

Я. И. Перельман

Новый задачник по геометрии

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
П27

П27 **Перельман Я.И.**
Новый задачник по геометрии / Я. И. Перельман – М.: Книга по Требованию, 2024. – 176 с.

ISBN 978-5-458-25149-5

Геометрические задачи редко возникают на практике в той отвлеченной форме, в какой они обычно предлагаются задачниками. В реальной жизни, в технике, в науке геометрическая сторона задачи большей частью заслоняется, затуманивается посторонними элементами, из которых ее необходимо выделить, прежде чем приступить к решению. Нередко уже одно такое обнажение геометрической основы реального задания почти равносильно его разрешению, потому что приводит запутанный вопрос к ясной математической схеме. Но умение отыскивать в конкретной задаче ее геометрическую основу, переводить реальный вопрос на язык геометрии, требует особого навыка.

ISBN 978-5-458-25149-5

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2024
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

В связи с такой тенденцией сборника, некоторые отделы в нем разработаны подробнее общепринятого масштаба. Это прежде всего относится к главе X — «Длина окружности»: здесь, помимо задач обычного типа, имеются особые параграфы и соответствующие упражнения, относящиеся к расчету ременной и зубчатой передачи и к работе токарного станка, как примеры технического применения геометрических знаний, — а также задачи на вычисление угла зрения или угловой величины предметов, в виду исключительно важного общеобразовательного значения этих понятий. Больше обычного уделено внимания отношению поверхностей и объемов подобных тел, — роду задач, весьма часто возникающих на практике и разрешаемых в обиходной жизни неправильно. — Составитель, однако, вовсе не предлагает пользующимся книгой проделывать подряд все ее упражнения. Едва ли найдется такой состав учащихся, которому были бы знакомы все отделы техники и общего знания, затрагиваемые в задачах сборника. Разнообразный подбор предлагается именно для того, чтобы преподаватель мог черпать из него упражнения, относящиеся к знакомым учащимся предметам, пропуская остальные ¹⁾.

Имея в виду, что прохождение геометрии нередко опережает изучение алгебры, составитель стремился сделать настоящий задачник пригодным, между прочим, и для таких учащихся, которые либо вовсе не изучали еще алгебры, либо знакомы лишь с ее начальными основаниями. Однако, сборник наряду с этим пригоден, конечно, и для более сведущих учащихся.

Так как настоящий сборник имеет, между прочим, в виду учащихся, незнакомых с алгеброй, то для извлечения квадратного корня в нем указан «способ деления» (иначе называемый

¹⁾ Подробнее о задачах с реальным содержанием при преподавании геометрии — см. книгу «Практические занятия по геометрии. Образцы, темы и материалы для упражнений». Госуд. Издательство.

«способом двух средних») — старинный Геронов прием, достаточно быстро ведущий к цели и незаслуженно преданный забвению. Кроме того, приложены таблицы квадратных (и кубических) корней для чисел от 1 до 1000 и объяснен способ пользования ими.

Для ускорения выкладок рекомендуется при решении многих задач пользоваться приемами приближенных вычислений с числами, близкими к единице, по следующим формулам (в которых a — небольшая дробь):

$$\begin{array}{ll} (1 \pm a)(1 \pm b) = 1 \pm a \pm b; & \frac{1}{1 \pm a} = 1 \mp a \\ (1 \pm a)^2 = 1 \pm 2a & (1 \pm a)^3 = 1 \pm 3a \\ \sqrt{1 \pm a} = 1 \pm \frac{a}{2} & \sqrt[3]{1 \pm a} = 1 \pm \frac{a}{3} \\ \frac{1}{(1 \pm a)^2} = 1 \mp 2a & \frac{1}{\sqrt{1 \pm a}} = 1 \mp \frac{a}{2} \end{array}$$

Формулы эти обосновываются в «Задачнике» геометрически и, для прочного усвоения, иллюстрируются числовыми упражнениями.

Кроме задач в собственном смысле слова, в сборник включены упражнения, имеющие характер практических работ (черчение графиков и т. п.). Такие упражнения выделены особо в конце отделов. Их дополняют «Темы практических работ» — параграфы, содержащие краткий перечень тем, разработка которых предоставляется преподавателю в зависимости от условий и обстановки занятий. — Ради оживления интереса к занятиям, среди прочих упражнений рассеяно несколько десятков задач исторических — из истории математики, — литературных ¹⁾, а также задач, любопытных по сюжету или неожиданных по результату.

¹⁾ Таких задач немного: из «Короля Лира» (407), «Скупого Рыцаря» (764), «Путешествия Гулливера» (824 и 825) и из рассказа Л. Толстого «Много ли человеку земли нужно?» (597).

