

Д. Розенберг

Физика и техника мощного ультразвука

Том 1. Источники мощного ультразвука

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 53
ББК 22.3
Д11

Д11 **Д. Розенберг**
Физика и техника мощного ультразвука: Том 1. Источники мощного ультразвука / Д. Розенберг – М.: Книга по Требованию, 2024. – 380 с.

ISBN 978-5-458-41380-0

В первой книге «Источники мощного ультразвука» изложены теория, расчет и результаты исследования ультразвуковых воздушных свистков, фокусирующих излучателей, ферритовых преобразователей, крутильных колебательных систем, вопросы передачи звуковой энергии в обрабатываемую среду, а также измерения интенсивных ультразвуковых колебаний.

ISBN 978-5-458-41380-0

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2024
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

приводится описание излучателя ГСИ-4 (разработанного Акустическим институтом совместно с Научно-исследовательским технологическим институтом). Этот излучатель прост по конструкции и в эксплуатации, обладает хорошим к.п.д.; для него характерно, кроме того, отсутствие разбавления озвучиваемой среды газом, возбуждающим излучатель.

В части II описываются магнитострикционные ферритовые (керамические) излучатели. Эти излучатели имеют ряд преимуществ по сравнению с обычно применяемыми металлическими магнитострикционными. Они дешевле, проще в изготовлении, обладают существенно большим к. п. д. и хорошей добротностью. Химическая устойчивость делает их незаменимыми при применении ультразвука для активизации электрохимических процессов, а также для работы в химически активных средах. Возможность введения постоянных магнитов, выполненных из специальных ферритов, снимает вопрос о необходимости постоянного подмагничивания. Наряду с исследованием свойств ферритов, в частности при колебаниях больших амплитуд, приводятся технология их изготовления, результаты испытаний, а также дается описание конкретных технологических установок, разработанных Акустическим институтом совместно с отраслевыми институтами.

Часть III посвящена фокусирующим ультразвуковым излучателям. Как известно, этот тип излучателей позволяет получать очень высокие интенсивности на некотором удалении от излучающей поверхности, предотвращая тем самым потери энергии на поглощение и на образование кавитации у поверхности излучателя. Наряду с теорией фокусирования сферических и цилиндрических ультразвуковых волн даются методы расчета фокусирующих излучателей и приводятся описания сверхмощных фокусирующих концентраторов, разработанных в Акустическом институте.

В части IV рассматривается очень важный, но, к сожалению, недостаточно разработанный вопрос о методах введения интенсивных ультразвуковых колебаний в обрабатываемую среду. Особое внимание здесь уделено тем случаям, когда обрабатываемая среда обладает некоторыми специальными свойствами: высокой температурой (расплавы металлов), химической активностью и т. д. В конце описаны методы, позволяющие вводить ультразвуковые колебания в такие среды, и приводятся краткие описания установок, разработанных Центральным научно-исследовательским институтом черной металлургии совместно с другими отраслевыми институтами.

Часть V, в какой-то степени примыкающая к части IV, содержит теорию и расчет волноводов изгибных колебаний, предложенных автором для решения некоторых задач, связанных с канализацией ультразвуковых колебаний высокой интенсивности. Несмотря на то, что в части V изложен главным образом теоретический аспект вопроса и предложенные схемы и конструкции нельзя считать полностью апробированными в экспериментальных и практических условиях, мы все же сочли возможным включить этот материал, интересный не только новизной, но и перспективностью для решения специальных вопросов канализации мощных ультразвуковых колебаний.

В части VI описаны колебательные системы, предназначенные для получения и усиления крутильных колебаний, которые начинают получать применение в ряде технологических процессов (часто они выгоднее, чем продольные или сдвиговые). В данной части изложены результаты нескольких разработок генераторов крутильных колебаний, концентраторов крутильных колебаний, а также исследований в области изоляторов крутильных колебаний (системы крепления и подвески), проведенных в Акустическом институте. Мы сочли также возможным заключить первую книгу частью, в которой описываются методы измерения звуковых полей, в частности полей средней и высокой интенсивности, методы измерения характеристик звукового поля, а также соответствующих приборов, большинство которых разработаны и применялись в Акустическом институте.

