

**П. Осокин**

# **Самолеты**

**Москва  
«Книга по Требованию»**

УДК 656  
ББК 39.1  
П11

П11 **П. Осокин**  
Самолеты / П. Осокин – М.: Книга по Требованию, 2014. – 260 с.

**ISBN 978-5-458-38508-4**

Самолеты

**ISBN 978-5-458-38508-4**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2014  
© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2014

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



(облака, туман, осадки), *воздушными течениями* (ветер) и *оптическими свойствами* (видимость).

Из этих элементов непосредственное влияние на полет самолета имеют лишь давление, температура и плотность воздуха, от которых зависит величина возникающих и действующих на самолет в полете аэродинамических сил.

**Атмосферное давление.** Атмосфера подчиняется закону земного притяжения и производит некоторое давление на поверхность земли и на всякий предмет, находящийся на земле или в атмосфере.

Величина *атмосферного давления*  $P$  измеряется весом столба воздуха, имеющего сечение, равное единице площади ( $m^2$ ,  $cm^2$  и т. д.), и высоту — от верхней границы атмосферы до уровня, на котором оно измеряется. Если за единицу площади принять  $1 m^2$ , то на уровне моря при температуре воздуха  $15^\circ C$  атмосферное давление оказывается равным  $10\,332\, кг/m^2$  или, если измерение производить при помощи ртутного барометра, оно будет равно давлению  $760\, мм\, рт.\, ст.$  (Hg).

По мере подъема атмосферное давление уменьшается на величину, равную весу столба воздуха, пройденного при подъеме и имеющего сечение, равное единице площади.

Кроме высоты подъема, на величину атмосферного давления влияет и температура воздуха, так как вес одного и того же объема воздуха будет изменяться при изменении его температуры.

**Температура воздуха.** Температура воздуха  $t$  определяет многие явления в атмосфере и измеряется в градусах Цельсия ( $C$ ). Нормальной температурой воздуха на уровне моря при нормальном давлении в  $760\, мм\, рт.\, ст.$  (Hg) в авиации принимается  $t_0 = 15^\circ C$ .

Основной причиной нагревания воздушных масс является солнечное лучеиспускание (радиация). Солнечные лучи, проходя через атмосферу, нагревают земную поверхность, что в свою очередь вызывает нагревание нижних слоев воздуха, непосредственно соприкасающихся с земной поверхностью. Воздух же, вследствие своей теплопрозрачности, при прохождении солнечных лучей нагревается весьма мало.

Нагретые массы воздуха по своему удельному весу становятся легче и поднимаются вверх. На их место из верхних слоев атмосферы опускаются холодные массы, которые, соприкасаясь с земной поверхностью, нагреваются и затем также поднимаются. Так возникают восходящие и нисходящие (конвекционные) токи воздуха, называемые *летчиками*  $\mu$  *и* *тему*, а планеристами — *термиками*. Эти токи и являются основной причиной перемешивания воздушных масс в тропосфере.

Скорость восходящих токов обычно равна  $3—4\, м/сек$ , но перед грозой может достигать  $8—11\, м/сек$ , а на высоте грозовых облаков доходить до  $30—40\, м/сек$ .

С высотой температура воздуха обычно постепенно понижается. Для характеристики изменения температуры воздуха с высотой служит так называемый *вертикальный температурный градиент*  $\Delta t$ , показывающий в градусах величину понижения температуры на каждые  $1\,000\, м$  подъема. Величина температурного градиента зависит от времени суток и года, состояния погоды, начальной температуры воздуха и давления. В среднем температурный градиент равен  $6,5^\circ C$  на каждые  $1\,000\, м$  высоты.

Зная температурный градиент и начальную (у земли) температуру, можно определить (приблизительно) температуру на заданной высоте  $Z$  км по формуле:

$$t_z = t_0 - (Z \cdot \Delta t). \quad (1)$$

Часто температура воздуха при подъеме на высоту вместо обычного понижения повышается. Подобное явление называется *инверсией температуры* (обратный ход). Инверсии наблюдаются в теплых воздушных течениях, протекающих над нижними, более холодными, на высоте 600—1 200 м.

Плотность воздуха. Количество вещества в данном объеме определяется массой тела. Так как в определенном объеме может находиться большее или меньшее количество вещества, то при рассмотрении распределения вещества в данном пространстве вводят понятие о плотности.

