

**Д. Бом**

# **Квантовая теория**

**Москва**  
**«Книга по Требованию»**

УДК 53  
ББК 22.3  
Д11

Д11 **Д. Бом**  
Квантовая теория / Д. Бом – М.: Книга по Требованию, 2024. – 724 с.

**ISBN 978-5-458-33126-5**

2-ое издание. В книге систематически изложена нерелятивистская квантовая механика. Автор детально разбирает физическое содержание и подробно рассматривает математический аппарат одного из самых важных разделов современного естествознания — атомной теории. Книга написана простым и доходчивым языком. Все это делает книгу очень полезной для читателя, начинаящего знакомиться с квантовой механикой. Рассчитана на инженеров и научных работников, а также на студентов и аспирантов, специализирующихся в области физики и физико-химии.

**ISBN 978-5-458-33126-5**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2024  
© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



## ИЗ ПРЕДИСЛОВИЯ АВТОРА

Квантовая теория является результатом длительных и успешных попыток физиков правильно истолковать чрезвычайно обширную область опытных данных, к объяснению которых существовавшая ранее классическая теория не смогла даже приступить. Однако это не означает, что квантовая теория дает радикальное изменение не только содержания научных знаний, но также и основных понятий, с помощью которых эти знания выражаются. Возможно, подлинная степень этих изменений основных понятий затемняется контрастом между относительно наглядными и легко изображаемыми представлениями, которыми всегда пользуются в классической теории, и очень абстрактной математической формой, в которой получила свое первоначальное развитие квантовая механика. Контраст при этом настолько велик, что значительное число физиков пришло к следующему выводу: нужно отказаться от мысли понять квантовые свойства материи в привычных образах и удовлетвориться только последовательным математическим формализмом, который может некоторым мистическим путем правильно предсказывать численные результаты фактических экспериментов. Тем не менее с дальнейшим развитием физического истолкования теории (главным образом в результате работ Нильса Бора) в конце концов стало возможным выразить результаты квантовой теории с помощью качественных и сравнительно наглядных представлений, которые, однако, имеют совершенно иную природу, чем представления классической теории. Главной задачей этой книги и является дать такую сравнительно элементарную формулировку квантовой теории.

Точное содержание новых квантовомеханических понятий будет излагаться на протяжении всей книги, особенно в гл. 6, 7, 8, 22 и 23, но наиболее важные изменения понятий можно кратко привести и здесь. Во-первых, классическое понятие о непрерывной и точно определенной траектории в корне изменяется введением описания движения в виде ряда квантовых переходов. Во-вторых, грубый детерминизм классической теории заменяется понятием причинности как приблизительной и статистической закономерности. В-третьих, классическое допущение, что элементарные частицы имеют «присущую

им» неизменную природу, заменяется допущением, что они могут проявлять себя или как волны, или как частицы в зависимости от воздействия окружающей среды. Применение этих трех новых представлений приводит к отказу от допущения, которое лежит в основе многих наших обычных высказываний и представлений, а именно, что можно анализировать отдельные части вселенной, каждая из которых существует самостоятельно, но которые при совместном действии в соответствии с точными причинными законами образуют целое. Вместо этого по квантовым понятиям вселенная существует как единое неделимое целое, в котором даже «внутренняя» природа каждой части (волны или частицы) зависит в некоторой степени от ее взаимоотношения с окружающей средой. Однако только в микроскопических (или квантовых) масштабах неделимость целого различных частей вселенной дает значительные эффекты, тогда как в макроскопических (классических) масштабах отдельные части с очень высокой степенью приближения действуют так, как если бы они имели полностью самостоятельное существование.

Автор стремился изложить основные представления квантовой теории в нематематической форме. Однако опыт показывает, что необходима некоторая доза математики, чтобы выразить эти представления в более определенной форме и чтобы показать, как решаются типичные задачи квантовой теории. Поэтому книга построена так, что большое количество частных применений с подробными решениями дополняет основные качественные и физические представления о главных принципах теории.

