

Н. Жуковский

**Полное собрание
сочинений**

Том 9

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 656
ББК 39.1
Н11

Н11 **Н. Жуковский**
Полное собрание сочинений: Том 9 / Н. Жуковский – М.: Книга по Требованию,
2013. – 450 с.

ISBN 978-5-458-37572-6

ISBN 978-5-458-37572-6

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2013

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2013

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

ОТ РЕДАКЦИИ

Том IX распадается на три отдела: в первом помещены статьи математического характера, во втором — по астрономии и математической физике, в третьем — публичные речи и характеристики работ русских и иностранных ученых, биографии и некрологи.

В статьях „Геометрическое разъяснение некоторых вопросов теории уравнений с частными производными“, „Геометрическое доказательство теорем С. А. Чаплыгина о дифференциальных неравенствах“, „Заметка по вариационному исчислению“, написанных в характерной для Н. Е. Жуковского манере, теоремы и вопросы теории дифференциальных уравнений и вариационного исчисления облекаются в простую геометрическую форму. Две последние работы были напечатаны уже после смерти Н. Е. Жуковского. Работа по вариационному исчислению была проредактирована по рукописи Н. Г. Ченцовым. Доказательство теорем С. А. Чаплыгина было записано Н. Г. Ченцовым по лекции Н. Е. Жуковского в ЦАГИ и затем отредактировано для печати В. П. Ветчинкиным.

В статьях по теоретической астрономии Н. Е. Жуковский останавливается на теории кометных хвостов, на способе Гаусса по определению элементов планетных орбит по трем наблюдениям и на доказательстве теоремы Ламберта, причем и в этих работах он широко пользуется для упрощения задач геометрическим методом.

Астрономические статьи, опубликованные в свое время на французском языке, даны в настоящем издании также и в русском переводе, сделанном проф. А. П. Котельниковым.

К статьям по математической физике относятся две работы: „К вопросу о давлении диэлектрического газа в электрическом поле“ и речь „Старая механика в новой физике“; последняя

предназначалась для университетского акта 12 января 1918 г., но не была прочитана, так как акт не состоялся. Речь эта в несколько расширенном изложении была прочитана затем Н. Е. Жуковским на заседании математического общества 3 марта 1918 г. В печати она появляется впервые в настоящем издании. Обе указанные физические работы были просмотрены для настоящего издания проф. Н. П. Кастериным.

Публикуемые в настоящем томе статьи и речи отражают физико-механические и натур-философские взгляды Н. Е. Жуковского. Бесконечно-далекий по всему складу своей личности и по своему миросозерцанию от позиции „жреца чистой науки“, не устававший подчеркивать неразрывную связь между теорией и практикой, гордившийся своими личными связями с практической инженерией, Н. Е. все же был сыном своего века, и в его высказываниях советский читатель иногда ощущает налет идеализма.

Часть публикуемого материала имеет официально-юбилейное назначение, которое не могло не оставить отпечатка на манере изложения и на характеристике юбиларов. Редакция публикует эти статьи как ценный историко-документальный материал к биографии Н. Е. (помещенной в I томе настоящего издания), характеризующий научные взгляды Н. Е. и их эволюцию, и как материал, не утративший и по сию пору научного интереса.

Некоторые из характеристик научных работ, биографических очерков и некрологов, написанных Н. Е. Жуковским и напечатанных в разное время в различных изданиях, были даны с портретами лиц, которым эти статьи посвящались (С. В. Ковалевская, Ф. А. Слудский, М. В. Остроградский, А. И. Пермяков, О. Лилиенталь, Г. Гельмгольц); эти портреты воспроизводятся и в настоящем издании.

В соответствии с пожеланием редакционной комиссии помещены также портреты Д. И. Менделеева, А. Ю. Давидова, Ньютона, А. Г. Столетова, Н. А. Умова, Ф. Е. Орлова, В. Я. Цингера, В. Г. Ишменецкого, характеристики работ которых или биографии, принадлежащие перу Н. Е. Жуковского, вошли в настоящий том. К сожалению, портрета А. И. Ливенцова разыскать не удалось.

РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ

МАТЕМАТИКА

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ РАЗЪЯСНЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ВОПРОСОВ ТЕОРИИ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ

(1885 г.)

Для разъяснения учащимся главных приемов интегрирования уравнений с частными производными первого порядка, мы излагаем здесь эти приемы в виде решения некоторых геометрических задач.

Задача 1. *Даны направления касательных семейства кривых линий; провести через данную точку пространства поверхность, перпендикулярную этому семейству.*

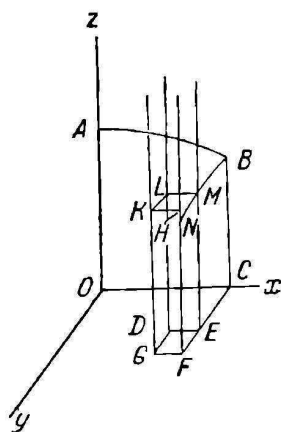
Вообразим прямоугольные оси координат и предположим, что косинусы углов, которые касательная, проведенная через точку (x, y, z) , образует с этими осями, находятся в отношении

$$P:Q:R,$$

где P , Q и R — функции x , y и z .

Прежде чем приступить к решению задачи, определим условие ее возможности.

Начертим (фиг. 1) на плоскости xy бесконечно малый прямоугольник $DEFG$, стороны которого параллельны осям Ox и Oy и равны dx и dy . На этом прямоугольнике, как на основании, построим прямоугольную призму и проведем по ее сторонам непрерывную линию $NMLKH$, ортогональную данному семейству линий. Понятно, что условие возможности нашей задачи состоит в том, чтобы эта линия замыкалась, т. е. чтобы было $NH=0$.



Фиг. 1.

Для определения NH обозначаем через dz , δz , $d'z$, $\delta'z$ бесконечно малые изменения z при переходах: от L к M , от L к K , от K к H и от M к N . Получим:

$$NH = d'z - dz - (\delta'z - \delta z).$$

Но

$$dz = -\frac{P}{R} dx,$$

$$\delta z = -\frac{Q}{R} dy,$$

$$d'z - dz = -\frac{\left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial PQ}{\partial z} \frac{1}{R}\right) R - \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial R Q}{\partial z} \frac{1}{R}\right) P}{R^2} dx dy;$$

$$\delta'z - \delta z = -\frac{\left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial Q P}{\partial z} \frac{1}{R}\right) R - \left(\frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial R P}{\partial z} \frac{1}{R}\right) Q}{R^2} dx dy;$$

поэтому

$$NH = -\frac{dx dy}{R^2} \left[P \left(\frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial y} \right) + Q \left(\frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial z} \right) + \right. \\ \left. + R \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right) \right].$$

Отсюда следует, что искомое условие будет:

$$P \left(\frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial y} \right) + Q \left(\frac{\partial R}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial z} \right) + R \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} \right) = 0. \quad (1)$$

Положим, что это условие удовлетворено, и оси координат взяты так, что точка A , через которую надо провести поверхность, лежит на оси Oz . Проведем сначала через эту точку кривую AB по плоскости xz ортогонально данному семейству линий. Для этого интегрируем дифференциальное уравнение

$$\frac{dz}{dx} = -\frac{P}{R},$$

положив в нем $y=0$. Произвольное постоянное определяем под условием, что при $x=0$, $z=OA$. Пусть найденный интеграл по замене в нем z на c будет:

$$f(x, c) = 0. \quad (2)$$

Через произвольную точку B найденной кривой проведем плоскость параллельно yz и на ней построим кривую BN , ортогональную данному семейству линий. Чтобы найти уравнение этой кривой, интегрируем дифференциальное уравнение:

$$\frac{dz}{dy} = -\frac{Q}{R},$$

считая x постоянным, и определяем произвольное постоянное, полагая при $y=0$, $z=c$. Найдем интеграл:

$$\varphi(x, y, z, c) = 0. \quad (3)$$

Если теперь исключим c из уравнений (2) и (3), то, очевидно, найдем уравнение искомой поверхности.