*Плотность воздуха является одним из основных факторов, определяющих возникновение и величину аэродинамических сил при движении самолета или различных тел в воздухе.* Различают два вида плотности воздуха: *весовую и массовую.*

*Весовая плотность* воздуха, или его *удельный вес*, определяется весом воздуха  $G$  (в кг), приходящимся на единицу объема  $V$  (м<sup>3</sup>). Тогда весовая плотность  $\gamma$  будет:

$$\gamma = \frac{G}{V} \text{ кг/м}^3.$$

При нормальном состоянии воздуха у поверхности земли (на уровне моря)  $\gamma_0 = 1,225 \text{ кг/м}^3$ .

Весовая плотность воздуха возрастает при повышении давления и уменьшении температуры и влажности. Обратное — при уменьшении давления и при повышении температуры и влажности плотность воздуха уменьшается.

В аэродинамике чаще пользуются не весовой, а *массовой плотностью* воздуха  $\rho$ . Под массовой плотностью подразумевается масса  $m$  единицы объема воздуха  $V$ , т. е.

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

*Массовая плотность воздуха зависит от давления, температуры и влажности;* следовательно, в разное время года и на разных высотах она различна. С подъемом на высоту массовая плотность воздуха убывает очень быстро; так, на высоте 6 500 м она в два раза меньше, чем у земли.

Из механики известно, что действующая сила равна произведению массы тела  $m$  на вызванное этой силой ускорение  $g$ , т. е.

$$G = m \cdot g.$$

Разделив обе части этого равенства на объем  $V$ , заполненный воздухом, получим:

$$\frac{G}{V} = \frac{m \cdot g}{V}, \text{ или } \frac{G}{V} = \gamma = \rho \cdot g.$$

Это равенство дает зависимость между весовой и массовой плотностями воздуха.

Из этого же равенства получаем выражение для массовой плотности в функции весовой плотности и ускорения, т. е.

$$\rho = \frac{\gamma}{g}.$$

При нормальных атмосферных условиях ( $P_0 = 760$  мм и  $t_0 = 15^\circ\text{C}$ ) массовая плотность воздуха равна:

$$\rho = \frac{\gamma}{g} = \frac{1,225 \text{ кг/м}^3}{9,81 \text{ м/сек}^2} = 0,125 \frac{\text{кг} \cdot \text{сек}^2}{\text{м}^4} = \frac{1}{8} \text{ кг} \cdot \text{сек}^2 \cdot \text{м}^{-4} \quad (2)$$

Величину массовой и весовой плотностей для любой заданной высоты  $Z$  можно легко вычислить, пользуясь формулами:

$$\rho_z = \rho_0 \frac{P_z}{P_0} \cdot \frac{T_0}{T_z}; \quad (3)$$

$$\gamma_z = \gamma_0 \frac{P_z}{P_0} \cdot \frac{T_0}{T_z}, \quad (4)$$

где  $\rho_z$  и  $\gamma_z$  — искомые величины плотностей на заданной высоте;

$\rho_0$  и  $\gamma_0$  — плотности у земли (на уровне моря);

$P_z$  — атмосферное давление на заданной высоте в мм рт. ст.;

$P_0$  — атмосферное давление у земли в мм рт. ст.;

$T_0$  — абсолютная температура у земли;

$T_z$  — абсолютная температура на заданной высоте.

Очень часто при различных расчетах пользуются величиной так называемой *относительной плотности воздуха*  $\Delta$ :

$$\Delta = \frac{\rho_z}{\rho_0}.$$

*Относительная плотность* показывает отношение массовой плотности воздуха на высоте к плотности его у земли.

### 3. Международная стандартная атмосфера

Атмосферное давление, температура и плотность воздуха чрезвычайно изменчивы в зависимости от географического положения местности, времени года и суток и от высоты подъема. Это вносит неопределенность в расчеты, связанные с определением аэродинамических сил и летных качеств самолетов, и в результаты их летных испытаний. Например, самолет, испытанный на одном и том же аэродроме, но в разные времена года или даже дня, дает разные величины замеренных в полете летных данных.

Для возможности сравнения результатов испытаний самолетов, произведенных в различных местах и в разное время, а также для сравнения аэродинамических расчетов условилсь пользоваться *международной стандартной атмосферой* (МСА).

Практическое применение МСА заключается в том, что летные характеристики самолета (скорость, высота полета, потребная мощность и пр.) при его проектировании подсчитываются применительно к условиям стандартной атмосферы, а данные летных испытаний построенного самолета, полученные при том или ином состоянии атмосферы, пересчитываются и приводятся к этим же стандартным условиям.