Само собою разумеется, что наряду с задачами реального характера следует проделывать упражнения и формальные. Число подобных задач в настоящем сборнике невелико лишь потому, что составитель считал излишним увеличивать объем книги за счет материала, уже представленного во многих сборниках задач по геометрии. (По той же причине мало включалось и задач на построение). Упражнения настоящего сборника предназначаются лишь как *пополнение* обычного материала, а не *взамен* его.

Ограниченность технических и общенаучных знаний, которые задачник подобного типа в праве предполагать у учащегося, до крайности затрудняла выбор материала для упражнений. При таких условиях и при почти полной новизне работы, едва ли удалось избежать увлечений и промахов. Они могли бы быть исправлены в последующих изданиях лишь при участии преподавателей, имевших случай пользоваться настоящей книгой. Все указания на этот счет будут приняты составителем с признательностью ¹⁾.

Первое издание этой книги, вышедшее в начале декабря 1922 г., было значительно пополнено во втором издании (сентябрь 1923 г.). В третьем издании (август 1924 г.) проведена была лишь новая нумерация задач и чертежей. Настоящее, четвертое издание перепечатывается с предшествовавшего почти без изменений.

Я. П.

Апрель 1925.

¹⁾ Адрес для корреспонденции: Ленинград, Плуталова 2, кв. 12. Якову Исидоровичу Перельману.

Метрические меры.

1 метр=10 дециметрам=100 сантиметрам=1000 миллиметрам.	
0,47 сажени.	1 километр=1000 метров=0,91 версты. 1 верста=1067 метров. 1 аршин=0,71 метра=71 сантиметру. 1 верш.=4,44 сантиметра; 1 дюйм=2,54 см.
1,41 аршина.	
3,28 фута.	
22,5 вершка.	
39,4 дюйма.	
1 метр= $\frac{1}{40000000}$ земной окружности.	1 куб. дециметр воды весит 1 килограмм. 1 килограмм=1000 граммов=2,44 фунта. 1 грамм=1000 миллиграммов=0,23 золотника. 1 тонна=1000 килограммам=61 пуду. Литр=1 куб. дециметру=1000 куб. сантиметр.

Сокращенные обозначения:

Километр	км	тонна	т
дециметр	дм	килограмм . . .	кг
метр	м	грамм . . .	г
сантиметр	см	миллиграмм . . .	мг
миллиметр	мм	литр	л

(Точка после этих сокращений не ставится).

I. Прямая линия.

Измерение длины отрезков. — Численный и линейный масштабы. —
Сложение и вычитание отрезков. — Пересечение прямых.

1. Часовой отошел от будки вправо на 6 шагов, сделал 9 шагов обратно, затем снова вправо 8 шагов, потом 12 шагов назад и остановился. Во скольких шагах от будки он остановился?

2. Шнурок длиной $2\frac{1}{2}$ метра делится узлом на две части, из которых одна на 2 метра длиннее другой. Какой длины меньшая часть?

3. Отрезок в 12 метров разделен на 2 неравные части. Как велико расстояние между серединами обеих частей?

4. У большинства взрослых людей промежуток между глазами, считая между их внутренними углами, равен ширине глаза, т. - е. $3\frac{1}{8}$ сантиметра. Как велико расстояние между серединами глаз (между зрачками)?

5. Каким *численным* масштабам отвечают следующие *линейные* масштабы:

- 1) 100 метров в 1 сантиметре.
- 2) 1 км в 1 см.
- 3) 250 м в мм.
- 4) 1 верста в 1 дюйме.

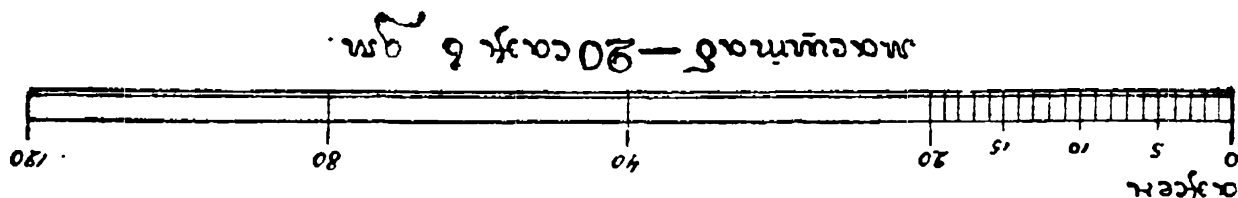
6. Прилагаемый чертеж 1 изображает «линейный масштаб» 20 саж. в дюйме. Начертите по этому образцу линейные масштабы:

1) 5 м в 1 см.