В соответствии с только что указанным общим планом необычным является особое внимание к вопросу (особенно в части I), как можно естественным путем построить квантовую теорию из ранее существовавшей классической теории и как постепенно экспериментальные факты и теоретические соображения привели к замене классической теории квантовой. Идя таким путем, мы избежали необходимости введения основных принципов квантовой теории в виде полной системы абстрактных математических постулатов, подтверждаемых только тем фактом, что сложные вычисления, основанные на этих постулатах, могут совпасть с экспериментом. Хотя принятное в этой книге изложение, возможно, и не столь изящно математически, как аксиоматическое изложение, но оно имеет тройное преимущество. Во-первых, оно более ясно показывает, почему требуется столь радикально новый тип теории. Во-вторых, оно позволяет лучше уяснить физический смысл теории. В-третьих, оно более гибкое по структуре своих понятий, ибо в этом случае легче увидеть, как можно сделать небольшие изменения в теории, если не получается немедленно полного согласия с экспериментом.

Хотя качественный и физический анализ квантовой теории проводится главным образом в частях I и VI, но на протяжении всей

книги автор стремился систематически объяснять результаты математических вычислений с помощью качественных и физических представлений. Кроме того, мы надеемся, что математика здесь достаточно упрощена, чтобы дать возможность читателю следить за общей линией рассуждений, не проводя слишком много времени над разбором математических вычислений. Наконец, следует отметить, что относительное уменьшение акцента на математический аппарат теории не ставило своей целью уменьшить количество размышлений, необходимых для полного понимания теории. Наоборот, мы надеемся, что у читателя будет стимул к более глубокому продумыванию, и он усвоит более общую точку зрения, которая послужит ему для ориентации при дальнейшем изучении этой интереснейшей области науки.

Значительная часть материала этой книги была составлена по лекциям профессора Оппенгеймера, читанным им в Калифорнийском университете в Беркли, и по замечаниям к этим лекциям профессора Петерса. Лекции Нильса Бора «Атомная теория и описание природы» сыграли решающую роль в общем философском обосновании, необходимом для правильного понимания квантовой теории.

*Давид Бом*

## ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$\nu$ — линейная частота	$v_g$ — групповая скорость
$\omega = 2\pi\nu$ — циклическая частота	$v_p$ — фазовая скорость
$c$ — скорость света	$\psi(\mathbf{r})$ — волновая функция
$T$ — температура или коэффициент прозрачности	$\varphi(\mathbf{k})$ — волновая функция (импульсное представление)
$\chi$ — постоянная Больцмана	$E$ — энергия
$h$ — постоянная Планка	$\mathbf{S}$ — ток вероятности, вектор Пойнтинга-Умова
$\hbar$ — постоянная Дирака	$S(r, t, E)$ — функция действия
$\mathcal{E}$ — напряженность электрического поля	$O, O^*$ — символ произвольного оператора
$\mathcal{H}$ — напряженность магнитного поля	$\overline{F}$ — средняя флуктуация
$d\tau, d\mathbf{r}$ — элемент объема	$C_{nm}$ — функция корреляции
$t$ — время	$\delta(r)$ — дельта-функция Дирака
$\mathbf{i}$ — вектор плотности тока	$Ze$ — заряд ядра
$\rho$ — плотность заряда	$h_n(y)$ — полином Эрмита-Чебышева
$\mathbf{A}$ — вектор-потенциал	$\Omega$ — угловая часть оператора Лапласа
$\varphi$ — скалярный потенциал, азимут	$Y(\theta, \varphi)$ — шаровая функция
$\mathbf{k}$ — волновой вектор	$\mathbf{L} = [\mathbf{r}, p]$ — момент количества движения
$M$ — масса протона	$p_r$ — радиальный импульс
$\mathbf{p}(p_1, p_2, p_3)$ — вектор импульса	$m$ — магнитное квантовое число
$\mathbf{q}(q_1, q_2, q_3)$ ,	$l$ — орбитальное квантовое число
$\mathbf{r}(x, y, z)$ — радиус-вектор	$P_l(\zeta)$ — полином Лежандра
$H$ — гамильтониан	$P_l^m(\zeta)$ — присоединенная функция Лежандра
$W, R, P$ — символы вероятности	$L_r(\rho)$ — полином Лагерра
$\mathbf{F}$ — сила	$L_r^s(\rho)$ — присоединенная функция Лагерра
$\tau = \frac{2\pi}{\omega}$ — период	$(a_{mn})$ — символ матрицы
$J$ — переменная действия	$\delta_{ji}$ — символ Кронекера
$V(\mathbf{q}), V(x)$ — потенциальная энергия	$\sigma$ — поперечное сечение
$e$ — заряд электрона	$J_n(kr)$ — функция Бесселя
$Z$ — порядковый номер элемента	$S(\theta)$ — интегральное поперечное сечение
$R$ — постоянная Ридберга или отражательная способность	$q(\theta)$ — дифференциальное поперечное сечение
$a_0$ — радиус боровской орбиты	$\mu$ — магнетон Бора
$n$ — главное квантовое число	
$I$ — интенсивность излучения	
$n(\lambda)$ — показатель преломления	