Каждая часть каждой книги написана автором (или группой авторов), в большинстве работающих (или работавших) в Акустическом институте. Такой коллективный способ написания позволил привлечь для написания монографии наиболее квалифицированных специалистов и в какой-то мере ускорить подготовку и выпуск монографии. Нам представляется, что эти преимущества несколько сглаживают неизбежные недостатки, связанные с наличием нескольких авторов, — разностильность отдельных частей, некоторые повторения и т. д. Большую помощь при устранении этих недостатков редактору оказали В. С. Григорьев и Ю. И. Китайгородский, которые прочли рукопись первой книги и сделали ряд полезных замечаний. Следует также отметить значительную работу, которую выполнил А. М. Мицкевич при подготовке рукописи к печати.

Л. Д. Розенберг

ЧАСТЬ I

**ГАЗОСТРУЙНЫЕ
ИЗЛУЧАТЕЛИ ЗВУКА
ГАРТМАНОВСКОГО ТИПА**

Ю. Я. Борисов

Часть I

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	9
Глава 1. Газоструйный излучатель Гартмана	11
§ 1. Истечение газа из сопла	11
§ 2. Длина волны пространственной осцилляции струи	14
§ 3. Релаксационная гипотеза механизма генерации	15
§ 4. Колебания скачка уплотнения	18
§ 5. Конструкция генератора Гартмана. Типы сопел	20
Глава 2. Методы исследования акустических параметров газоструйных излучателей	25
Глава 3. Влияние различных параметров излучателя на его работу	31
§ 1. Зависимость излучения от расстояния сопло — резонатор	31
§ 2. Выбор глубины резонатора	34
§ 3. Частота излучения	36
§ 4. Выбор коэффициента K	39
§ 5. Форма наружной кромки резонатора	41
§ 6. Влияние отражающих поверхностей	44
§ 7. Методика расчета генератора Гартмана	47
Глава 4. Разновидности генератора Гартмана	48
§ 1. Конструктивные особенности различных излучателей	48
§ 2. Многосвистковые излучатели	52
§ 3. Повышение энергии струи за счет увеличения выходного сечения сопла	56
§ 4. Свисток с косым скачком уплотнения	57
§ 5. Мощность и коэффициент полезного действия	63
Глава 5. Стержневые излучатели	66
§ 1. Излучатель Гартмана со стабилизаторами	66
§ 2. Исследования пространственной осцилляции струи	68
§ 3. Аппаратура для изучения характеристик стержневых излучателей	75
§ 4. Влияние параметров излучателя на частоту генерации	78
§ 5. Исследование работы стержневых излучателей	89
§ 6. Излучатель ГСИ-4	94
§ 7. Конструкции стержневых излучателей	97
Глава 6. Методы удаления отработанного воздуха	101
Заключение	107
Литература	108

ВВЕДЕНИЕ

В последние два десятилетия в работах различных исследователей было показано, что целый ряд технологических процессов возможно ускорить с помощью интенсивных упругих колебаний. Сюда относятся и некоторые процессы, происходящие в газообразной среде. Так, используя акустические колебания при интенсивностях, превышающих $0,01 \text{ вт/см}^2$, можно обеспечить тонкую очистку запыленных газов [1—3], существенно ускорить разрушение пены, образующейся при некоторых технологических процессах [4,5], и сушку термочувствительных и трудносохнущих материалов, когда по тем или иным причинам невозможно применять высокие температуры [6—8]. Упругие колебания соответствующих частот позволяют воздействовать на процессы горения [4, 9, 10], изменяя величину факела и способствуя более полному сгоранию жидкого топлива при тонком распылении его в акустических форсунках.

