

Ф. Кэджори

История элементарной математики

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
Ф11

Ф11 **Ф. Кэджори**
История элементарной математики / Ф. Кэджори – М.: Книга по Требованию, 2021. – 378 с.

ISBN 978-5-458-28088-4

Флориан Кэджори Доктор Философии профессор физики в Колорадо Колледж. Настоящее издание представляет полный и по возможности дословный перевод книги Кэджори "A History of Elementary Mathematics with hints on methods of teaching". В иностранной литературе есть теперь много руководств по истории математики; некоторые из них посвящены специально истории элементарной математики. По доступности и ясности изложения, по обилию сведений и удачному их расположению, "История" Кэджори бесспорно занимает между ними первое место.

ISBN 978-5-458-28088-4

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2021

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

Предисловіе

„Воспитаніе ребенка какъ по характеру своему, такъ и по расположенію должно соотвѣтствовать воспитанію человѣчества въ его историческомъ развитіи; другими словами, генезисъ познанія у отдѣльнаго человѣка долженъ имѣть такой же ходъ, какъ и у всей расы. Конту, полагаемъ мы, обязано общество провозглашеніемъ этой доктрины — доктрины, которую мы можемъ принять и не соглашаясь съ его теоріей генезиса познанія ни въ той ея части, которая говоритъ о причинахъ его, ни въ той, которая относится къ его порядку“¹⁾. Если принципъ этотъ, котораго держались также Песталоцци и Фребель, вѣренъ, то знаніе исторіи науки, казалось бы, должно оказывать существенную помощь при преподаваніи этой науки. Но истинна ли или ложна эта доктрина, опытъ многихъ преподавателей безспорно устанавливаетъ важность исторіи математики въ преподаваніи²⁾. Надѣясь оказать нѣкоторую помощь моимъ коллегамъ-преподавателямъ, я написалъ эту книгу и между строками своего разсказа помѣстилъ кое-гдѣ замѣчанія и указанія, относящіяся къ методамъ преподаванія. Безъ сомнѣнія, вдумчивый читатель извлечетъ много полезныхъ уроковъ изъ изученія исторіи математики, кромѣ тѣхъ, на которые прямо указано въ текстѣ.

При составленіи этой исторіи я широко пользовался трудами Кантора, Ганкеля, Унгера, Де Моргана, Пикока,

¹⁾ *Herbert Spencer, Education: Intellectual, Moral, and Physical. New-York, 1894, p. 122. См. также R. H. Quick, Educational Reformers, 1879, p. 191.*

²⁾ *См. G. Heppel, „The use of History in Teaching Mathematics“, Nature, Vol. 48, 1893, pp. 16—18.*

Алльмана, Лоріа и другихъ выдающихся писателей въ области исторіи математики. Когда представлялась возможность, я справлялся и съ первоисточниками. Съ большимъ удовольствіемъ свидѣтельствую о помощи, оказанной мнѣ Воспитательнымъ Бюро Соединенныхъ Штатовъ (United States Bureau of Education), препроводившимъ мнѣ для просмотра много старыхъ руководствъ, которыя иначе были бы для меня недоступны. Слѣдуетъ также упомянуть о томъ, что очень много мѣстъ въ этой книгѣ заимствовано, съ незначительными лишь перемѣнами, изъ моеѣ *Исторіи Математики* (History of Mathematics, Macmillan & Co., 1895). Поэтому нѣкоторыя части настоящаго сочиненія не являются самостоятельными по отношенію къ старой моеѣ книгѣ.

Особое преимущество заключалось для меня въ томъ, что рукопись моя была прочитана двумя хорошо извѣстными учеными — д-ромъ Г. Б. Хальстедомъ (H. B. Halsted) изъ Техасскаго Университета и профессоромъ Ф. Х. Лоудомъ (F. H. Loud) изъ Колорадо Колледжа. Благодаря ихъ указаніямъ и поправкамъ исчезли многія неудачныя выраженія и нѣкоторыя неточности въ приводимыхъ свѣдѣніяхъ. Цѣнную помощь при корректурѣ оказали мнѣ профессоръ Лоудъ, Mr. P. E. Doudna, бывшій Fellow in Mathematics Висконсинскаго Университета и Mr. F. K. Bailey, студентъ Колорадо Колледжа. Я приношу имъ мою искреннюю благодарность.

Florian Cajori.

