В.И. Феодосьев

Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 53
ББК 22.3
В11

В.И. Феодосьев
В11 Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов / В.И. Феодосьев – М.: Книга по Требованию, 2024. – 376 с.

ISBN 978-5-458-43589-5

В настоящем сборнике собраны задачи, предназначенные для тех, кто заканчивает курс сопротивления материалов. Все задачи снабжены подробными решениями, которые имеют целью либо расширить кругозор читателя, либо дать возможность проверить полученный результат. Большое число задач, вошедших в книгу, составлено самим автором.

ISBN 978-5-458-43589-5

и требующие более глубокого понимания предмета; у них возникает естественное желание испробовать свои силы в решении более сложных и интересных задач, где требуются и сообразительность, и знания, и усидчивость.

На удовлетворение этих запросов молодежи в первую очередь и направлена настоящая книга. Она написана на уровне, доступном пониманию студентов, заканчивающих курс сопротивления материалов. Она может оказаться полезной также для начинающих преподавателей и может вызвать интерес у инженеров, повышающих свою квалификацию.

Большое число задач, вошедших в книгу, составлено самим автором. Многие задачи рекомендованы ему его коллегами, некоторые публиковались ранее. В список использованной литературы автор внес те немногие известные ему источники, в которых в том или ином виде встречаются задачи, вошедшие в настоящую книгу.

Автор считает своей приятной обязанностью выразить благодарность Л. И. Балабуху, В. Л. Бидерману, И. А. Биргеру, оказавшим помощь в подборе и проверке задач, и Л. Е. Андреевой, принявшей деятельное участие в подготовке рукописи. Он будет также благодарен всем товарищам, которые не откажутся в дальнейшем высказать свои замечания о книге.

ПРЕДИСЛОВИЕ К ТРЕТЬЕМУ ИЗДАНИЮ

По сравнению с первым и со вторым изданиями сборник дополнен рядом новых задач. Наиболее интересными и принципиальными, по мнению автора, являются задачи, связанные с нелинейной устойчивостью и с переходом от форм равновесия к формам движения.

За последние годы на вооружение исследователей взяты методы машинного анализа. То, что было недоступно, стало обыденным. Учитывая, что электронная цифровая вычислительная техника используется в настоящее время не только аспирантами, но в ряде случаев и студентами, автор счел возможным ввести в сборник несколько задач, решаемых на машинах. Такой шаг вполне оправдывается все возрастающим использованием электронных цифровых машин, которые в недалеком будущем станут доминирующим средством анализа.

Автор считает необходимым выразить благодарность всем товарищам, высказавшим ему свои замечания по первым двум изданиям и оказавшим тем самым большую помощь в подготовке настоящей книги.

Автор

ЗАДАЧИ И ВОПРОСЫ

I. РАСТЯЖЕНИЕ, СЖАТИЕ И КРУЧЕНИЕ

1. Система, состоящая из двух стержней, нагружена одновременно силами P_1 и P_2, направленными вдоль стержней (рис. 1, *а*).

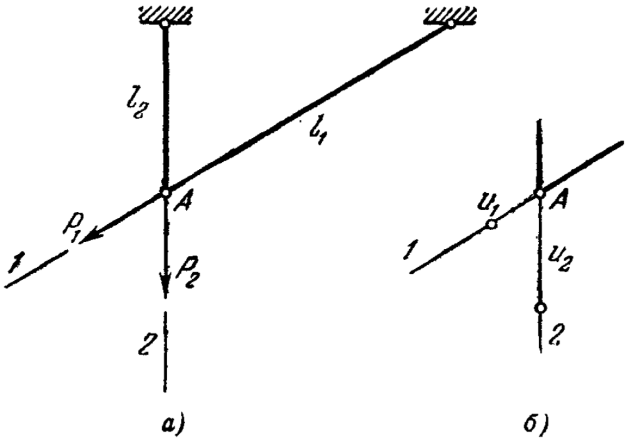

Рис. 1.