К сожалению, применение акустической энергии в промышленных условиях еще недостаточно распространено из-за отсутствия простых, надежных и достаточно эффективных акустических излучателей. Если для жидких сред дело обстоит сравнительно благополучно, так как существуют магнитострикционные преобразователи с достаточно высоким к. п. д., то для газовых сред долгое время не удавалось создать излучателя с к. п. д., превышающим 10—15%. Лишь в последние годы в литературе появились сообщения о разработке более экономичных излучателей.

Следует отметить, что малое удельное акустическое сопротивление газов ограничивает применение магнитострикционных или пьезоэлектрических преобразователей для излучения в газообразную среду. Хотя при работе магнитострикционного излучателя в воздухе можно получить относительно большие амплитуды колебаний поверхности (порядка нескольких микрон), однако такой вибратор не может отдать сколько-нибудь значительную акустическую мощность.

Малое акустическое сопротивление среды требует настолько больших амплитуд, что они не могут быть обеспечены твердыми продольно колеблющимися излучателями. Так, для создания в воздухе интенсивности звука 1 вт/см^2 (160 дб) на частоте 8 кгц необходима амплитуда колебаний 0,1 мм. Для никелевого излучателя максимальное относительное удлинение составляет $4 \cdot 10^{-5}$, т. е. при работе такого полуволнового вибратора можно получить амплитуду колебаний всего лишь $6 \cdot 10^{-3}$ мм. Поэтому интенсивность излучения оказывается в 250 раз меньше (136 дб).

В последние годы были предприняты попытки увеличить амплитуды колебаний излучателя, для чего использовались специальные типы колебаний вибратора (например, изгибные). Хотя к. п. д. таких систем существенно выше, чем у обычных излучателей, работающих на продольных колебаниях, но все же и здесь нельзя рассчитывать на возможность получения высоких мощностей и к. п. д., необходимых для применения таких излучателей в технологическом оборудовании. Указанные преобразователи, по-видимому, могут эффективно использоваться лишь в ап-

паратуре ультразвукового контроля, где нет необходимости применять ультразвуковые колебания высокой интенсивности.

Наиболее простыми и экономичными излучателями, предназначенными для работы в газовой среде, являются разного рода аэродинамические системы, в которых источником акустической энергии является газовая струя. Хотя в подобных преобразователях получение больших амплитуд существенно облегчено и при надлежащей конструкции можно получить очень большие акустические мощности, однако достичь высоких значений к. п. д. весьма трудно.

Аэродинамические излучатели можно разделить на два класса, отличающихся по принципу генерации звука: динамические сирены, основанные на механическом прерывании потока газа с помощью движущихся (обычно вращающихся) поверхностей, и разного рода свистки, в которых используются те или иные типы неустойчивости струи.

Динамические сирены обладают сравнительно высоким к. п. д., позволяют получать большие акустические мощности и обеспечивают возможность плавной регулировки частоты (начиная с самых низких — порядка единиц *гц* [11] — и кончая весьма высокими, почти до *Мец* [12]). Динамические сирены отличаются тем недостатком, что в них имеются вращающиеся части, а отсюда — сложность их изготовления и эксплуатации, особенно в условиях активных сред и высоких температур.

Свистки, как правило, чрезвычайно просты по конструкции, они во время работы не требуют обслуживания и поэтому обладают несомненными преимуществами по сравнению с сиренами. Однако широкому их внедрению препятствует низкий к. п. д., не превышающий в большинстве случаев 10%.

В последние годы появился ряд новых разработок более экономичных конструкций газоструйных генераторов, и в этом направлении получены вполне обнадеживающие результаты.

Среди свистков низкого давления имеются достаточно экономичные (к. п. д. достигает 28%), хотя и маломощные излучатели с тангенциальным вводом струи в резонирующую камеру, исследованные Гавро [13]. Используя батарею таких свистков и обеспечив их синхронизацию с помощью выравнивающих трубок [14], удалось существенно повысить мощность излучения, однако сложность изготовления, вероятно, будет мешать их широкому распространению.

