

С. Тимошенко

Сопротивление материалов
Том 1. Элементарная теория и задачи

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 50
ББК 22
С11

С11 **С. Тимошенко**
Сопротивление материалов: Том 1. Элементарная теория и задачи / С. Тимошенко – М.: Книга по Требованию, 2023. – 366 с.

ISBN 978-5-458-50664-9

ISBN 978-5-458-50664-9

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2023
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2023

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Из предисловия к первому американскому изданию	6
Из предисловия ко второму американскому изданию	8
Из предисловия к третьему американскому изданию	8
Обозначения	9
Глава I. Растяжение и сжатие в пределах упругости	11
1. Упругость	11
2. Закон Гука	12
3. Диаграмма растяжения	15
4. Допускаемое напряжение	17
5. Напряжения и деформации при действии собственного веса	22
6. Статически неопределимые задачи при растяжении и сжатии	26
7. Начальные и температурные напряжения	32
8. Растяжение кругового кольца	35
Глава II. Анализ напряжений и деформаций	40
9. Напряжения по наклонным сечениям при простом растяжении и сжатии	40
10. Круг Мора	43
11. Растяжение или сжатие по двум взаимно перпендикулярным направлениям	46
12. Круг Мора при сложном напряженном состоянии	48
13. Главные напряжения	50
14. Поперечное сужение	53
15. Деформации в случае растяжения или сжатия по двум взаимно перпендикулярным направлениям	54
16. Чистый сдвиг	57
17. Допускаемые напряжения при сдвиге	61
18. Растяжение или сжатие по трем взаимно перпендикулярным направлениям	63
Глава III. Изгибающий момент и поперечная сила	67
19. Типы балок	67
20. Изгибающий момент и поперечная сила	68
21. Зависимость между изгибающим моментом и поперечной силой	72
22. Эпюры изгибающих моментов и поперечных сил	74
Глава IV. Напряжения в поперечно нагруженных симметричных балках	85
23. Чистый изгиб	85
24. Различные формы поперечных сечений балок	91
25. Общий случай изгиба поперечно нагруженных симметричных балок	96
26. Касательные напряжения при изгибе	102
27. Распределение касательных напряжений в случае кругового поперечного сечения	108
28. Распределение касательных напряжений в двутавровых балках	110

29. Главные напряжения при изгибе	113
30. Напряжения в составных балках	117
Глава V. Изогнутая ось балки	123
31. Дифференциальное уравнение изогнутой оси	123
32. Изгиб балки равномерно распределенной нагрузкой	125
33. Прогиб свободно опертой балки, нагруженной сосредоточенным грузом	128
34. Определение прогибов при помощи эпюры изгибающих моментов.	131
35. Определение прогиба консоли графоаналитическим методом	133
36. Определение прогиба свободно опертой балки графоаналитическим методом	137
37. Метод сложения действия сил	143
38. Прогиб балок с консолями	148
39. Влияние поперечных сил на прогиб балок	150
Глава VI. Статически неопределимые задачи при изгибе	155
40. Лишние закрепления	155
41. Балка заделанная одним концом и опертая другим	158
42. Балка с двумя заделанными концами	162
43. Рамы	165
44. Балки на трех опорах	172
45. Неразрезные балки	175
Глава VII. Симметричные балки переменного поперечного сечения. Балки из двух материалов	181
46. Балки переменного поперечного сечения	181
47. Симметричные балки из двух различных материалов	187
48. Железобетонные балки	190
49. Касательные напряжения в железобетонных балках	193
Глава VIII. Изгиб балок в плоскости, которая не является плоскостью симметрии	194
50. Чистый изгиб в плоскости, которая не является плоскостью симметрии	194
51. Изгиб балок, имеющих две плоскости симметрии	198
52. Изгиб балок в главной плоскости, которая не является плоскостью симметрии	200
Глава IX. Одновременное действие изгиба и растяжения или сжатия. Теория продольного изгиба	208
53. Изгиб, сопровождаемый растяжением или сжатием	208
54. Внецентренная нагрузка короткой стойки	212
55. Ядро сечения	215
56. Внецентренное сжатие гибкой симметричной колонны	219
57. Критическая нагрузка	223
58. Критическое напряжение. Расчет колонн	227
59. Расчет колонн на основании предполагаемых неточностей	232
60. Эмпирические формулы для расчета колонн	234
Глава X. Кручение и одновременное действие изгиба и кручения	238
61. Кручение круглого стержня	238
62. Кручение полого вала	243
63. Вал прямоугольного поперечного сечения	245
64. Винтовая пружина с малым шагом витков	246
65. Одновременное действие изгиба и кручения. Изгиб и кручение валов круглого поперечного сечения	250