Colorado College, Colorado Springs

Іюль, 1896.

СОДЕРЖАНІЕ

	СТР.
ДРЕВНИЙ ПЕРІОДЪ	1
<i>Системы счисленія и числовые знаки</i>	1
<i>Ариѳметика и Алгебра</i>	20
Египетъ	20
Греція	27
Римъ	40
<i>Геометрія и Тригонометрія</i>	45
Египетъ и Вавилонія	45
Греція	49
Римъ	94
СРЕДНІЕ ВѢКА	98
<i>Ариѳметика и Алгебра</i>	98
Индусы	98
Арабы	109
Европа въ средніе вѣка	117
Введеніе римской ариѳметики	117
Переводъ арабскихъ рукописей	124
Первое пробужденіе	125
<i>Геометрія и тригонометрія</i>	130
Индусы	130
Арабы	134
Европа въ средніе вѣка	139
Введеніе Римской геометріи	139
Переводъ арабскихъ рукописей	140
Первое Возрожденіе	142
НОВОЕ ВРЕМЯ	147
<i>Ариѳметика</i>	147
Развитіе ея какъ науки и искусства	147
Англійскіе вѣса и мѣры	177
Возникновеніе школы коммерческой ариѳметики въ Англіи	191
Причины, задерживавшія развитіе теоретической ариѳметики въ Англіи	218
Реформы въ преподаваніи ариѳметики	226
Ариѳметика въ Соединенныхъ Штатахъ	230
„Вопросы для забавы и развлеченія“	235

<i>Алгебра</i>	240
Эпоха Возрожденія	240
Послѣднія три столѣтія	251
<i>Геометрія и тригонометрія</i>	264
Изданія Евклида. Раннія изслѣдованія	264
Начала современной синтетической геометріи	271
Современная элементарная геометрія	276
Современная синтетическая геометрія	277
Современная геометрія треугольника и круга	279
Не-Евклидова геометрія	286
Руководства по элементарной геометріи	297

ПРИБАВЛЕНІЯ РЕДАКТОРА	313
1. О происхожденіи шестидесятичной системы нумераціи.	313
2. Сокращенныя обозначенія въ алгебрѣ Діофанта	316
3. О дробяхъ и ихъ опредѣленіи	317
4. О порисмахъ Евклида	320
5. Объ Архимедѣ и его сочиненіяхъ	322
6. О Гипатіи	323
7. Объ общихъ принципахъ и методахъ древнихъ геометровъ	324
8. Сумма членовъ геометрической прогрессіи со знаменателемъ 7.	325
9. „Algorismus proportionum“ Николая Орема	328
10. О древне-индуской геометріи	331
11. Доказательства Пифагоровой теоремы у Бхаскары	333
12. Объ опредѣленіи „логариѳма“ у Непера	334
13. Теорія мнимыхъ величинъ у Бомбелли	337
14. Алгебраическія обозначенія у математиковъ XVI и XVII столѣтій	339
15. Знакъ равенства у Рекорда	344
16. Къ исторіи сокращенныхъ обозначеній въ тригонометріи	344
17. О теоріи пропорцій	347
УКАЗАТЕЛЬ	351



FLORIAN CAJORI

== ИСТОРИЯ ==
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ

ИСТОРИЯ МАТЕМАТИКИ

ДРЕВНИЙ ПЕРИОДЪ

Системы счисления и числовые знаки.

Почти во всѣхъ системахъ счисления какъ древнихъ, такъ и новыхъ основаніемъ служить одно изъ чиселъ 5, 10 или 20. Нетрудно видѣть причину этого. Когда ребенокъ учится считать, онъ пользуется для этого пальцами на своихъ рукахъ, иногда, быть можетъ, и пальцами ногъ. Точно такъ же дикари въ доисторическія времена безъ всякаго сомнѣнія считали по пальцамъ рукъ и въ нѣкоторыхъ случаяхъ по пальцамъ ногъ. Таковъ дѣйствительно и въ наше время обычай у африканцевъ, эскимосовъ и островитянъ Тихаго Океана ¹⁾. Необходимость прибѣгать для счета къ пальцамъ рукъ часто приводила къ выработкѣ болѣе или менѣе развитой пантомимической системы счисления, въ которой пальцами пользовались такъ же, какъ въ азбукѣ для глухонѣмыхъ ¹⁾. Доказательства господства такой символики пальцевъ можно найти у древнихъ египтянъ, вавилонянъ, грековъ и римлянъ, а также и въ средневѣковой Европѣ; даже и теперь почти всѣ восточные народы пользуются символизмомъ пальцевъ. Китайцы выражаютъ помощью пальцевъ лѣвой руки „всѣ числа меньшія, чѣмъ 100 000; ногтемъ большого пальца прикасаются они къ каждому суставу лѣваго мизинца, проходя сначала по наружной сторонѣ его снизу вверхъ, затѣмъ посрединѣ сверху внизъ и потомъ по другой сторонѣ мизинца снизу вверхъ, выражая такимъ образомъ девять послѣдовательныхъ простыхъ единицъ; де-