В международной стандартной атмосфере приняты следующие начальные данные (на уровне моря):

температура  $t_0 = 15^\circ \text{C}$ ;

атмосферное давление  $P_0 = 760 \text{ мм} \approx 10\,332 \text{ кг/м}^2$ ;

весовая плотность (удельный вес) воздуха  $\gamma_0 = 1,225 \text{ кг/м}^3$ ;

массовая плотность воздуха  $\rho_0 = 0,125 \text{ кг}\cdot\text{сек}^2\cdot\text{м}^{-4}$ .

Падение температуры в стандартной атмосфере принято считать  $6,5^\circ \text{C}$  на каждые 1 000 м высоты ( $\Delta t$ ) до  $Z = 11\,000 \text{ м}$ ; от 11 000 м и выше температура считается постоянной и равной  $-56,5^\circ \text{C} = \text{const}$ .

Цифровые данные МСА, вычисленные до высоты 20 000 м через каждые 1 000 м, приведены в табл. 1.

Международная стандартная атмосфера

Таблица 1

Высота м	Температура $t^\circ \text{C}$	Давление мм рт. ст.	$\frac{P_s}{P_0}$	Весовая плотность $\gamma$ кг/м <sup>3</sup>	Массовая плотность $\rho$ $\frac{\text{кг}\cdot\text{сек}^2}{\text{м}^4}$	$\Delta = \frac{P_s}{P_0}$
<b>Т р о п о с ф е р а</b>						
- 1 000	+ 21,50	854,6	1,1244	1,3476	0,1374	1,0996
0	+ 15,00	760,0	1,0000	1,2250	0,1250	1,0000
1 000	+ 8,50	674,1	0,8870	1,1110	0,1134	0,9073
2 000	+ 2,00	596,1	0,7840	1,0060	0,1027	0,8215
3 000	- 4,50	525,7	0,6916	0,9089	0,0927	0,7420
4 000	- 11,00	462,2	0,6081	0,8189	0,0836	0,6685
5 000	- 17,50	405,0	0,5320	0,7359	0,0751	0,6007
6 000	- 24,00	353,7	0,4654	0,6595	0,0673	0,5383
7 000	- 30,50	307,8	0,4072	0,5889	0,0601	0,4810
8 000	- 37,00	266,8	0,3511	0,5249	0,0536	0,4284
9 000	- 43,50	230,4	0,3031	0,4660	0,0476	0,3804
10 000	- 50,00	198,1	0,2606	0,4124	0,0421	0,3366
11 000	- 56,50	169,6	0,2231	0,3636	0,0371	0,2968
<b>С т р а т о с ф е р а</b>						
11 000	- 56,50	169,6	0,2231	0,3636	0,0371	0,2968
12 000	- 56,50	144,8	0,1906	0,3106	0,0317	0,2535
13 000	- 56,50	123,7	0,1628	0,2652	0,0271	0,2165
14 000	- 56,50	105,6	0,1390	0,2265	0,0231	0,1849
15 000	- 56,50	90,3	0,1187	0,1935	0,0197	0,1579
16 000	- 56,50	77,1	0,1014	0,1653	0,0167	0,1349
17 000	- 56,50	65,9	0,0866	0,1412	0,0144	0,1153
18 000	- 56,50	56,2	0,0740	0,1206	0,0123	0,0984
19 000	- 56,50	48,0	0,0632	0,1080	0,0105	0,0841
20 000	- 56,50	41,0	0,0540	0,0980	0,0072	0,0718

Переход от действительных атмосферных условий к данным МСА производится следующим образом.

По известной нам формуле (4)

$$\gamma_z = \gamma_0 \frac{P_z}{P_0} \cdot \frac{T_0}{T_z}$$

определяется весовая плотность воздуха.

Подставив в эту формулу давление  $P_z$  и температуру  $T_z$ , определенные в действительных условиях, найдем значение весовой плотности воздуха, соответствующее этим условиям. Найдя плотность по таблице МСА, найдем соответствующую ей высоту в условиях стандартной атмосферы.

Пример. Полет производился на высоте 350 м над уровнем моря при температуре  $t_{z_1}' = 27^\circ \text{C}$  и при давлении  $P_z = 754$  мм.