Несколько отличная конструкция подобного излучателя была предложена Яном [15]. В качестве резонатора он использовал кольцеобразную цилиндрическую полость, воздух в которую вводился через плоское сопло, наклоненное под углом 30°.

Тороидальный свисток Левассера [16] при работе на низком давлении 0,4 *ати* имеет сравнительно неплохой к. п. д. (10,8%), но сложен в изготовлении, так как требует строго выдерживать угол ввода струи в тороидальный резонатор. Вихревые свистки [17] очень просты по конструкции, но пока не позволяют получить достаточно высокие интенсивности звука, поэтому они еще не могут конкурировать с другими типами свистков.

Наиболее перспективны, по нашему мнению, для промышленного использования струйные излучатели типа генератора Гартмана (малые габариты, простота конструкции, возможность получения значительных мощностей). В настоящей работе сделана попытка обобщить и критически рассмотреть имеющийся материал по разработке и исследованиям различных модификаций такого излучателя.

ГАЗОСТРУЙНЫЙ ИЗЛУЧАТЕЛЬ ГАРТМАНА

§ 1. Истечение газа из сопла

Генерация звуковых колебаний в излучателях гартмановского типа тесно связана с эффектами, возникающими в сверхзвуковых струях. Поэтому для лучшего понимания процессов, происходящих в газоструйных излучателях, мы кратко остановимся на особенностях струи, скорость которой превышает скорость звука.

Если в струе, движущейся со скоростью, меньшей скорости звука (дозвуковое течение), возникшие возмущения могут распространяться в любом направлении (их скорость равна скорости звука), то в сверхзвуковом потоке возмущения могут двигаться либо по потоку, либо в некоторых направлениях, определяемых конусом возмущений (конусом Маха). Синус половинного угла при вершине этого конуса определяется отношением скорости звука к скорости потока. Распространение возмущений под углами, превышающими угол Маха, невозможно, так как возмущения сносятся потоком. Поэтому движение газа при дозвуковых и сверхзвуковых скоростях существенно различно.

Следует отметить, что если в акустике скорость звука c в определенной среде считается постоянной в пространстве и зависит лишь от абсолютной температуры, то в сверхзвуковом потоке — это величина не постоянная и меняется от точки к точке, в зависимости от местных значений давления и плотности газа. Таким образом, можно говорить о местной скорости звука, подразумевая под этим, как и в акустике, величину $c = \sqrt{(dp/d\rho)_s}$, где p — давление, а ρ — плотность газа. Индекс s указывает на изоэнтропичность процесса. В гидродинамике скорость газа принято характеризовать отношением абсолютной скорости потока в данной точке к местной скорости звука. Это отношение носит название *числа Маха* и обозначается буквой M . Таким образом, при $M < 1$ поток оказывается дозвуковым, а при $M > 1$ — сверхзвуковым.

Из сказанного следует, что сверхзвуковой поток обладает интересным свойством. Поскольку возмущения не могут двигаться против потока газа, то при введении в струю препятствия течение вверх по потоку не меняется (струя «не знает» о том, что появилось препятствие); изменение течения имеет место только вниз по потоку. Сверхзвуковой поток имеет еще одно очень важное отличие от дозвукового — в нем создаются условия для появления разрывов или скачков, т. е. поверхностей, проходя через которые скорость, давление, температура и плотность скачкообразно меняются. Конечно, поток вещества (и импульса) через скачок остается неизменным, и наличие скачка не означает, что в действительности наблюдаются поверхности, где возможны два значения одной и той же термодинамической величины. Однако расстояние, на котором происходит это изменение, столь мало (порядка длины свободного пробега молекул), а градиент изменения указанных величин столь велик, что можно говорить о существовании скачка.

Прежде чем приступить к описанию механизма генерации звука в газоструйных излучателях Гартмана, кратко рассмотрим процесс истечения газа (в частном случае — воздуха) из сосуда через суживающееся сопло.