Глава XI. Энергия деформации и удар	255
66. Энергия упругой деформации при растяжении	255
67. Растяжение, вызываемое ударом	258
68. Энергия упругой деформации при сдвиге и кручении	264
69. Энергия упругой деформации при изгибе	267
70. Изгиб, вызываемый ударом	271
71. Общее выражение энергии деформации	275
72. Теорема Кастилиано	277
73. Деформация ферм	283
74. Приложение теоремы Кастилиано к решению статически неопредели- мых задач	287
75. Теорема о взаимности работ и перемещений	296
76. Исключительные случаи	303
Глава XII. Кривые брусья	305
77. Чистый изгиб кривых брусьев	305
78. Изгиб кривых брусьев силами, действующими в плоскости симмет- рии	309
79. Частные случаи изгиба кривых брусьев	310
80. Деформация кривых брусьев	317
81. Двухшарнирная арка	331
82. Напряжения в ободе махового колеса	334
83. Уравнение изогнутой оси для бруса с круговой осью	337
84. Изгиб кривых труб	340
85. Изгиб кривого бруса не в плоскости его начальной кривизны	345
Приложение А. Моменты инерции плоских фигур	350
I. Момент инерции плоской фигуры относительно оси, лежащей в ее плоскости	350
II. Полярный момент инерции плоской фигуры	352
III. Теорема о параллельном переносе осей	354
IV. Центробежный момент инерции. Главные оси	355
V. Изменение направления осей. Определение главных осей	357
Предметный указатель	360

ИЗ ПРЕДИСЛОВИЯ К ПЕРВОМУ АМЕРИКАНСКОМУ ИЗДАНИЮ

В настоящее время происходит решительный перелом во взглядах конструкторов на применение аналитических методов при решении технических задач. Проектирование уже не основывается преимущественно на эмпирических формулах. Значение аналитических методов, увязанных с лабораторными исследованиями, при решении технических задач ныне является общепризнанным.

Типы машин и сооружений изменяются очень быстро, особенно в новых областях промышленности, вследствие чего мы не располагаем достаточным количеством времени для накопления необходимых данных практики. Размеры и стоимость сооружений постоянно увеличиваются, что заставляет предъявлять более строгие требования к надежности конструкции. В условиях конкуренции все более возрастает значение экономического фактора при проектировании. Конструкция должна быть достаточно прочна и долговечна и, вместе с тем, должна быть спроектирована с наибольшей экономией в материале. При таких условиях задача конструктора становится чрезвычайно трудной. Уменьшение веса влечет увеличение допускаемых напряжений, которые могут быть приняты как безопасные только на основании тщательного анализа распределения напряжений в конструкции и опытных исследований механических свойств применяемых материалов.

Цель этой книги — изложить вопросы данного курса таким образом, чтобы внимание студента было сосредоточено на практических приложениях теории сопротивления материалов. Если это удастся и в результате появится более тесное взаимоотношение между наукой о сопротивлении материалов и техническим проектированием, то будет сделан значительный шаг вперед.