2) 10 км в 1 см.

3) 0,01 мм в 1 см.

Какие из этих масштабов уменьшенные и какие увеличенные?



Черт. 1. К зад. № 6.
Линейный масштаб.

7. Высота лошади 2 метра, жираффы — $5\frac{1}{2}$ метров, а исполинского вымершего пресмыкающегося, динозавра, — 12 метров. Изобразите их высоты отрезками в $\frac{1}{100}$ натуральной величины.

8. Средний рост человека 170 см. Самый маленький карлик, о котором имеются сведения, был ростом 40 см; самый высокий великан — 260 см. Изобразите их высоты тремя отрезками в масштабе 2 см в 1 мм. (Какая доля натуральной величины?)

9. Исаакиевский собор в Ленинграде имеет в высоту 103 метра, высочайшее мамонтово дерево — 112 м, Хеопсова пирамида — 137 м, высочайший американский небоскреб — 55-этажный дом в Нью-Йорке — 236 м, Эйфелева башня — 300 м. Изобразите эти высоты отрезками в масштабе 2 метра в 1 мм. (Какая доля натуральной величины?)

10. Изобразите указанные ниже расстояния отрезками в масштабе 200 км в 1 см:

От Ленинграда до Москвы	640 км.
» Ленинграда до Мессины	2700 »
» Архангельска до сев. полюса	2900 »
» Нью-Йорка до Чикаго	1200 »
» Бомбея до Калькутты	1650 »

11. Выпущенный из руки камень всегда проходит в 1-ю секунду своего падения 5 метров, во 2-ю — 15 м, в 3-ю — 25 м,

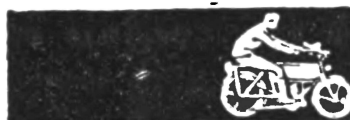
в 4-ю — 35. Изобразите, в избранном вами масштабе, пути, проходимые падающим камнем в последовательные секунды.

12. Толщина человеческого волоса—0,05 миллиметра. Многие бактерии имеют в длину 0,004 миллиметра. Начертите рядом обе величины в виде отрезков в 1000 раз больше натуральной величины.

13. Самые высокие облака, *перистые*, плавают на высоте 9000 метров; средняя высота *дождевых* облаков — 1500 м. Высота Казбека—5000 метров. Отметьте эти размеры на прямой линии в масштабе 50 м. в 1 мм. Какому численному масштабу это соответствует? Какую длину должен иметь отрезок, изображающий в том же масштабе высоту атмосферы? (Верхняя граница атмосферы находится в расстоянии около 400 километров от земной поверхности.)

14. Длина черных полосок на черт. 2 изображает скорость. Найдите масштаб этого изображения, если известно, что конькобежец пробегает 10 метров в секунду. Каким скоростям соответствуют остальные изображения?

15. Отложите на прямой линии отрезки, изображающие, в масштабе 1 м в 2 мм, длину паровоза (9,3 метра), тендера (6,8 м) и 6 вагонов, каждый по 7,8 м. Определите измере-



Мотоциклет



Велосипед



Скаковая лошадь



Пароход



Рысистая лошадь



Конькобежец



Искусный бегун



Лыжный ходок



Быстрый пешеход

Черт. 2. К зад. № 14.

Графическая таблица скоростей.

нием, чему равна общая длина поезда, и проверьте вычислением результат этого *графического* сложения.

16. Выполните *графически* следующие действия, т.-е. изобразите данные числа в одинаковом масштабе отрезками, найдите отрезок, равный их сумме (или разности) и определите, какому числу в выбранном вами масштабе он соответствует:

$\begin{array}{r} 34 \\ + 81 \\ \hline 74 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5400 \\ + 1700 \\ \hline 9300 \end{array}$	$\begin{array}{r} 81 \\ - 52 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 0,72 \\ - 0,54 \\ \hline \end{array}$
--	--	---	---

Проверьте полученные результаты непосредственным вычислением.

17. Докажите помощью чертежа, что сумма половин двух отрезков равна половине суммы этих отрезков.

18. Докажите помощью чертежа, что сумма третьих долей двух отрезков равна третьей доле суммы этих отрезков.

19. Точки A , B , C и D лежат на одной прямой. Отрезок $AD = 500$ метрам, отрезок $BC = 200$ метрам. Найти расстояние между серединами отрезков AB и CD .

20. От точки M отложены по одной прямой и в одну сторону 2 отрезка $MA = 100$ см и $MO = 160$ см. Найти расстояние между серединами этих отрезков.

21. Сколько прямых линий можно провести через четыре точки, из которых никакие три не расположены на одной прямой? Через 5 таких точек? Через 20 таких точек?