Пусть давление покоящегося газа в сосуде P_0 больше давления окружающего воздуха P_a . При малых перепадах давления скорость истечения растет с увеличением P_0 ; при этом давление на срезе сопла P_c равно атмосферному. При дальнейшем повышении давления в сосуде достигается

некоторое критическое значение $P_0 = P_{кр}$ (для воздуха $P_{кр} = 1,88 P_a$), при котором скорость истечения становится равной местной скорости звука c . Из гидродинамики известно [18], что для суживающихся и цилиндрических сопел скорость газа на срезе не может превысить скорость звука, так как для достижения сверхзвукового истечения необходимо, чтобы за сечением, где число Маха $M = 1$, происходило расширение потока.

В рассматриваемых соплах значение $M = 1$ достигается в самом узком сечении, т. е. на выходе из сопла, поэтому дальнейшее повышение рабочего давления уже не сможет привести к увеличению относительной скорости истечения на срезе. Таким образом, при $\varepsilon = (P_a/P_0) < \varepsilon_{кр}$

($\varepsilon_{кр} = 0,528$ для воздуха) наблюдается явление так называемого «запирания» выходного сечения, когда истечение происходит со скоростью, равной скорости звука. Получить сверхзвуковые скорости ($M > 1$) уже на срезе сопла возможно лишь в специально профилированных соплах с расширяющейся выходной частью, носящих название *сопел Лавалья*.

Из сказанного, однако, не следует, что после достижения критического отношения $\varepsilon_{кр}$ характер истечения газа остается постоянным. При дальнейшем увеличении P_0 давление на срезе сопла P_c становится больше атмосферного, вследствие чего выходящий поток начинает расширяться, причем угол θ отклонения струи (рис. 1, а) растет с уменьшением ε (для $\varepsilon_{кр} = 0,528$ имеем $\theta = 0$). В связи с отклонением границы потока от оси сопла на его срезе возникают возмущения; поскольку эти возмущения распространяются со скоростью звука и не могут проникнуть в сопло, навстречу потоку,

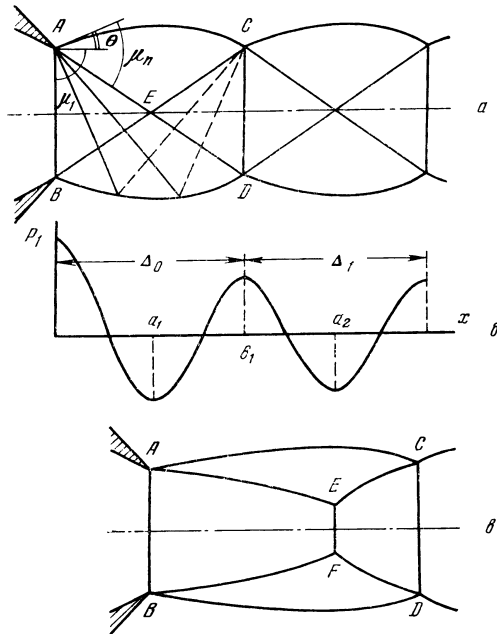


Рис. 1. Сверхзвуковое истечение струи а — структура струи при небольших перепадах давления; б — распределение статического давления вдоль струи; в — структура струи при возникновении плоского скачка

движущемуся с той же скоростью, то они сносятся вниз по потоку, способствуя образованию ячеистой структуры струи.

При увеличении давления на срезе сопла скорость продолжает оставаться звуковой ($M = 1$), тогда как вне сопла величина скорости возрастает, причем тем больше, чем меньше так называемый *параметр нерасчетности* n , представляющий собой отношение давлений в окружающем пространстве и на срезе сопла $n = P_a/P_c$. Кроме того, скорость изменяется с расстоянием от сопла, возрастая с увеличением диаметра струи; таким образом, вне сопла поток движется со скоростью, превышающей скорость звука ($M > 1$). Физически это объясняется следующим образом. За критическим сечением (в нашем случае — за срезом сопла) при расширении струи плотность газа ρ уменьшается быстрее, чем растет ее сечение S . Из закона сохранения массы следует, что в любом сечении струи масса газа, проходящего в единицу времени, должна быть одинаковой. Это означает, что при уменьшении в каком-либо сечении произведения ρS это уменьшение должно быть скомпенсировано увеличением скорости u (математически это выражается уравнением неразрывности $\rho u S = \text{const}$).