¹⁾ L. L. Conant „Primitive Number - Systems,“ (*Smithsonian Report*, 1892, p. 584).

сятки обозначаются такимъ же образомъ на второмъ безыменномъ пальцѣ, сотни на третьемъ, тысячи на четвертомъ и десятки тысячъ на большомъ пальцѣ. Стоило бы только перейти съ лѣвой руки на правую, чтобъ распространить эту систему нумераціи на большія числа“ ¹⁾. Этотъ символизмъ пальцевъ настолько распространенъ, что, говоря, купцы сообщаютъ другъ другу условія купли и продажи, беря другъ друга за руку и скрывая при этомъ плащами свои дѣйствія отъ постороннихъ зрителей.

Еслибы число пальцевъ на рукахъ и ногахъ у человѣка было другое, инія были бы, конечно, и господствующія во всемъ мірѣ системы счисленія; ростки на рукахъ у каждого человѣка еще по одному пальцу, цивилизованные народы приняли бы за основаніе счета не десятокъ, а дюжину.

Потребовалось бы тогда ввести два новыхъ символа для обозначенія чиселъ 10 и 11. Можно пожалѣть, разумѣется только въ интересахъ ариѳметики, что на рукѣ у человѣка нѣтъ шестого пальца. Конечно, пришлось бы пользоваться еще двумя лишними числовыми знаками и пришлось бы выучить таблицу умноженія до 12 12, но зато система счета дюжинами рѣшительно превосходитъ десятичную: у числа 12 есть четыре дѣлителя 2, 3, 4, 6, между тѣмъ какъ у десяти ихъ только два, 2 и 5. Въ обыденныхъ дѣловыхъ сношеніяхъ часто употребляются дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, и поэтому очень удобно въ основаніи системы счисленія имѣть число кратное 2, 3 и 4. Однимъ изъ ревностныхъ защитниковъ двѣнадцатиричной нумераціи былъ шведскій король Карлъ XII, который передъ самой своей смертью собирался замѣнить въ своихъ владѣніяхъ десятичную систему двѣнадцатиричной ²⁾. Но едва ли произойдетъ когда-нибудь такая замѣна. Десятичная система укоренилась уже такъ крѣпко, что даже и въ то время, когда буря французской

¹⁾ *George Peacock*, въ статьѣ „Arithmetic“ въ *Encyclopaedia Metropolitana* (The Encyclopaedia of Pure Mathematics), p. 394. Намъ придется и впослѣдствіи приводить цитаты изъ этой замѣчательной статьи; мы будемъ обозначать ее просто именемъ автора *Peacock*.

²⁾ *Conant* цит., соч. p. 589.

революціи смела съ лица земли другія древнія установленія, десятичная система не только осталась непоколебимой, но положеніе ея еще болѣе, чѣмъ когда-либо, упрочилось. Преимущества числа двѣнадцать, какъ основанія счета, были признаны лишь тогда, когда ариметика развилась настолько, что стала невозможной какая либо перемѣна въ системѣ нумераціи. „Это одинъ изъ нерѣдкихъ примѣровъ того, какъ высшая цивилизація хранитъ очевидные слѣды грубости своего происхожденія отъ древней дикой жизни“ ¹⁾.