Книга разделена на два тома. Первый том содержит главным образом материал, обычно помещаемый в обязательных курсах сопротивления материалов в американских технических школах. Отделы, выходящие за рамки обычных курсов и представляющие интерес преимущественно для аспирантов и инженеров-исследователей, собраны во втором томе. Последний содержит также новые исследования практической важности в области сопротивления материалов.

При составлении первого тома сопротивления материалов было обращено внимание на возможное упрощение всех выводов, чтобы студент с обычной математической подготовкой был в состоянии читать их без затруднения. Например, при выводе теории изогнутой оси балки был широко использован *графоаналитический метод*. Таким образом было достигнуто значительное упрощение при выводе прогибов балок для различных условий нагружения и закрепления опор. При разборе статически неопределимых систем был применен *метод сложения действия сил*, который оказывается весьма удобным при изложении таких задач, как неразрезные балки и рамы. Для объяснения сложных напряжений и вывода главных напряжений был использован *круг Мора*, значительно упрощающий изложение этой части теории.

Применяя эти методы, упрощающие изложение, автор смог сжать материал и разобрать некоторые вопросы, выходящие за пределы обычных курсов. Например, при исследовании кручения рассмотрено скручивание прямоугольных стержней и прокатных сечений, как-то: уголков, швеллеров и двутавровых балок. Подробно разобраны деформации и напряжения в винтовых рессорах. В теории изгиба разобран случай несимметричных сечений; определен и объяснен *центр скручивания* и рассмотрено влияние поперечной силы на прогиб балок. Дана общая теория изгиба балок, материал которых не следует закону Гука; она применена к изгибу балок за пределом текучести. Рассмотрен изгиб железобетонных балок. При исследовании одновременного действия изгиба и растяжения или сжатия рассмотрено влияние прогибов на изгибающий момент и выяснен предел применимости метода сложения действия сил. При изложении одновременного действия изгиба и кручения разобраны прямоугольные и эллиптические поперечные сечения, а также в качестве приложения дан расчет коленчатых валов. Значительное место в книге отведено методам решения задач упругости, основанным на рассмотрении энергии деформации упругих тел. Эти методы применены при исследовании статически неопределимых систем. Рассмотрены также напряжения, вызываемые ударом. Все эти вопросы более сложного характера напечатаны мелким шрифтом и могут быть опущены при первом чтении книги.

Книга иллюстрирована большим числом задач, к которым приложены решения. Во многих случаях задачи выбраны так, чтобы расширить область, охватываемую текстом, и иллюстрировать приложение теории к решению задач проектирования. Можно надеяться, что эти задачи будут интересны для учебных целей, а также полезны для конструкторов.

ИЗ ПРЕДИСЛОВИЯ КО ВТОРОМУ АМЕРИКАНСКОМУ ИЗДАНИЮ

При подготовке второго издания этой книги усилие было направлено к тому, чтобы приспособить книгу к учебным требованиям технических школ США.

С этой целью часть материала более сложного характера, который содержался в предыдущем издании этого тома, была удалена и будет включена во второй том нового издания. В то же время некоторые сведения, которые были лишь кратко рассмотрены в первом издании, были расширены с намерением сделать книгу более доступной для начинающего. По этой причине глава II, излагающая сложные напряжения, была полностью переработана. Часть книги, излагающая эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, была расширена и было добавлено значительное количество материала по определению изогнутой оси балки методом интегрирования. Рассмотрение теории продольного изгиба и ее применение было включено в главу VIII, так как этот вопрос обычно излагается в обязательных курсах сопротивления материалов. Было сделано несколько добавлений к главе X, излагающей приложение метода энергии деформации к решению статически неопределенных задач. Добавленно много новых задач, которые могут быть полезны для аудиторной и домашней работы.

Можно надеяться, что при сделанных изменениях книга окажется более удовлетворительной для усвоения курса сопротивления материалов и что она даст лучшее основание для изучения более сложного материала, рассматриваемого во втором томе.