22. Во скольких точках могут пересечься четыре прямые (требуется указать наибольшее возможное число точек пересечения)? Во скольких точках могут пересечься 6 прямых? 25 прямых?

Практические работы.

23. Начертив произвольную незамкнутую ломаную линию, изобразите, пользуясь циркулем и линейкой, отрезок, равный по длине сумме длин составляющих ее отрезков (т.-е. «выпрямите» эту ломаную).

24. Выпрямите какую-нибудь замкнутую ломаную линию (см. предыдущую задачу).

25. Определите *средний* рост учащихся вашего класса (сложите рост всех учащихся и разделите на их число). Вычислите средний рост учащихся каждого пола и возраста в отдельности.

26. Обыкновенно принимают, что полный размах рук равен росту человека. Проверьте, правильно ли это *в среднем* для учащихся вашего класса. Определите среднюю величину отклонения в ‰ отдельно для каждого пола.

27. Начертите на-глаз отрезок в 10 см. Измерьте его. Как велика *абсолютная* ошибка? (Превышение обозначьте знаком +, недостаток знаком —). Как велика *относительная* ошибка в ‰ от всей длины? Повторите то же с отрезком в 30 см. В каком случае относительная ошибка больше? Уменьшается ли она с упражнением?

28. Разделите произвольно выбранный отрезок пополам на-глаз и проверьте правильность деления непосредственным измерением. Выразите относительную ошибку в ‰ от длины отрезка. Повторите упражнение с отрезками разной длины. Какие отрезки делите вы на-глаз точнее (т.-е. с меньшей относительной ошибкой), короткие или длинные? Влияет ли на величину ошибки *направление* линий?

Темы практических работ.

(Указания для преподавателя.)

В классе и дома. Изготовление мерного аршина и метра. Обмер предметов классной обстановки. Получение средней величины из нескольких измерений. Отбивание на классной доске прямой линии помощью натертой мелом бечевки. Определение толщины листа бумаги (по толщине книги). Определение масштаба фотографических снимков (например, снимка Луны на черт. 63).

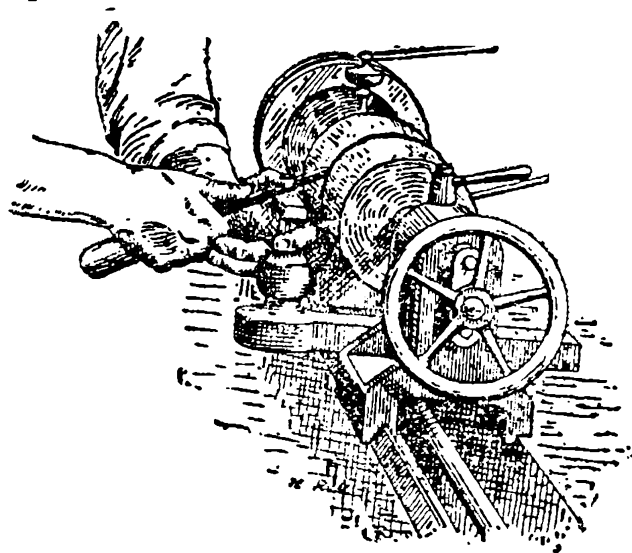
Вне класса. Изготовление мерной веревки, двух кольев и 10 бирок к ней. Измерение мерной веревкой коротких расстояний на дворе, в саду, в огороде. Провешивание линий в поле и измерение длинных расстояний. Измерение длины извилистой речки. Определение средней длины шага. Измерения шагами.

Во время экскурсий. Глазомерная оценка расстояний с последующей проверкой непосредственным измерением (шагами или веревкой).

II. Окружность.

29. Как катилась бы телега, если бы ее оси проходили не через центры окружностей колес, а через точки, отстоящие от центра, например, на 10 сантиметров?

30. Можно ли дать такое определение окружности: «замкнутая кривая линия, все точки которой одинаково удалены от одной



точки»? Вообразите четырехугольную фигуру, начерченную на спокойной поверхности воды: все ее точки одинаково удалены от одной точки, именно — от центра Земли; можно ли эту фигуру назвать окружностью? Как надо пополнить приведенное выше определение?

31. На чем основано вытачивание круглых изделий помощью токарного станка (см. черт. 3: резец

остается неподвижным, а обрабатываемый предмет вращается вокруг оси)?

32. Можно ли начертить окружность, держа обе ножки циркуля неподвижно, но двигая бумагу?

33. Садовники чертят на земле окружности помощью веревки, прикрепленной к колышку. Получится ли окружность, если веревка будет при этом наматываться на колышек?

Черт. 3. к зад. № 31.
Работа на токарном станке.