группы модальных утверждений, включающей положение Лейбница и связанные с ним положения, избирает условное высказывание:

II. Если предполагается, что $не-p$, то (в силу этого положения) невозможно, что p ; $\sim p \supset \sim Mr$.

Например, то, что я сегодня вечером буду дома, не необходимо; но *если*, однако, я действительно нахожусь вечером дома, то при этом предположении *необходимо*, что сегодня вечером я дома. Другой пример: *если* случилось (в какой-то момент t) так, что у меня нет какой-то вещи, то невозможно, чтобы (в этот же момент t) у меня она была.

Эти приводимые Лукасевичем примеры не особенно ясны, так как они не раскрывают ни того, какой смысл имеют слова «необходимо» и «невозможно» в контексте высказываний, содержащих ссылку на время, ни того, как от таких высказываний можно было бы перейти к условным высказываниям, истинностное значение которых не зависело бы от времени их употребления.

Третья группа включает утверждение, основывающееся на аристотелевском понятии «двусторонней» возможности. Согласно Аристотелю, некоторые вещи таковы, что могут быть, но могут и не быть. Например, возможно, что плащ будет разрезан на куски, но может быть также, что он не будет разрезан. Понятие двусторонней возможности глубоко укоренено в повседневном мышлении и речи.

Третье утверждение Лукасевича говорит о существовании истинных двусторонне возможных высказываний:

III. Для некоторого p : возможно, что p , и возможно, что $не-p$; $(\exists p)(Mp \ \& \ M\sim p)$.

3.1. Многозначный характер модальной логики

По мысли Лукасевича, утверждения I–III должны быть теоремами всякой логической теории модальностей и их доказуемость является одним из критериев правильности такой теории.

Однако присоединение первых двух утверждений к двузначной логике высказываний ведет к тому, что оказываются эквивалентными друг другу высказывания « p », «возможно, что p », «невозможно, что $не-p$ », с одной стороны, и высказывания « $не-p$ », «возможно, что $не-p$ », «невозможно, что p », с другой. В результате понятия возможности и необходимости становятся излишними. К этому явно нежелательному следствию приводит принятая символическая формулировка утверждения II. Лукасевичу кажется, однако, что в терминах пропозициональной логики, дополненной понятиями «возможно» и «необходимо» это утверждение нельзя выразить удачней.

С другой стороны, утверждение III вместе с тезисом прототетики, справедливым для всех одноаргументных функторов классической логики высказываний:

$$\varphi p \ \& \ \varphi \sim p \supset \varphi q,$$

(φ является одноаргументным переменным функтором) дает следствие Mr . Оно опять-таки неприемлемо, но данное утверждение нельзя выразить на языке расширенной двузначной логики.

И наконец, одновременное принятие утверждений II и III ведет к противоречию: если бы в соответствии с III оказались для некоторого высказывания α истинными выражения Ma и $M\sim\alpha$, то в силу выводимых из II формул $Ma \supset \alpha$ и Ma были бы истинными также высказывания α и $\sim\alpha$.

Таким образом, если принять утверждение II, надо отбросить утверждение III и согласиться с вырождением модальной логики в немодальную; если принять III, необходимо отбросить II и принять в качестве следствия Mr . В этой несовместимости двух традиционных утверждений о модальных высказываниях нет ничего удивительного. В двузначной логике, к которой они присоединяются, имеются только четыре одноаргументных функции, ни одна из которых не удовлетворяет ограничениям, накладываемым на функтор M традиционными утверждениями.

Этот результат приводит Лукасевича к мысли, что классическая двузначная логика не может быть основанием для модальной логики. Построение последней требует отказа от принципа двузначности («каждое высказывание является либо истинным, либо ложным») и введения наряду с истинными и ложными высказываниями также высказываний, имеющих некоторое третье значение, отличное от истины и лжи. Необходима, иными словами, замена двузначной логики неклассической трехзначной логикой.