Таким образом, скорость газа вне сопла становится сверхзвуковой, причем максимальное значение скорости оказывается в сечении, где ши-

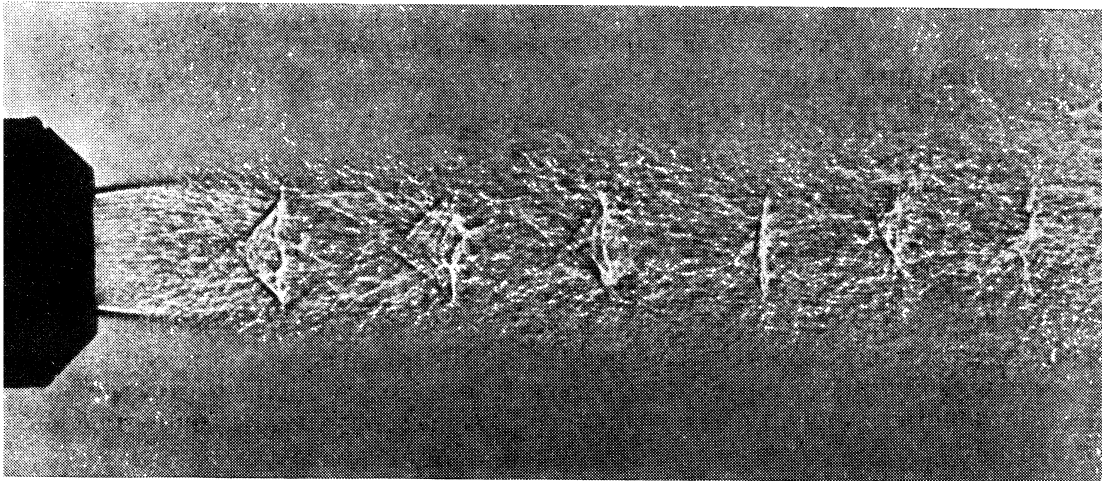


Рис. 2. Теневая фотография струи
Диаметр сопла 15 мм, $P_0=3 \text{ атм}$

рина струи максимальна, а плотность соответственно имеет минимальное значение.

Возмущения, возникшие на срезе сопла, сносятся потоком, образуя конус Маха, проходя через который линии тока искривляются. При равномерном распределении скоростей по сечению струи серия волн возмущения имеет вид прямых линий (рис. 1, а), пересекающихся на оси. При неравномерном распределении скоростей по сечению, а также в результате взаимодействия между собой, волны возмущения образуют конус более сложной формы, так что его образующая уже не представляет прямой линии.

Поскольку $P_c > P_a$, то волны возмущения являются волнами разрежения, поэтому, пересекая их, линии тока отклоняются от оси струи, причем давление в струе постепенно понижается и на границе струи становится равным атмосферному. Падающие на поверхность струи волны разрежения отражаются в виде волн сжатия (на рис. 1, а они изображены штриховыми линиями), пересекая которые линии тока снова отклоняются, но теперь они уже приближаются к оси струи; сечение потока уменьшается, достигая своего первоначального размера. Давление в струе снова увеличивается, причем в сечении *C* и *D* оно возрастает до значения P_c . Здесь вновь возникают волны разрежения, и картина повторяется. Струя приобретает ячеистую структуру, а давление (так же, как плотность, скорость и температура) периодически меняется (рис. 1, б).

Теоретически такая структура потока должна была бы повторяться до бесконечности, но вследствие турбулизации струи на ее поверхности (рис. 2) и перемешивания потока, осцилляции затухают через несколько периодов. Поэтому наиболее четко пульсирующий характер струи выражен лишь в первых ячейках.