# ЧАСТЬ I

## ФИЗИЧЕСКОЕ СОДЕРЖАНИЕ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ

---

Необходимо отметить две особенности современной квантовой теории. Во-первых, она содержит ряд физических представлений, которые совершенно не похожи на большинство наших повседневных представлений, а также на большинство опытов макроскопической физики. Во-вторых, математический аппарат, необходимый для применения этой теории, даже в простейших случаях значительно сложнее аппарата, используемого в соответствующих задачах классической физики. Последнее обусловлено стремлением представить квантовую теорию как нечто неотделимое от математических задач, которые возникают при ее применении. Такой подход можно уподобить тому, как если бы при изучении элементарной физики начали трактовать законы движения Ньютона как задачу теории дифференциальных уравнений. В книге особое внимание уделяется изложению основных физических принципов, полезных не только тогда, когда необходимо применить теоретические представления к новой проблеме, но также и в тех случаях, когда желательно выяснить общие свойства математических решений, не прибегая к подробным вычислениям. Изложение специального математического аппарата, необходимого для получения количественных результатов в сложных задачах, должно в основном приводиться или в математических курсах, или в специальных курсах, связанных с математическим аппаратом квантовой теории. Однако совершенно невозможно последовательно изложить квантовую теорию без использования методов разложения в ряд Фурье. Поэтому предполагается, что читатель в основном знаком с соответствующим разделом курса математического анализа.

В первой части очень большое внимание уделяется изложению ранних этапов развития квантовой теории, начиная с классической теории, а также описанию специальных опытов, которые привели к замене классической теории квантовой. Эти опыты излагаются не в историческом, а скорее в логическом порядке. Исторический порядок изложения включал бы много несущественных моментов, которые могли бы завуалировать внутреннее единство, присущее квантовой теории. В книге изложение экспериментальных фактов и теории ведется таким образом, чтобы подчеркнуть это единство

и показать, что каждый новый этап развития квантовой теории или непосредственно вытекает из опыта, или же логически следует из предыдущих этапов теории. Такое изложение помогает показать, что квантовая теория вовсе не чужда привычным представлениям и не похожа на собрание неких произвольных предположений, подтверждаемых лишь тем обстоятельством, что результаты ее малопонятных математических вычислений случайно совпали с опытом.

Для того чтобы изложение теории не было слишком абстрактным для начинающих читателей, в книге дается полное описание связей между квантовой теорией и предшествовавшей ей классической теорией. Где только это возможно, содержание квантовой теории иллюстрируется с помощью простых физических понятий. Кроме того, в последней главе части I указывается обширная область повседневных опытов, на примере трактовки которых можно постепенно убедиться в большей правильности квантово-теоретических представлений по сравнению с классическими. В этой главе также детально обсуждаются некоторые философские следствия квантовой теории, и показано, что они приводят к значительным изменениям нашего общего взгляда на вселенную по сравнению с тем, который выработался классической теорией.