Потенциальная энергия деформации равна, очевидно,

$$U = \frac{P_1^2 l_1}{2E_1F_1} + \frac{P_2^2 l_2}{2E_2F_2}.$$

Взяв частные производные от потенциальной энергии по силам P_1 и P_2, находим перемещения точки A по направлениям *1* и *2* (u_1 и u_2, рис. 1, *б*):

$$u_1 = \frac{P_1 l_1}{E_1F_1}, \quad u_2 = \frac{P_2 l_2}{E_2F_2}.$$

Покажите графически, каково будет полное перемещение точки A.

2. Плоская ферма (рис. 2) состоит из $n > 2$ одинаковых и равнорасположенных стержней, соединенных в общий узел. Сила P приложена в плоскости фермы. Показать, что перемещение узла O всегда направлено по силе P и величина этого перемещения не зависит от угла α.

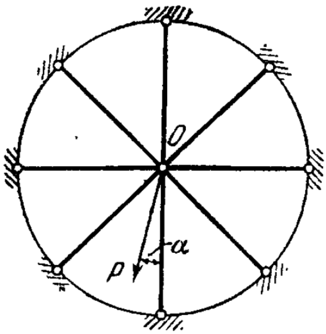

Рис. 2.

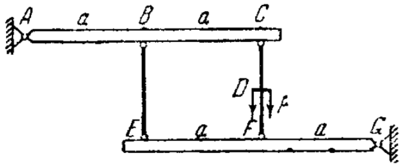

Рис. 3.

3. Система состоит из двух жестких шарнирно закрепленных невесомых балок AC и EG и двух стержней BE и CF. В точке D приложена сила P, действующая вдоль стержня CF (рис. 3).

1) Сколько раз статически неопределима эта система?

2) Какие усилия возникают в стержнях?

4. В абсолютно жесткой плите имеется отверстие. В него вставлен упругий болт и затянут с усилием предварительного

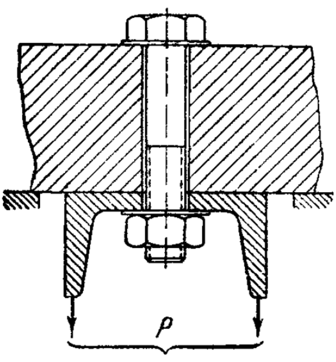

Рис. 4.

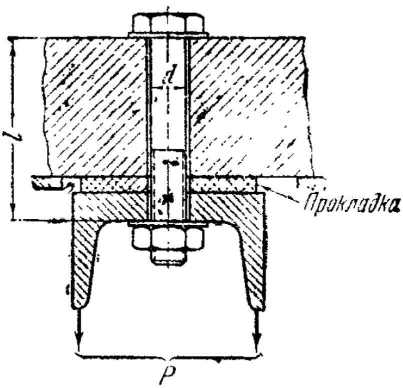

Рис. 5.

натяжения N_0. После затяжки к нижней гайке приложена сила P (рис. 4). Как при этом изменяется усилие, приходящееся на болт?

5. Условие предыдущей задачи усложняется тем, что под нижней гайкой установлена упругая прокладка (рис. 5). Как в этом случае меняется усилие на болт при приложении к нижней гайке силы P, если известно, что при сжатии прокладки силой P толщина ее уменьшается на величину

$$\Delta = \frac{P}{c},$$

где c — жесткость прокладки?

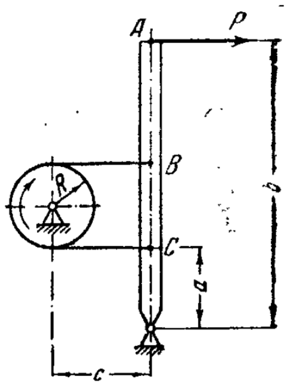

Рис. 6.