Следует отметить, что осцилляции давления в струе ограничены не только «снизу» критическим значением давления ($\epsilon_{кр} = 0,528$), но и «сверху». При давлениях $P_0 > 4,8 \text{ атм}$ (для случая истечения воздуха в атмосферу с $P_a = 1 \text{ атм}$), т. е. при $\epsilon = 0,21$, вследствие сильного снижения давления газа в конусе разрежения *ABE*, образующие последнего превращаются в криволинейные скачки *AE* и *BF* (рис. 1, в), а в центральной части возникает плоский скачок уплотнения *EF*, называемый диском Маха, за которым скорость становится дозвуковой, а давление сильно возрастает. Периодический характер струи нарушается; при дальнейшем уменьшении ϵ диаметр прямого скачка увеличивается, сверхзву-

ковое центральное ядро $ABFE$ «набухает», а распределение давления вдоль оси струи теряет свой периодический характер. Следует также отметить, что при любых значениях $\varepsilon < \varepsilon_{кр}$ внешние области струи AEC и BFD всегда остаются сверхзвуковыми [19].

§ 2. Длина волны пространственной осцилляции струи

На приведенном ранее рис. 1, a волны разрежения (и сжатия) показаны в виде линий (называемых характеристиками), а при расчетах обычно пользуются конечным числом скачков, проходя через которые все параметры газа меняются на вполне ощутимую величину, однако внутри конуса в действительности нет резких границ; все параметры меняются непрерывно.

Конус разрежения ограничен двумя волнами; первая расположена под углом μ_1 , определяемым числом Маха на срезе сопла:

$$\mu = \arcsin \frac{1}{M}. \quad (1)$$

Так как для конических сопел на срезе $M = 1$, то $\mu_1 = 90^\circ$ (линия AB на рис. 1, a). Вторая граница, соответствующая линии AD , составляет с осью струи угол $\mu_n - \theta$, причем

$$\mu_n = \arcsin \frac{1}{M_1} = \arcsin \sqrt{\frac{\frac{\gamma-1}{2} \frac{\varepsilon^\gamma}{1-\varepsilon^\gamma}}{\frac{\gamma-1}{2} \frac{\varepsilon^\gamma}{1-\varepsilon^\gamma}}}, \quad (2)$$

где $\gamma = C_p/C_v$ — отношение теплоемкостей при постоянном давлении и постоянном объеме (для воздуха $\gamma = 1,4$).

Нетрудно видеть, что при повышении давления P_0 угол $\mu_n - \theta$ уменьшается и, следовательно, длина ячейки (или, как иногда ее называют, «бочки») увеличивается. Так как длина ячейки Δ представляет собой весьма важный параметр, определяющий работу газоструйного генератора, то необходимо рассмотреть, как зависит Δ от перепада давлений и диаметра сопла d_c .

Эмден [20] еще в конце прошлого века дал эмпирическую формулу для вычисления длины волны пространственной осцилляции струи:

$$\Delta = Ad_c \sqrt{P_0 - 0,9}, \quad (3)$$

где P_0 — избыточное давление газа (amu), а A — коэффициент, изменяющийся для разных типов сопел в пределах от 0,77 до 1,22. Среднее значение, принятое Эмденом, $A_{ср} = 0,89$.

Прандтль [21], теоретически рассмотрев истечение воздуха из круглого сопла, получил существенно большее значение Δ :

$$\Delta = 1,2d_c \sqrt{P_0 - 0,9}, \quad (4)$$

или, выражая через среднее значение числа Маха в струе:

$$\Delta = 1,3d_c \sqrt{M^2 - 1}. \quad (5)$$

Гартман [22] исследовал большое число сопел с диаметрами 0,7—6 мм и нашел

$$\Delta = 1,12d_c \sqrt{P_0 - 0,9}, \quad (6)$$