Читатель заметит, что в книге имеется много задач, которые следует считать частью текста, так как получаемые в них результаты часто используются при изложении основных представлений теории. Обычно можно понять эти результаты и без подробного решения задач, но мы рекомендуем читателю прорешать их. Основное назначение задач сводится к тому, чтобы заставить читателя конкретнее мыслить о только что обсуждавшемся предмете и тем облегчить ему понимание.

Работы [1—14] списка литературы непосредственно относятся к различным частям этой книги и могут быть полезны читателю.

## ГЛАВА I

### ВОЗНИКОВЕНИЕ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ

#### Закон Рэлея — Джинса

**1. Равновесное излучение абсолютно черного тела.** Исторически квантовая теория возникла при попытке расчета равновесного распределения электромагнитного излучения полости. Поэтому мы начнем с краткого описания основных свойств этого излучения. Энергия излучения возникает в стенках полости, непрерывно испускающих волны всевозможных частот и направлений, интенсивность которых очень быстро возрастает с повышением температуры. Однако

количество энергии излучения в полости не возрастает со временем безгранично, так как процесс испускания компенсируется процессом поглощения, который идет со скоростью, пропорциональной интенсивности излучения, уже существующего в полости. В состоянии термодинамического равновесия количество энергии  $U(\nu)d\nu$ , заключенное в интервале частот между  $\nu$  и  $\nu + d\nu$ , определяется равенством интенсивностей испускания и поглощения энергии этой частоты стенками полости. И экспериментально, и теоретически [11] было показано, что после достижения равновесия энергия  $U(\nu)$  зависит только от температуры стенок и не зависит ни от природы вещества, из которого сделаны стенки, ни от их конструкции [71\*].

В стенке полости сделаем отверстие для наблюдения излучения. Если это отверстие очень мало по сравнению с размерами полости, то оно приведет к ничтожному изменению в распределении энергии излучения внутри полости. Тогда легко показать, что интенсивность выходящего из отверстия излучения, приходящегося на единицу телесного угла, равна  $I(\nu) = \frac{c}{4\pi} U(\nu)$ , где  $c$  — скорость света \*).

Измерениями было обнаружено, что при определенной температуре функция  $U(\nu)$  соответствует кривой, изображенной на рис. 1 непрерывной линией. При низких частотах энергия пропорциональна  $\nu^2$ , а при высоких она падает экспоненциально с ростом частоты. С увеличением температуры максимум этой кривой смещается в сторону больших частот; этим объясняется изменение цвета излучения, когда источник его нагревается.

На основе термодинамических соображений [11] Вин показал, что функция распределения энергии по частотам должна иметь следующий вид:  $U(\nu) = \nu^3 f(\nu/T)$ . Однако вид функции  $f$  уже нельзя определить только из одних термодинамических соображений. Вин получил довольно хорошее, хотя и неидеальное согласие с эмпирической кривой при помощи формулы

$$U(\nu)d\nu \sim \nu^3 e^{-h\nu/kT} d\nu \quad (\text{закон Вина}). \quad (1.1)$$

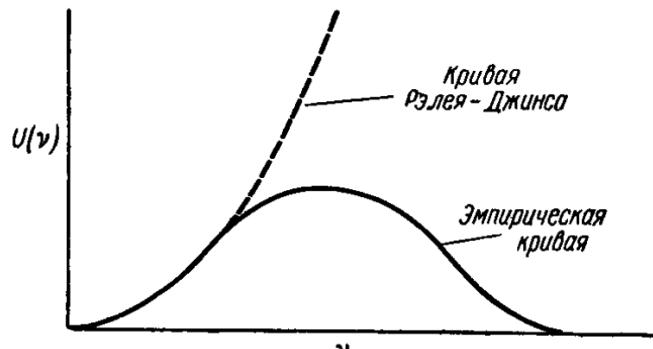


Рис. 1.

\*) Вывод этой формулы, а также более полные сведения об излучении абсолютно черного тела в [11, 71\*]. Термин «абсолютно черное тело» возник потому, что излучение, выходящее из отверстия в такой полости, идентично излучению идеально черного тела.