Эти рассуждения, призванные показать неудовлетворительность двузначной логики высказываний в качестве основания модальной логики, Лукасевич поддерживает таким примером. Очевидно, что мое пребывание в Варшаве в полдень 21 декабря будущего года не является сегодня определенным ни в позитивном, ни в негативном смысле. Возможно, но не необходимо, что в указанное время я буду в Варшаве. Поэтому, высказывание «Я буду в Варшаве в полдень 21 декабря будущего года» не является сейчас ни истинным, ни ложным. Если бы оно сейчас было истинно, мое будущее пребывание в Варшаве было бы необходимым, что противоречит исходному допущению; если бы это выс-

казывание было сегодня ложным, мое пребывание в будущем в Варшаве было бы невозможным, что опять-таки не согласуется с естественным начальным допущением. Рассматриваемое высказывание не может быть сегодня ни истинным, ни ложным, оно должно иметь сегодня некоторое третье, промежуточное между истиной и ложью значение. Его Лукасевич обозначает через $1/2$ и именует «возможностью».

4.1. Модальности в трехзначной логике

В качестве исходных терминов трехзначной логики Лукасевич избирает импликацию и отрицание, определяемые следующей матрицей (выделенное значение – 1):

$\supset$	0	$1/2$	1	$\sim$
0	1	1	1	1
$1/2$	$1/2$	1	1	$1/2$
*1	0	$1/2$	1	0

На базе этой логики Лукасевич пытается сконструировать такое определение возможности, которое позволило бы обосновать все традиционные утверждения, касающиеся модальных высказываний.

В начале Лукасевич вводил понятие «чистой» возможности, определявшееся в терминах трехзначных пропозициональных связок таким образом:

$$Mp =_{df} (p \equiv \sim p) \vee (\forall q) \sim (p \supset q \ \& \ \sim q).$$

В соответствии с этим определением выражение «возможно, что p » означает «или высказывание p эквивалентно своему отрицанию, или не существует такой пары противоречащих друг другу высказываний, которая вытекала бы из p ».

Указанное определение является не особенно естественным. Более очевидным Лукасевичу кажется связанное с ним определение невозможности:

$$\sim Mp =_{df} \sim (p \equiv \sim p) \ \& \ (\exists q)(p \supset q \ \& \ \sim q),$$

«высказывание p невозможно, если и только если оно не эквивалентно своему отрицанию и влечет некоторое противоречие». Матрица для чистой возможности:

p	0	1/2	1
Mp	0	1	1/2

Используя эту матрицу, нетрудно убедиться, что ни из одного из высказываний « α » и «невозможно α » не выводимо высказывание «возможно α ».

В дальнейшем Лукасевич вместо понятия чистой возможности, не вытекающей ни из истинности, ни из необходимости, стал использовать более общее понятие возможности, находящееся в большем соответствии с условиями, выраженными утверждениями I–III.

Предложенное А. Тарским и принятое Лукасевичем определение возможности таково:

$$Mp =_{df} \sim p \supset p^{16}.$$

В двузначной логике выражение $\sim p \supset p$ эквивалентно p . В трехзначной логике импликация

$$(\sim p \supset p) \supset p$$

не является тавтологией и приведенное определение можно истолковать таким образом: если удастся вывести некоторое высказывание из его отрицания, то это высказывание определено не является ложным и, значит, не является также невозможным. Сходным образом, определение необходимости:

$$\sim M \sim p =_{df} \sim (p \supset \sim p)$$

можно передать так: высказывание необходимо в том и только том случае, когда оно не влечет свое собственное отрицание.

5.1. Аксиоматизация трехзначной логики

Трехзначная логика Лукасевича, заданная им матричным способом, была позднее аксиоматизирована М. Вайсбергом, который принял в качестве аксиом следующие выражения

$$\begin{aligned} &(p \supset q) \supset (q \supset r \supset p \supset r), \\ &p \supset ((\sim p \supset p) \supset p), \\ &p \supset (q \supset p), \\ &\sim p \supset (\sim q \supset q \supset p)^{17}. \end{aligned}$$