С. Тимошенко

ИЗ ПРЕДИСЛОВИЯ К ТРЕТЬЕМУ АМЕРИКАНСКОМУ ИЗДАНИЮ

В третье издание этой книги добавлено значительное число новых задач и включены ответы ко многим старым задачам. Книга расширена путем добавления двух новых глав, а именно главы VIII, излагающей изгиб балок в плоскости, не являющейся плоскостью симметрии, и главы XII об изгибе кривых брусьев. В главе VIII введено понятие о центре сдвига, которое имеет большое практическое значение для тонкостенных конструкций. В главе XII изложен материал о кривых брусьях, который прежде помещался во второй части этой книги. Этот материал был полностью переработан, причем были добавлены новые сведения.

Станфордский университет
25 марта 1955 г.

С. Тимошенко

ОБОЗНАЧЕНИЯ

- α — угол, коэффициент линейного температурного расширения, числовой коэффициент
- β — угол, числовой коэффициент
- γ — относительный сдвиг, вес единицы объема
- Δ — относительное объемное расширение, приращение
- Δl — полное удлинение, полный прогиб, расстояние
- ε — относительное удлинение или укорочение
- $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ — относительные удлинения по направлениям осей x, y, z
- θ — угол, угол закручивания на единицу длины вала
- μ — коэффициент Пуассона
- σ — нормальное напряжение
- $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные напряжения
- σ_n — нормальное напряжение по плоскости, перпендикулярной направлению n
- $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ — нормальные напряжения по плоскостям, перпендикулярным осям x, y и z
- $\sigma_{\text{пч}}$ — предел прочности
- $[\sigma]$ — допускаемое напряжение
- σ_T — предел текучести
- $\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ — касательные напряжения по плоскостям, перпендикулярным к осям y, z и x и параллельным осям x, y и z
- $[\tau]$ — допускаемое напряжение на сдвиг
- τ_T — предел текучести при сдвиге
- φ — угол
- ω — угловая скорость
- a, b, c, d — расстояния
- C — жесткость при кручении, постоянная интегрирования
- D, d — диаметры
- E — модуль упругости при растяжении (сжатии)
- F — площадь поперечного сечения
- G — модуль упругости при сдвиге
- H — горизонтальная сила
- h — высота, толщина
- J_p — полярный момент инерции площади

- J_y, J_z — моменты инерции площади относительно осей y и z
 J_{yz} — центробежный момент инерции площади относительно осей y и z
 i_y, i_z — радиусы инерции площади относительно осей y и z
 K — объемный модуль упругости
 k — коэффициент безопасности, постоянная пружины, числовой коэффициент
 l — длина, пролет
 M — изгибающий момент
 M_k — крутящий момент
 N — продольная сила, мощность в лошадиных силах
 n — число оборотов в минуту, нормаль к плоскости
 P — сосредоточенная сила
 p — распределенная нагрузка на единицу площади (давление)
 Q — поперечная сила, груз, собственный вес
 q — распределенная нагрузка на единицу длины (интенсивность распределенной нагрузки)
 R — реакция, сила, радиус
 r — радиус, радиус кривизны
 S — продольное усилие в стержне
 t — температура, толщина
 U — энергия деформации
 u — прогиб, расстояние, перемещение
 V — объем
 v — скорость, прогиб, расстояние, перемещение
 W — момент сопротивления при изгибе
 W — момент сопротивления при кручении
 X, Y, Z — продольные усилия в стержнях, неизвестные реакции
 x, y, z — прямоугольные координаты
-

