

К.Г. Башэ

**Игры и задачи, основанные
на математике**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
К11

К11 **К.Г. Башэ**
Игры и задачи, основанные на математике / К.Г. Башэ – М.: Книга по Требо-
ванию, 2014. – 246 с.

ISBN 978-5-458-56953-8

ISBN 978-5-458-56953-8

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2014

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2014

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

не признать въ то же время, что для исполненія этихъ игръ въ совершенствѣ, нужна значительная доза сообразительности и нужно обладать болѣе чѣмъ посредственнымъ знаніемъ ариѳметики, чтобы хорошо понять доказательства и уметь пользоваться многими прекрасными открытіями, которыя я присовокупилъ.

Остается еще замѣтить читателю, что это второе изданіе гораздо лучше выполнено, чѣмъ первое: кромѣ того, что оно болѣе исправно въ типографскомъ отношеніи, оно дополнено многими задачами и полнымъ доказательствомъ той задачи, которая была пятой въ первомъ изданіи и помѣщена шестой въ настоящемъ. Для этого я заимствовалъ дюжину предположеній изъ моихъ «*Eléments arithmétiques*», чтобы вставить ихъ сюда, принимая во вниманіе невозможность скорого выпуска въ свѣтъ моей книги объ элементахъ, съ другой же стороны я не могъ допустить, чтобы предлагаемая книга оставалась такъ долго неоконченною.

На вопросъ о томъ, что необходимо для совершеннаго пониманія и выполненія этихъ

задачъ, я отвѣчу, что каждый человѣкъ съ головой можетъ понять и выполнить большую часть ихъ. Правда, нѣкоторыя изъ этихъ задачъ могутъ быть рѣшены въ совершенствѣ только знающими первыя правила ариѳметики. Что-же касается доказательствъ, то они предназначаются для людей болѣе свѣдущихъ, такъ какъ доказательства эти предполагаютъ знакомство съ седьмой, восьмой и девятой книгами Евклида, съ нѣсколькими положеніями во второй книгѣ, примѣненными къ числамъ, и съ нѣсколькими опредѣленіями и предположеніями, помѣщенными въ пятой книгѣ Евклида.

Въ заключеніе прошу тѣхъ, которые пожелаютъ ввести эти игры въ употребленіе и видѣть успѣхъ ихъ, исполнять ихъ такъ ловко, чтобы нельзя было легко открыть ихъ сущность, потому что человѣка особенно плѣняетъ дѣйствіе, причина котораго ему неизвѣстна. Поэтому-то слѣдуетъ при частомъ повтореніи одной и той же игры всегда сообщать ей нѣкоторое разнообразіе, исполняя ее въ различныхъ видахъ. Остается только прибавить

къ этимъ предварительнымъ замѣчаніямъ, что доказательства помѣщены у меня, и поэтому ихъ должно читать внимательно и толково.

ЗАДАЧА I.

Угадать кѣмъ-нибудь задуманное число.

Предложи задуманное число утроить и произведение раздѣлить на два, если дѣленіе можетъ быть произведено безъ остатка; если-же нѣтъ, то къ произведенію должно прибавить 1, и тогда уже дѣлить на два. Полученное число должно опять утроить. Спросивъ затѣмъ, сколько разъ въ этомъ послѣднемъ произведеніи заключается число 9, задуманное число найдется, если взять столько-же разъ множителемъ число 2. При этомъ однако необходимо замѣтить, что если для дѣленія на 2 была прибавлена 1, то ее нужно прибавить и къ числу, которое получится, замѣняя 9 всякій разъ черезъ 2.

Положимъ, задумано число 6; утроенное оно $= 18$; половина $18=9$; $9 \times 3=27$; гдѣ 9 содержится 3 раза; отсюда, взявъ столько же разъ множителемъ число 2, получимъ 6—задуманное число.

Если-бы было задумано число 5, то процедура была бы нѣсколько иная. 5×3 даетъ въ произведеніи число 15, которое не дѣлится на 2 безъ остатка, потому мы должны прибавить 1. Затѣмъ, половина $16=8$, $8 \times 3=24$;

гдѣ 9 содержится 2 раза; поэтому взявъ 2-же раза 2 и, прибавивъ 1, (какъ было указано выше), получимъ 5—задуманное число.