Следовательно,

$$\gamma_z = 1,225 \frac{754}{760} \cdot \frac{288}{300} = 1,167 \text{ кг/м}^3.$$

По таблице МСА для вычисленной плотности находим высоту  $Z$ , равную приблизительно 490 м.

Таким образом, для перехода к стандартной атмосфере необходимо в полете измерить всего лишь две величины: температуру и давление воздуха.

### Задачи

1. Нормальное атмосферное давление на уровне моря равно  $10\,332 \text{ кг/м}^2$  или  $760 \text{ мм Hg}$ . На заданной высоте давление равно  $5\,508 \text{ кг/м}^2$ ; определить заданную высоту и давление в мм Hg на этой высоте (по МСА).

О т в е т.  $Z = 5\,000 \text{ м}$ ;  $P = 405 \text{ мм}$ .

2. Определить давление воздуха в  $\text{кг/м}^2$ , если соответствующая этому давлению высота ртутного столба барометра равна  $743 \text{ мм}$ .

О т в е т.  $P = 10\,145,6 \text{ кг/м}^2$ .

3. Начальная температура воздуха у земли  $t_0$  равна  $+14^\circ \text{C}$ . Зная температурный градиент, вычислить температуру  $t_z$  на высоте  $7\,200 \text{ м}$ .

О т в е т.  $t_z = -32,8^\circ \text{C}$ .

4. Вычислить величину массовой плотности на высоте  $1\,500 \text{ м}$ , если на этой высоте давление  $633 \text{ мм}$  и температура равна  $+5,25^\circ \text{C}$  (при нормальных данных у земли).

О т в е т.  $\rho \approx 0,108$ .

5. Действительные условия полета: высота  $2\,000 \text{ м}$  над уровнем моря, давление  $582 \text{ мм}$  и температура  $+12^\circ \text{C}$ . Определить высоту полета по МСА.

О т в е т.  $\gamma = 0,9487 \text{ кг/м}^3$ ;  $Z_{\text{ст}} = \text{ок. } 2\,415 \text{ м}$ .

## Глава II

# ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ЗАКОНЫ АЭРОДИНАМИКИ

## 4. Основные определения

В аэродинамике рассматриваются силы, возникающие при движении воздуха, и законы этого движения.

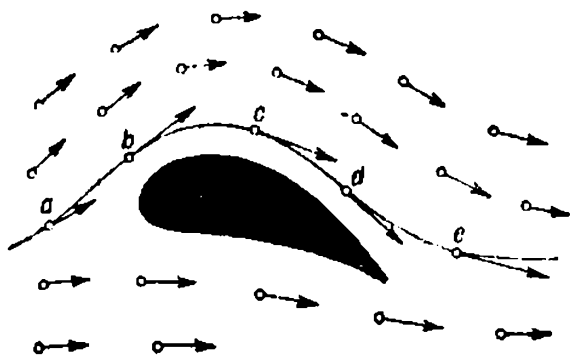
Тела, движущиеся в воздухе, испытывают со стороны последнего некоторое сопротивление; точно так же воздух, набегая на тело, находящееся

в покое, вызывает в нем некоторую реакцию в виде сил трения воздуха о поверхность тела и сил давления.

Основная задача аэродинамики заключается в определении сил, необходимых для поддержания движения твердого тела, например самолета, в воздухе. Для этого необходимо предварительно ознакомиться с движением самого воздуха.

*Непрерывным* движением воздуха называется такое движение, при котором скорость каждой его частицы изменяется по величине и направлению непрерывно и с течением времени. При этом одни и те же частицы будут в течение всего времени движения находиться в соприкосновении между собой; они будут менять лишь свою форму, т. е. деформироваться. Путь каждой частицы воздуха, обозначенный в виде некоторой линии, называется *траекторией*.

Если в любой выбранный момент времени зафиксировать скорости всех движущихся вблизи данного тела частиц, то мы получим картину (фиг. 2), дающую ясное представление о характере движения.



Фиг. 2. Образы аэродинамики — линии тока.

Установившимся движением воздуха называется такое движение, при котором в любой точке пространства, занятого воздухом, все частицы его имеют одинаковую по величине и направлению скорость движения.

Существуют два различных типа движения воздуха:

1) *ламинарное*, или слоистое, характеризующееся тем, что частицы воздуха движутся отдельными слоями, скользящими один относительно другого; ламинарное движение может быть как установившимся, так и неустановившимся;

2) *турбулентное* — беспорядочное движение, когда частицы движутся по причудливым траекториям, все время меняющимся без какой-либо закономерности; турбулентное движение всегда бывает неустановившимся.