6. Определить тормозящий момент и перемещение конца рычага ленточного тормоза (точка A, рис. 6) в зависимости от силы P. Коэффициент трения на поверхности соприкасания ремня со шкивом f. Жесткость ремня на растяжение задана. Рычаг и шкив допустимо рассматривать как абсолютно жесткие.

7. Как изменится решение предыдущей задачи, если шкив вращается в противоположном направлении?

8. Для того чтобы определить величину модуля упругости некоторого металла при сжатии, был поставлен следующий

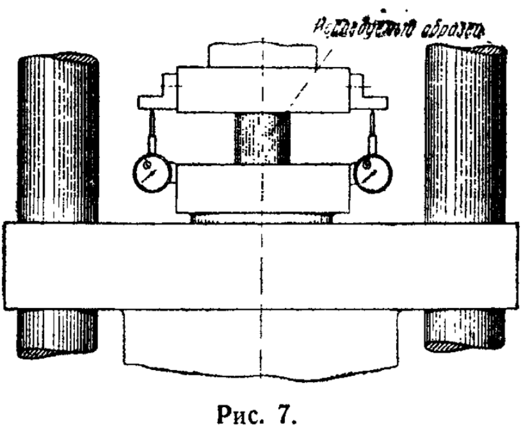

Рис. 7.

опыт. Между двумя массивными стальными плитами сжимался цилиндрический образец (рис. 7).

Для замера деформации образца было установлено два индикатора (рис. 7) с таким расчетом, чтобы исключить ошибку от перекоса плит. Замеры показали, что модуль упругости исследуемого металла на сжатие

$$E_{\text{сж}} = 0{,}8 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2.$$

Можно ли верить этому результату?

9. Прямой однородный стержень постоянного сечения жестко закреплен по концам (рис. 8).

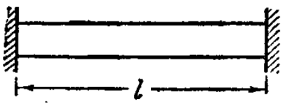

Рис. 8.

Как наиболее просто показать, что в стержне при равномерном нагреве не возникает осевых смещений?

10. Стержень, закрепленный верхним концом, нагружен продольной силой P (рис. 9). Между нижним концом стержня и нижней жесткой опорой имеется зазор Δ. При силе $P \geqslant \frac{EF\Delta}{l}$ нижний зазор перекрыт. Реакция нижней опоры N определяется из условия

$$\frac{(P-N)\,l}{EF} - \frac{Nl}{EF} = \Delta;$$

следовательно, усилие в нижней части стержня будет:

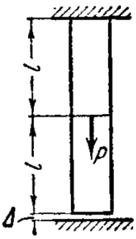

Рис. 9.

$$N = \frac{P}{2} - \frac{\Delta}{l}\frac{EF}{2}.$$

Верхняя часть растягивается силой

$$P - N = \frac{P}{2} + \frac{\Delta}{l}\frac{EF}{2}.$$

Перемещение точки приложения силы P будет:

$$\delta = \frac{Pl}{2EF} + \frac{\Delta}{2}.$$

Определим упругую энергию, накопленную стержнем. С одной стороны, эту энергию можно определить как сумму энергий, заключенных в верхнем и нижнем участках стержня, т. е.

$$U = \frac{(P-N)^2\,l}{2EF} + \frac{N^2 l}{2EF},$$

или

$$U = \frac{P^2 l}{4EF} + \frac{EF\Delta^2}{4l}. \tag{1}$$

С другой стороны, эта энергия равна работе, произведенной силой P на перемещении δ, т. е.

$$U=\frac{P\delta}{2}=\frac{P^2l}{4EF}+\frac{P\Delta}{4}. \qquad (2)$$

Выражения, как видим, получились различные. В чем дело? Какое из этих выражений правильно и какое нет?

11. Прямой однородный стержень (рис. 10, *а*) опирается на жесткое основание. Найдем перемещение центра тяжести стержня под действием собственного веса. Это можно сделать двумя способами.