Здесь  $\kappa$  — постоянная Больцмана, а  $h$  — экспериментально определяемая постоянная (позже будет показано, что это известный квант действия \*)).

С другой стороны, классическая электродинамика приводила к вполне определенному, но совершенно неправильному выражению для функции  $U(v)$ . Эта теоретическая формула, которая будет выведена ниже, имеет вид

$$U(v)dv \sim \kappa T v^2 dv \quad (\text{закон Рэлея — Джинса}). \quad (1.2)$$

Из рис. 1 видно, что закон Рэлея — Джинса совпадает с опытом при низких частотах, но предсказывает слишком большую интенсивность излучения в области высоких частот. Действительно, если произвести интегрирование по всем частотам, чтобы найти полную энергию, то мы приходим к расходящемуся результату, т. е. к абсурдному выводу, что в полости заключена бесконечно большая энергия. Экспериментальная кривая начинает заметно отклоняться от закона Рэлея — Джинса, когда величина  $hv$  становится порядка  $\kappa T$ . Следовательно, нужно пытаться построить такую теорию, которая приводит к классическим результатам для области  $hv < \kappa T$ , но отличается от классической теории при более высоких частотах.

Однако, прежде чем переходить к обсуждению путей, по которым должна быть изменена классическая теория, полезно детально исследовать вывод закона Рэлея — Джинса. Это позволит нам не только более подробно ознакомиться с теми явлениями, при попытках объяснения которых потерпела неудачу классическая физика, но также и ввести некоторые классические физические представления, которые окажутся весьма полезными для понимания квантовой теории. Кроме того, использование метода разложения в ряд Фурье для решения этих классических задач будет являться некоторой подготовкой для его дальнейшего применения в задачах квантовой теории.

**2. Электромагнитная энергия.** Согласно классической электродинамике, пустое пространство \*\*), содержащее электромагнитное излучение, обладает энергией. В действительности эта лучистая энергия ответственна за способность пустой полости поглощать тепло. Эту энергию легко выразить через напряженности электрического  $\mathcal{E}(x, y, z, t)$  и магнитного  $\mathcal{H}(x, y, z, t)$  полей, а именно (см. [11], гл. 2; [71\*], т. I, гл. VI):

$$E = \frac{1}{8\pi} \int (\mathcal{E}^2 + \mathcal{H}^2) d\tau; \quad (1.3)$$

\*) Вин фактически ввел не постоянную Планка  $h$ , а постоянную  $h/\kappa$ .

\*\*) Здесь термин «пустое пространство» следует понимать как пространство, лишенное материи в форме вещества, построенного из атомов. — Прим. ред.

здесь  $d\tau = dx dy dz$  — элемент объема, а интегрирование проводится по всему пространству, занятому электрическим и магнитным полями.

Наша задача заключается в определении характера распределения этой энергии по различным частотам, существующим в полости при данной температуре стенок. Прежде всего воспользуемся методом разложения в ряд Фурье для электромагнитных полей и выразим энергию в виде суммы составляющих для каждой частоты. Поступив так, мы увидим, что поле излучения во всех отношениях ведет себя как собрание простых гармонических осцилляторов, так называемых «осцилляторов излучения». К этим осцилляторам можно применить статистическую механику и определить среднюю энергию каждого осциллятора, когда он находится в равновесии со стенками полости при температуре  $T$ . В итоге мы определим число осцилляторов, находящихся в данной области частот, и, умножая это число на среднюю энергию одного осциллятора, получим равновесную энергию, соответствующую этой частоте, т. е. закон Рэлея — Джинса.