При всяком движении воздуха между его частицами возникают силы внутреннего трения, определяющие собой степень вязкости воздуха.

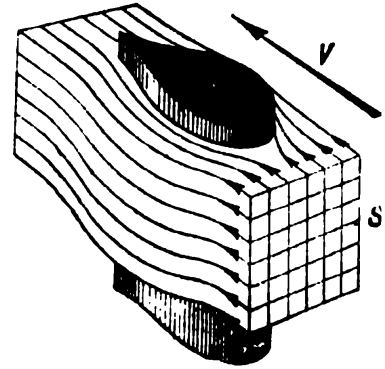
Силы вязкости для воздуха сравнительно невелики; пренебрегая ими, мы незначительно отступаем от действительности. Для того же, чтобы результат был возможно ближе к действительности, вводятся соответствующие поправочные коэффициенты, определяемые опытным (экспериментальным) путем.

Особенностью воздуха, как и любого газа, является уменьшение его объема под давлением — он сжимается, и это затрудняет изучение законов его движения.

Воздух можно условно принять несжимаемым в том случае, если скорость его движения не превосходит 200 м/сек, так как уже при скорости 100 м/сек ошибка достигает 5%, а при скорости 200 м/сек — 15%.

При скоростях, близких к скорости звука (330 м/сек), характер движения воздуха резко меняется, и в этом случае считать воздух несжимаемым нельзя.

При рассмотрении движения воздуха общий вид и форму его движения называют *поток*. Установившийся поток, обтекающий какое-нибудь тело, можно мысленно разбить на отдельные струйки. Для этого можно вообразить поставленную в потоке перед телом сетку, которая и разделит поток на отдельные струйки с очень малым поперечным сечением (фиг. 3).

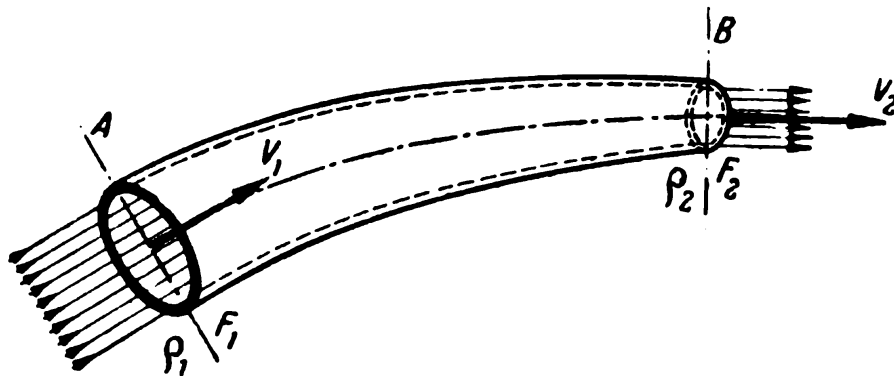


Фиг. 3. Разделение потока на струйки.

К отдельной струйке можно применить два основных закона природы: *закон сохранения материи* и *закон сохранения энергии*. Эти два закона дают в применении к струйке жидкости два основных уравнения всей аэродинамики: *уравнение неразрывности* и *уравнение Бернулли*.

### 5. Уравнение неразрывности

Для вывода уравнения неразрывности выделим из установившегося потока какую-либо струйку (фиг. 4) и применим к ней закон сохранения материи. Рассмотрим участок струйки между двумя ее сечениями



Фиг. 4. Струйка и расход жидкости.

*A* и *B*, нормальными (перпендикулярными) к оси струйки. Для удобства предположим, что струйка заключена в трубку, полностью сохраняющую ее форму, и что трение между стенками трубки и воздухом отсутствует.

Через сечение *A* в трубку в 1 сек. войдет масса воздуха  $m_1$ ; через сечение *B* из трубки в то же время вытечет масса  $m_2$ .

Так как рассматривается установившееся движение, то в трубке не может происходить ни накопления массы воздуха, ни ее убывания. — иначе менялись бы давление, плотность и скорость находящихся в трубке частиц воздуха.