ОБЪЯСНЕНИЕ.

Если задумано четное число $2n$, то дѣйствія надъ нимъ будутъ слѣдующія:

$$2n \times 3 = 6n, \quad 6n : 2 = 3n, \quad 3n \times 3 = 9n, \quad 9n : 9 = n, \\ 2 \times n = 2n.$$

Если-же было задумано нечетное число $2n + 1$, то:

$$(2n+1) \times 3 = 6n+3, \quad 6n+3+1=6n+4, \quad (6n+4) : 2 = 3n+2, \\ (3n+2) \times 3 = 9n+6, \quad (9n+6) : 9 = n, \quad 2 \times n+1 = 2n+1.$$

ЗАДАЧА II.

Другой способъ рѣшенія предыдущей задачи.

Задуманное число должно утроить, произведение раздѣлить по-поламъ, или, если оно не дѣлится на-цѣло, то сперва прибавить единицу и тогда уже дѣлить на 2. Полученное число должно снова утроить и произведение раздѣлить по-поламъ (прибавляя 1, если число не дѣлится на-цѣло). Узнавъ, сколько разъ число 9 содержится въ этой послѣдней половинѣ, должно взять столько-же разъ множителемъ число 4. Необходимо замѣтить при этомъ, что, если для дѣленія въ первомъ случаѣ была прибавлена 1, то ее слѣдуетъ прибавить и къ найденному числу; если-же 1 была прибавлена при второмъ дѣленіи, то прибавляется 2. Наконецъ, если для дѣленія необходимо было прибавлять 1 въ обоихъ случаяхъ, то къ найденному числу прибавляется 3.

Положимъ, задумано число 7, утроенное его произведение равняется 21; прибавивъ 1 и раздѣливъ на 2, получимъ 11; $11 \times 3 = 33$; снова прибавимъ 1 и раздѣлимъ на 2; $34 : 2 = 17$. 9 въ 17 содержится 1 разъ, поэтому, если возьмемъ одинъ разъ число 4 и прибавимъ 3 (такъ какъ для дѣленія мы оба раза прибавляли по единицѣ), получимъ 7—задуманное число.

ОБЪЯСНЕНИЕ.

Всякое число представляется въ одной изъ слѣдующихъ формъ:

$$4n, 4n + 1, 4n + 2, 4n + 3.$$

Дѣйствія для каждой изъ этихъ величинъ слѣдующія:

Для $4n$:

$$4n \times 3 = 12n; \quad 12n : 2 = 6n; \quad 6n \times 3 = 18n, \\ 18n : 2 = 9n, \quad 9n : 9 = n; \quad 4 \times n = 4n.$$

Для $4n + 1$:

$$(4n + 1) \times 3 = 12n + 3, \quad 12n + 3 + 1 = 12n + 4, \\ (12n + 4) : 2 = 6n + 2, \quad (6n + 2) \times 3 = 18n + 6, \\ (18n + 6) : 2 = 9n + 3, \quad (9n + 3) : 9 = n, \\ 4 \times n + 1 = 4n + 1.$$

Для $4n + 2$:

$$(4n + 2) \times 3 = 12n + 6, \quad (12n + 6) : 2 = 6n + 3, \\ (6n + 3) \times 3 = 18n + 9, \quad 18n + 9 + 1 = 18n + 10, \\ (18n + 10) : 2 = 9n + 5, \quad (9n + 5) : 9 = n, \\ 4 \times n + 2 = 4n + 2.$$

Для $4n + 3$:

$$(4n + 3) \times 3 = 12n + 9, \quad 12n + 9 + 1 = 12n + 10, \\ (12n + 10) : 2 = 6n + 5, \quad (6n + 5) \times 3 = 18n + 15, \\ 18n + 15 + 1 = 18n + 16, \quad (18n + 16) : 2 = 9n + 8, \\ (9n + 8) : 9 = n, \quad 4 \times n + 3 = 4n + 3.$$

Такимъ образомъ, слѣдуя указанному правилу, всегда можно отыскать задуманное число.