Первый способ. Находим обычным приемом перемещение точки (центра тяжести), расположенной на расстоянии $\frac{l}{2}$ от основания (см. эпюру перемещений, рис. 10, *б*). Это перемещение, как легко проверить, будет равно

$$\Delta=\frac{3}{8}\frac{ql^2}{EF}, \qquad (1)$$

где q — вес стержня на единицу длины (погонный вес), EF — жесткость на сжатие.

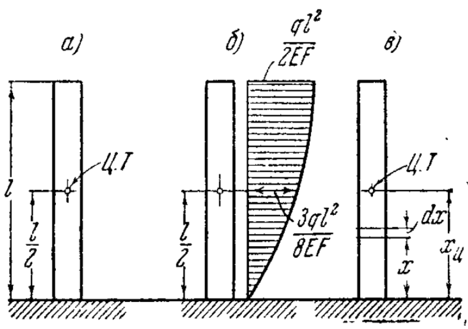

Рис. 10.

Второй способ. Находим расстояние от основания до центра тяжести деформированного стержня (рис. 10, *б*). Это расстояние будет следующим:

$$x_{ц.\,т}=\frac{\int\limits_0^l (x-u)\,dm}{m}. \qquad (2)$$

Здесь dm — масса элемента длины dx;

$$dm=\frac{q\,dx}{g}, \quad m=\frac{ql}{g},$$

u — текущее перемещение, определяемое по эпюре (рис. 10, *б*) формулой

$$u=\frac{qx}{EF}\left(l-\frac{x}{2}\right).$$

Подставляя u, m и dm в выражение (2) и интегрируя, находим:

$$x_{ц.т} = \frac{l}{2} - \frac{ql^2}{3EF}.$$

Искомое перемещение, следовательно, будет:

$$\Delta = \frac{l}{2} - x_{ц.т} = \frac{ql^2}{3EF}, \qquad (3)$$

что не сходится с полученным ранее выражением (1).

В чем причина расхождения?

12. Гибкая нить, лежащая на горизонтальной плоскости, натянута силой T_0 между двумя неподвижными опорами (рис. 11).

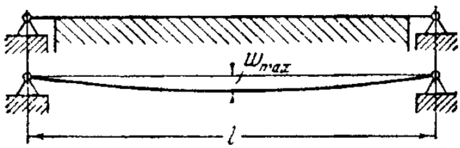

Рис. 11.

После того как межопорная поддерживающая плоскость будет убрана, нить провиснет.

Выясните, как зависит величина провисания w_{max} от силы начального натяжения T_0 и погонного веса нити q, считая жесткость нити на растяжение EF и ее длину l заданными.

13. На рис. 12 показана подвеска рабочего провода троллейбусной линии.

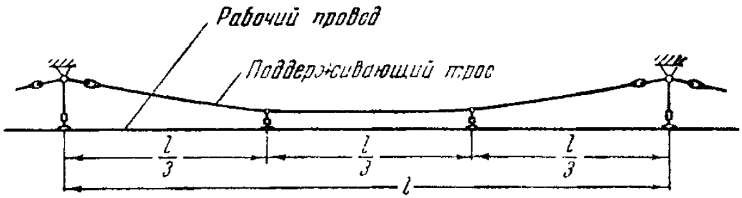

Рис. 12.

Определите натяжение и нарисуйте кривую провисания поддерживающего троса, если он до подвески нижнего провода имел стрелу свободного провисания w_{0max}.

Проведите числовой подсчет при следующих данных:

$$l = 50 \text{ м}; \quad w_{0max} = 0,5 \text{ м}.$$

Трос стальной. Площадь поперечного сечения $F=0{,}6$ *см²*. Приведенный модуль упругости троса*) $E=8\cdot10^5$ *кг/см²*. Погонный вес провода $q_п$ в полтора раза больше погонного веса троса q.