**3. Электромагнитные потенциалы.** Начнем с краткого обзора электродинамики. Дифференциальные уравнения в частных производных электромагнитного поля, согласно Максвеллу, имеют вид

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t}, \quad (1.4)$$

$$\text{div } \mathcal{H} = 0, \quad (1.5)$$

$$\text{rot } \mathcal{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + 4\pi \mathbf{j}, \quad (1.6)$$

$$\text{div } \mathbf{E} = 4\pi\rho, \quad (1.7)$$

где  $\mathbf{j}$  — плотность тока, а  $\rho$  — плотность электрического заряда. Из уравнений (1.4) и (1.5) следует, что в самом общем случае напряженности электрического и магнитного полей могут быть выражены через векторный и скалярный потенциалы  $\mathbf{A}$  и  $\varphi$  следующими формулами:

$$\mathcal{H} = \text{rot } \mathbf{A} \quad (1.8)$$

и

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad } \varphi. \quad (1.9)$$

Если  $\mathbf{E}$  и  $\mathcal{H}$  выражены таким образом, то уравнения (1.4) и (1.5) удовлетворяются тождественно, а уравнения для потенциалов  $\mathbf{A}$  и  $\varphi$  получаются подстановкой соотношений (1.8) и (1.9) в уравнения (1.6) и (1.7).

Уравнения (1.8) и (1.9) не определяют однозначно потенциалов через поля. Если, например, добавить произвольный вектор  $-\text{grad } \psi$  к векторному потенциалу, то магнитное поле не изменится, потому что имеет место тождество  $\text{rot } \text{grad } \psi \equiv 0$ . Если одновременно добавить

величину  $\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \psi$  к скалярному потенциалу, то электрическое поле тоже остается неизменным. Итак, мы нашли, что электрические и магнитные поля остаются инвариантными к следующим преобразованиям потенциалов \*):

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A}' &= \mathbf{A} - \operatorname{grad} \psi, \\ \varphi' &= \varphi + \frac{1}{c} \frac{\partial \psi}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (1.10)$$

Формулы (1.10) носят название «калибровочного, или градиентного, преобразования».

Можно воспользоваться инвариантностью полей относительно этих градиентных преобразований для упрощения выражений напряженностей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$ . Обычно потенциалы выбирают так, чтобы удовлетворялось равенство  $\operatorname{div} \mathbf{A} = 0$ . Покажем, что такой выбор всегда возможен. Предположим, что мы имеем дело с произвольными потенциалами  $\mathbf{A}(x, y, z, t)$  и  $\varphi(x, y, z, t)$ . При помощи калибровочных преобразований (1.10) получим новые выражения для потенциалов  $\mathbf{A}'$  и  $\varphi'$ . Для удовлетворения условия  $\operatorname{div} \mathbf{A}' = 0$  надо выбрать функцию  $\psi$  так, чтобы выполнялось равенство

$$\operatorname{div} \mathbf{A} - \nabla^2 \psi = 0 **).$$

Но это условие есть не что иное, как уравнение Пуассона, определяющее искомую величину  $\psi$  через известную функцию  $\operatorname{div} \mathbf{A}$ . Решение этого уравнения всегда можно найти, и оно равно

$$\psi = -\frac{1}{4\pi} \int \int \int \frac{\operatorname{div} \mathbf{A}(x', y', z', t) dx' dy' dz'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}.$$

Таким образом, мы доказали, что всегда возможно подобрать такое калибровочное преобразование, которое позволяет удовлетворить условию  $\operatorname{div} \mathbf{A}' = 0$ .

Покажем теперь, что в *пустом пространстве* выбор условия  $\operatorname{div} \mathbf{A} = 0$  одновременно приводит к равенству  $\varphi = 0$ , что сильно упрощает запись уравнений электрического поля. Чтобы показать это, подставим уравнение (1.9) в (1.7), положив  $\rho = 0$ , так как, согласно условию, в пустом пространстве заряды отсутствуют. В результате получаем

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \operatorname{div} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla^2 \varphi = 0.$$

\*)  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  являются основными физическими величинами, связанными с электромагнитным полем.

\*\*) Здесь и далее  $\nabla^2$  (иначе  $\nabla \nabla$ ,  $\Delta$ ) — оператор Лапласа, его применение к скаляру  $\nabla^2 \psi = \operatorname{div} \operatorname{grad} \psi$ , в декартовых координатах  $\nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}$ . — Прим. ред.