Эту же задачу можно рѣшить такимъ способомъ.

Къ задуманному числу прибавить его половину, къ

полученной суммѣ прибавить еще ея половину; узнавъ сколько разъ 9 содержится въ этомъ числѣ, должно взять столько-же разъ число 4, какъ и въ предыдущемъ случаѣ. Если, однако, задуманное число не дѣлится на-цѣло на 2, то должно сперва прибавить 1 и затѣмъ уже, взявъ половину, прибавить ее къ задуманному числу. Такъ же должно поступить и при второмъ дѣленіи. Затѣмъ къ найденному числу прибавляется 1, если она прибавлялась для перваго дѣленія, 2—если 1 прибавлялась при второмъ дѣленіи и 3, если 1 прибавлялась въ обоихъ случаяхъ.

Напримѣръ, если было задумано число 10; прибавивъ половину его, получимъ число 15, къ которому должно прибавить 1, чтобы получить его половину 8, которую мы и прибавимъ къ 15, что дастъ въ суммѣ 23. 9 въ 23-хъ содержится 2 раза; $4 \times 2 = 8$; прибавляя 2, такъ какъ при второмъ дѣленіи была прибавлена единица, получимъ задуманное число 10.

Нѣкоторые рѣшаютъ эту-же задачу еще инымъ способомъ. Они предлагаютъ прибавить къ задуманному числу его половину, или (если число нечетное) его большую половину, (каждое нечетное число можетъ быть раздѣлено на 2 части, изъ которыхъ одна превышаетъ другую на единицу; эту часть мы и называемъ большей половиной нечетнаго числа); то же повторяется и въ другой разъ. Затѣмъ спрашиваютъ, сколько разъ въ полученномъ числѣ содержится 9 и столько-же разъ берутъ множителемъ число 4; далѣе спрашиваютъ, можно-ли вычесть число 8 изъ остатка отъ дѣленія послѣдней суммы на 9; къ полученному числу должно прибавить еще 3. Если изъ остатка нельзя вычесть 8, но можно вычесть 5, то прибавляется 2, и наконецъ, если нельзя вычесть 5, а только 3, то прибавляется къ найденному числу единица.

Легко видѣть, что оба послѣдніе способа основываются на первоначальномъ. Потому-что, какъ мы видимъ это въ послѣднемъ случаѣ, утроить число и взять половину произведенія все равно, что умножить данное число на $1\frac{1}{2}$, или, что тоже, просто прибавить его половину. Поэтому, если мы снова прибавимъ половину суммы, то это все равно, что снова помножить на $1\frac{1}{2}$... Не трудно видѣть изъ объясненія, которое мы представили по отношенію къ первому способу, что два послѣдующихъ построены на тѣхъ-же основаніяхъ и что, смотря по тому—представляется-ли данное число въ видѣ $4n+3$, или $4n+2$ или $4n+1$,—въ остаткѣ отъ дѣленія послѣдней суммы на 9 получаются числа 8, 5 или 3.

ЗАМѢЧАНІЕ.

Усвоившему себѣ основанія рѣшенія этихъ двухъ задачъ не трудно будетъ придумать новыя правила, или новыя способы угадывать задуманное число на подобіе предъидущихъ. Напримѣръ: предложить утроить задуманное число и взять половину произведенія, затѣмъ эту половину умножить на 5 и произведеніе снова раздѣлить по-поламъ. Задуманное число найдется, если, узнавъ сколько разъ въ этой послѣдней половинѣ содержится число 15, взять столько-же разъ множителемъ число 4; причемъ необходимо, какъ было указано выше, прибавить къ найденному числу 1, 2 или 3; смотря по-тому приходилось-ли прибавлять 1 для перваго дѣленія или для втораго, или-же наконецъ въ обоихъ случаяхъ.

Легко видѣть, что, если задуманное число на 1 болѣе какого нибудь вдвое четнаго числа, (которое дѣлится на 4), то, послѣ раздѣленія послѣдней половины на 15, въ остаткѣ будетъ 5; если-же задуманное число было