Следовательно, в любом сечении трубки секундная масса  $m$  воздуха постоянна, т. е.

$$m_1 = m_2 = m = \text{const.}$$

Массу воздуха для каждого сечения струйки можно выразить через объем воздуха, протекшего через данное сечение в 1 сек., и через массовую плотность, т. е. для сечения  $A$  имеем:

$$m_1 = \rho_1 F_1 V_1$$

и для сечения  $B$ :

$$m_2 = \rho_2 F_2 V_2,$$

где  $F_1$  и  $F_2$  — площади сечений  $A$  и  $B$ ;  
 $V_1$  и  $V_2$  — скорости движения струйки;  
 $\rho_1$  и  $\rho_2$  — массовые плотности.

Отсюда получаем:

$$\rho_1 F_1 V_1 = \rho_2 F_2 V_2 = m = \text{const.} \quad (5)$$

Это выражение и называется уравнением неразрывности для струйки. В случае, когда плотности не меняются, уравнение неразрывности примет вид:

$$F_1 V_1 = F_2 V_2 = \text{const.}$$

Оно означает, что объем притекающего в трубку в 1 сек. воздуха должен равняться объему вытекшего за то же время. Если это условие не будет соблюдено, то внутри струйки возникнет разрыв (пустота).

Уравнение неразрывности может быть дано в виде:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{V_2}{V_1},$$

т. е. скорости обратно пропорциональны площадям поперечных сечений струйки. Таким образом, по форме струйки можно судить, где скорости будут больше и где меньше.

## 6. Уравнение Бернулли

Закон (уравнение) Бернулли<sup>1</sup> является одним из главных законов аэродинамики и устанавливает связь между скоростью движения воздуха и давлением внутри потока. Закон Бернулли формулируется так: *сумма статического и динамического давлений есть величина постоянная для любого сечения установившегося потока.*

Уравнение Бернулли нагляднее всего может быть получено, если применить к некоторой струйке (трубке) жидкости закон сохранения энергии.

Проведем через струйку (фиг. 5) два сечения  $A$  и  $B$ . Для них мы можем написать условие неразрывности:

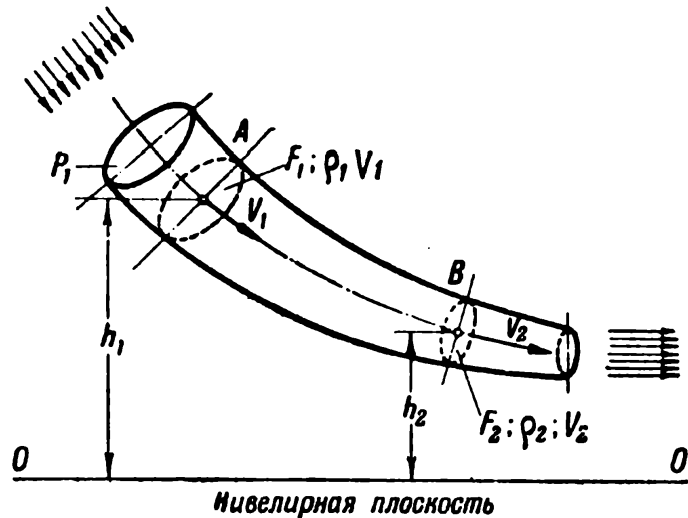
$$\rho_1 F_1 V_1 = \rho_2 F_2 V_2 = m \left[ \frac{\text{кг} \cdot \text{сек}}{\text{м}} \right].$$

<sup>1</sup> Даниэль Бернулли (1700—1788 гг.) — один из выдающихся физиков и математиков своего времени.

Выделив участок трубки, находящийся между сечениями  $A$  и  $B$ , подсчитаем энергию, поступившую в него через сечение  $A$ , и энергию, ушедшую из сечения  $B$  за время в  $t$  сек.

Слева через сечение  $A$  пройдет за это время столбик жидкости длиной  $V_1 t$ , его объем будет равен  $F_1 V_1 t$  и масса  $\rho_1 F_1 V_1 t = mt$ .

Через сечение  $B$  за это же время из трубки выйдет столбик жидкости длиной  $V_2 t$ , объемом  $F_2 V_2 t$ , масса которого будет  $\rho_2 F_2 V_2 t = mt$ .



Фиг. 5. Схема к выводу уравнения Бернулли.

Энергия, внесенная в трубку через сечение  $A$ , будет складываться из:

1. Кинетической энергии массы  $mt$ , движущейся со скоростью  $V_1$ , т. е.

$$\frac{mt \cdot V_1^2}{2}.$$

2. Потенциальной энергии давления, равной работе частиц жидкости, лежащих левее сечения  $A$ , т. е.

$$P_1 F_1 V_1 t,$$

где  $P_1$  — давление в струйке левее сечения  $A$ .