Изъ числа обозначеній, основанныхъ на устройствѣ челоѣческаго тѣла, пятиричная и двадцатиричная системы наиболѣе часто встрѣчаются у низшихъ расъ, тогда какъ стоящіе выше народы обыкновенно избѣгали первой изъ этихъ системъ какъ слишкомъ скудной, второй, какъ слишкомъ громоздкой, предпочитая занимающую среднее между ними положеніе десятичную систему ²⁾. Не всѣ народы держались всегда послѣдовательно одной и той же системы. Такъ, въ пятиричной системѣ послѣдовательными высшими единицами должны были бы быть числа 5, 25, 125, 625, и т. д., однако такого рода послѣдовательно развитая пятиричная система въ дѣйствительности никогда не употреблялась: для выраженія большихъ чиселъ всегда переходили къ десятичной или двадцатиричной системѣ. „Родиной пятиричной или скорѣе пятирично-двадцатиричной системы является, по преимуществу, Америка. Употребленіе этой системы распространено между всѣми эскимосскими племенами въ арктическихъ странахъ. Она господствовала среди значительной части индійскихъ племенъ Сѣверной Америки и пользовалась почти всеобщимъ распространеніемъ среди туземныхъ расъ Центральной и Южной Америки“ ³⁾. Этой системой пользова-

¹⁾ *E. B. Tylor, Primitive culture, New York, 1889, vol. I, p. 272.* Въ нѣкоторыхъ отношеніяхъ система счисленія, основанная на степени числа 2—напримѣръ, съ основаніемъ 8 или 16—превосходитъ двѣнадцатиричную систему. Однако основанія эти имѣютъ тотъ недостатокъ, что не дѣлятся на 3. См. *W. W. Johnson. „Octonary Numeration.“ Bull. N. Y. Math. Soc., 1891, vol. I, pp. 1—6.*

²⁾ *Tylor* цит. соч. vol. I, p. 262.

³⁾ *Conant* цит. соч. p. 592 Дальнѣйшія свѣдѣнія можно найти также въ сочиненіяхъ: *Pott, Die quinäre und vigesimale Zählmethode*

лись также многія племена въ Сѣверной Сибири и въ Африкѣ. Слѣды ея можно найти и въ языкахъ народовъ, которые употребляютъ нынѣ десятичную систему, напримѣръ, въ гомеровскомъ діалектѣ греческаго языка. Римскія числовыя обозначенія обнаруживаютъ слѣды той же системы; именно, I, II, ... V, VI, ... X, XI, ... XV и т. д.

Слѣдуетъ обратить вниманіе на то любопытное обстоятельство, что пятиричная система такъ часто поглощается двадцатиричной; дикари переходили, повидимому, отъ числа пальцевъ на одной рукѣ, какъ высшей единицы или мѣста остановки при счетѣ, къ общему числу пальцевъ на рукахъ и ногахъ, какъ высшей единицы или остановочному пункту. Двадцатиричная система менѣе распространена, чѣмъ пятиричная, но, какъ и эта послѣдняя, никогда не встрѣчается въ чистомъ видѣ. Въ этой системѣ единицами четырехъ первыхъ послѣдовательныхъ разрядовъ являются 20, 400, 8000, 160000; особыя названія для этихъ чиселъ дѣйствительно встрѣчаются у племени Майя въ Юкатанѣ. Переходъ отъ пятиричной къ двадцатиричной системѣ виденъ въ нумераціи Ацтековъ, которую можно представить такъ: 1, 2, 3, 4, 5, 5+1, ..., 10, 10+1, ..., 10+5, 10+5+1, ..., 20, 20+1, ..., 20+10, 20+10+1, ..., 40, и т. д.¹⁾ Особыя слова существуютъ при этомъ для выраженія чиселъ 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20, 40 и т. д. Двадцатиричная система процвѣтала въ Америкѣ, но рѣдко встрѣчалась въ Старомъ Свѣтѣ. Остатки ея, наслѣдіе Кельтовъ, встрѣчаются во французскихъ словахъ *quatre-vingts* (4×20 или 80), *six-vingts* (6×20 или 120), *quinze-vingts* (15×20 или 300). Слѣдуетъ замѣтить также англійское слово *score* въ такихъ выраженіяхъ какъ *three-score years and ten* (семьдесятъ лѣтъ, 70=20×3+10).

Изъ трехъ системъ, основанныхъ на устройствѣ человеческого тѣла, преобладаетъ десятичная система, преобладаетъ, дѣйствительно, настолько, что по древнему преданію ею пользовались народы всего міра. Только въ послѣдніе

bei Völkern aller Welttheile, Halle, 1847; Pott, Die Sprachverschiedenheit in Europa an den Zahlwörtern nachgewiesen sowie die quinäre und vigesimale Zählmethode, Halle 1868.

¹⁾ Tylor, цит. соч., vol. I, p. 262.