ГЛАВА I

РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ В ПРЕДЕЛАХ УПРУГОСТИ

1. Упругость

Материал тела состоит из малых частиц или молекул, между которыми действуют силы. Эти молекулярные силы оказывают сопротивление внешним силам, которые стремятся произвести изменение формы тела. Под действием внешних сил частицы тела перемещаются, и перемещения продолжаются до тех пор, пока не установится равновесие между внешними и внутренними силами. В таком случае тело находится в *деформированном состоянии*. Во время деформации внешние силы, действующие на тело, производят работу, и эта работа превращается полностью или частично в *потенциальную энергию деформации*. Часовая пружина является примером такого накопления потенциальной энергии в деформированном теле. Если силы, которые произвели деформацию, затем постепенно уменьшаются, то тело вполне или отчасти возвращается к своей первоначальной форме, и во время этой обратной деформации потенциальная энергия деформации, которая была накоплена в теле, может быть возвращена в форме внешней работы.

Рассмотрим, например, призматический стержень, нагруженный на конце, как показано на рис. 1 ¹⁾. Под действием этого груза будет иметь место некоторое удлинение. Точка приложения груза будет перемещаться вниз, и во время этого движения грузом будет совершена положительная работа. Если груз уменьшается, то удлинение стержня также уменьшается, нагруженный конец стержня перемещается вверх, и потенциальная энергия деформации превращается в работу, необходимую для перемещения груза вверх.

Свойство тел возвращаться к своей первоначальной форме после удаления нагрузки называется *упругостью*. Тело *совершенно упруго*, если оно после разгрузки восстанавливает свою первоначальную форму; оно *частично упруго*, если деформация, произведенная внешними силами, не исчезает полностью после разгрузки. В случае совершенно упругого тела работа, произведенная внешними силами,

¹⁾ Предполагается, что груз действует по оси стержня, т. е. по линии, проходящей через центры тяжести поперечных сечений.

во время деформации должна превратиться в потенциальную энергию деформации ¹⁾. В случае частично упругого тела часть работы, совершенной внешними силами во время деформации, рассеется в форме теплоты, которая развивается в теле при неупругой деформации. Опыты показывают, что такие строительные материалы, как сталь, дерево и камень, могут рассматриваться как совершенно упругие в некоторых пределах, которые зависят от свойств материала. При условии, что внешние силы, действующие на сооружение, известны, основной задачей для конструктора является установление таких размеров в частях сооружения, чтобы последнее при всех условиях службы приближалось к совершенно упругому телу. Только при таких условиях мы будем иметь продолжительную службу сооружения без какой-либо остаточной деформации его частей.

2. Закон Гука

Непосредственными опытами над растяжением призматических стержней (рис. 1) было установлено для многих строительных материалов, что в некоторых пределах удлинение стержня пропорционально растягивающей силе. Это простое линейное соотношение между силой и удлинением, которое она вызывает, впервые было сформулировано английским ученым Робертом Гуком ²⁾ в 1678 г. и носит его имя. При помощи обозначений:

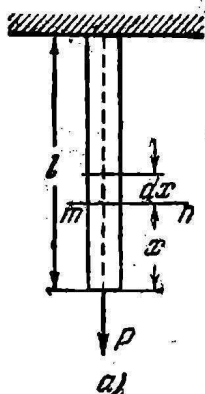


Рис. 1.

P — сила, вызывающая растяжение стержня,

l — длина стержня,

F — площадь поперечного сечения стержня,

Δl — полное удлинение стержня,

E — упругая постоянная материала, называемая *модулем упругости* при растяжении,

экспериментальный закон Гука можно выразить следующим уравнением:

$$\Delta l = \frac{Pl}{EF}. \quad (1)$$

Удлинение стержня пропорционально растягивающей силе и длине стержня и обратно пропорционально площади поперечного сечения и модулю упругости. При производстве испытаний на растяжение обыкновенно принимаются все меры предосторожности к тому, чтобы обеспечить центральное приложение растягивающей

¹⁾ При этом рассмотрении пренебрегается малыми температурными изменениями, которые обычно сопровождают упругую деформацию, и соответствующим тепловым обменом со средой (см. часть II).

²⁾ Robert Hooke, De Potentia restitutiva, London, 1678.