Умножив и разделив это выражение на  $\rho_1$ , получим:

$$\frac{P_1}{\rho_1} \cdot \rho_1 F_1 V_1 t = \frac{P_1}{\rho_1} \cdot mt.$$

Такое преобразование выгодно сделать для дальнейшего вывода уравнения.

3. Потенциальной энергии веса жидкости, внесенной через сечение  $A$  в трубку; масса жидкости равна  $mt$ , а вес ее, следовательно, равен  $gmt$ .

Для вычисления энергии веса проведем условную, так называемую нивелирную плоскость  $OO'$  и определим нивелирную высоту  $h_1$ , равную высоте центра тяжести сечения  $A$  над нивелирной плоскостью. Тогда потенциальная энергия веса будет  $h_1 gmt$ .

4. Внутренней тепловой энергии жидкости, равной  $U$  и выражаемой обычно в больших калориях на 1 кг веса. Если в сечении  $A$  тепловая энергия равна  $U_1$ , то через это сечение пройдет тепловая энергия, равная  $U_1 gmt$ .

Пользуясь механическим эквивалентом теплоты

$$A = \frac{1}{427} \text{ [кал/кгм]},$$

переводим тепловую энергию в механическую и окончательно получаем внутреннюю энергию, равную

$$\frac{U_1}{A} gmt.$$

Совершенно таким же путем подсчитаем энергии, вышедшие через сечение  $B$ , а именно:

- 1) кинетическую  $\frac{mt \cdot V_2^2}{2}$ ;
- 2) потенциальную давления  $\frac{P_2}{\rho_2} \cdot mt$ ;
- 3) потенциальную веса  $h_2 gmt$ ;
- 4) внутреннюю механическую  $\frac{U_2}{A} gmt$ .

Если при движении жидкости по трубке не было никаких потерь (сил трения, передачи тепла от жидкости трубке и т. д.), то сумма внесенных энергий через сечение  $A$  должна равняться такой же сумме энергий, вышедших через сечение  $B$ . Если же такие потери  $K$  имели место, то внесенная энергия будет равна вышедшей, плюс эти потери.

Для общего случая с учетом потерь баланс энергий будет следующий:

$$\frac{V_1^2}{2} mt + \frac{P_1}{\rho_1} mt + h_1 gmt + \frac{U_1}{A} gmt = \frac{V_2^2}{2} mt + \frac{P_2}{\rho_2} mt + h_2 gmt + \frac{U_2}{A} gmt + K.$$

Отнеся все члены этого уравнения к 1 кг протекшей через трубку жидкости, разделим их на  $gmt$  и получим:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{g\rho_1} + h_1 + \frac{U_1}{A} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{g\rho_2} + h_2 + \frac{U_2}{A} + \xi,$$

где через  $\xi$  обозначены потери, отнесенные к 1 кг жидкости.

Так как  $g\rho_1 = \gamma_1$  и  $g\rho_2 = \gamma_2$ , то получим окончательно общий вид уравнения Бернулли для любой жидкости, в том числе и для воздуха:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma_1} + h_1 + \frac{U_1}{A} = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma_2} + h_2 + \frac{U_2}{A} + \xi.$$

В случае несжимаемой жидкости весовая плотность ее во всех сечениях трубки остается постоянной, т. е.  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ . Кроме того, такая жидкость не может расширяться, следовательно, и не может отдавать внутреннюю энергию (механическую и тепловую), т. е. для нее  $U_1 = U_2$ .

Тогда для несжимаемой жидкости уравнение Бернулли примет более простой вид:

$$\frac{V_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\gamma} + h_1 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + h_2 + \xi.$$

В случае применения уравнения Бернулли к воздуху, который при скоростях до 150—200 м/сек считаем средой несжимаемой, можно отбросить нивелирные высоты  $h_1$  и  $h_2$ , так как обычно в аэродинамике рассматриваются течения, близкие к горизонтальным. Если при этом пренебречь потерями и от сил вязкости, то получится уравнение, широко применяемое в аэродинамике:

$$\boxed{\frac{\rho V_1^2}{2} + P_1 = \frac{\rho V_2^2}{2} + P_2 = \text{const},} \quad (6)$$