14. Как найти распределение усилий между заклепками *I*, *II*, *III*, *IV* продольного заклепочного шва, показанного на

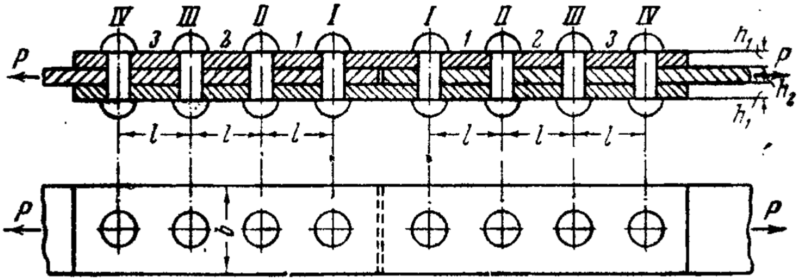

Рис. 13.

рис. 13, если известны результаты следующего предварительного опыта? Три листа с толщинами h_1, h_2 и h_1 и шириной b, соединенные одной заклепкой, испытаны на растяжение

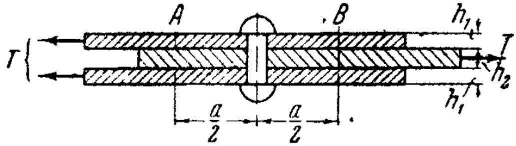

Рис. 14.

(рис. 14). Путем точных замеров установлено изменение расстояния между точками A (на верхнем листе) и B (на среднем листе) (рис. 14) в зависимости от силы T. Эта зависимость имеет следующий вид:

$$\Delta a=\frac{T}{k},$$

где k — постоянная величина. База замеров a была выбрана достаточно большой для того, чтобы напряжения в сечениях A и B можно было считать равномерно распределенными.

15. Обобщите решение предыдущей задачи на случай любого числа заклепок n.

---

*) См. вопрос 158.

16. Винт и гайка (рис. 15) растягиваются силами P. Выявить закон распределения нормальных усилий по длине винта и гайки (в функции x), если известно, что усилие, приходящееся на каждый виток резьбы, пропорционально взаимному

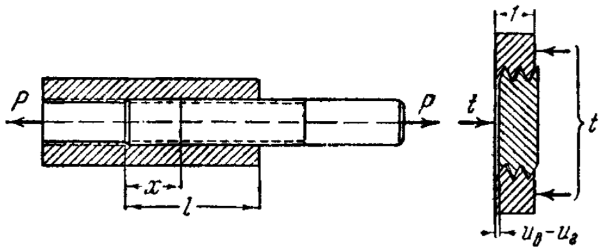

Рис. 15.

смещению винта и гайки $t = k(u_в - u_г)$; t — усилие, приходящееся на единицу длины нарезанной поверхности; k — экспериментально найденный коэффициент; $u_в - u_г$ — взаимное смещение вдоль оси винта и гайки, вызванное деформацией резьбы (см. рис. 15).

17. Винт с навернутой на него гайкой (рис. 16) растягивается силами P. При условии предыдущей задачи выявить закон распределения нормальных усилий и усилий на резьбу по длиие винта и гайки.

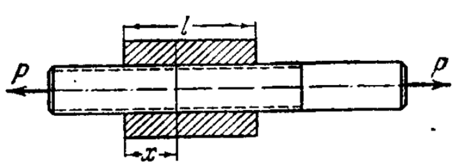

Рис. 16.

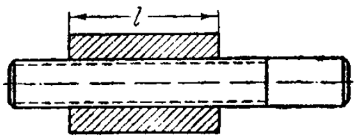

Рис. 17.

18. На винт (рис. 17) навинчивается гайка, имеющая шаг резьбы, иа Δ меньший шага резьбы винта s.

Каков закон распределения возникающих при этом усилий в винте и гайке и каковы усилия на резьбу, если, как и в предыдущих двух задачах,

$$t = k(u_в - u_г)?$$