Называя через dx , dy , dz дифференциалы координат при переходе от одной точки этой поверхности к другой бесконечно близкой и замечая, что элемент дуги, соединяющий эти две точки, должен быть перпендикулярен к касательной данного семейства кривых, найдем уравнение с полными дифференциалами:

$$Pdx + Qdy + Rdz = 0, \quad (4)$$

которому должна удовлетворять наша поверхность. Поэтому решенная нами задача включает в себе способ интегрирования этого уравнения.

Задача 2. *Даны направления касательных семейства кривых линий; провести поверхность, образованную линиями этого семейства, проходящими через точки данной кривой.*

Пусть касательные даны отношением косинусов

$$P:Q:R.$$

Прежде всего определяем уравнения линий данного семейства, интегрируя совместные дифференциальные уравнения:

$$\frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R}.$$

Пусть

$$\left. \begin{aligned} f(x, y, z) &= a, \\ f_1(x, y, z) &= b \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

будут их интегралы. После этого обращаемся к кривой, через которую должна проходить искомая поверхность. Положим, что уравнения кривой суть:

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z) &= 0, \\ \varphi_1(x, y, z) &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Исключив из уравнений (5) и (6) x, y, z , найдем связь между параметрами a и b :

$$a = \Theta(b), \quad (7)$$

которая должна иметь место для всех линий данного семейства, пересекающих кривую (6). Заменяя в уравнении (7) a и b их величинами из уравнений (5), найдем уравнение искомой поверхности.

Если теперь предположим, что это уравнение решено относительно z и назовем через p и q частные производные z по x и y , то направление нормалей поверхности будет определяться отношением косинусов углов:

$$p:q:-1,$$

и так как эти нормали должны быть перпендикулярны касательным семейства линий, то искомая поверхность должна удовлетворять линейному уравнению с частными производными

$$Pp + Qq = R. \quad (8)$$

Найденный способ решения задачи дает нам способ интегрирования этого уравнения.

Задача 3. В каждой точке пространства построен конус; провести через данную кривую поверхность, нормали которой направлены по образующим этих конусов.

Предположим, что косинусы углов образующих конуса находятся в отношении

$$p:q:-1,$$

где p и q связаны уравнением

$$F(p, q, x, y, z) = 0. \quad (9)$$

Восстанавливаем в каждой точке пространства другие конусы:

$$\varphi(p, q, x, y) = 0 \quad (10)$$

и выбираем их так, чтобы образующие, по которым они пересекаются с конусами (9), давали направления касательных семейства линий, к которому можно провести ортогональную поверхность.

Это требует по формуле (1), чтобы величины p и q , определенные из уравнений (9) и (10), удовлетворяли условию:

$$p \frac{\partial q}{\partial z} - q \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0. \quad (11)$$

Подставляем сюда по формулам (9) и (10):

$$\frac{\partial q}{\partial x} = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial p} - \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial p} \right),$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial q} - \frac{\partial F}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial q} \right),$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{1}{\Delta} \frac{\partial F}{\partial z} \frac{\partial \varphi}{\partial q},$$

$$\frac{\partial q}{\partial z} = \frac{1}{\Delta} \frac{\partial F}{\partial z} \frac{\partial \varphi}{\partial p},$$

где

$$\Delta = \frac{\partial F}{\partial p} \frac{\partial \varphi}{\partial q} - \frac{\partial F}{\partial q} \frac{\partial \varphi}{\partial p}.$$

Находим

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial F}{\partial p} - \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial F}{\partial q} + \frac{\partial \varphi}{\partial p} \left(\frac{\partial F}{\partial x} + p \frac{\partial F}{\partial z} \right) + \\ & + \frac{\partial \varphi}{\partial q} \left(\frac{\partial F}{\partial y} + q \frac{\partial F}{\partial z} \right) = 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Это уравнение, из которого z может быть исключено с помощью формулы (9), представляет линейное уравнение с частными производными, из которого можно определить функцию φ .

Для этого надо обратиться к совместным дифференциальным уравнениям:

$$-\frac{dx}{\frac{\partial F}{\partial p}} = -\frac{dy}{\frac{\partial F}{\partial q}} = \frac{dp}{\frac{\partial F}{\partial x} + p \frac{\partial F}{\partial z}} = \frac{dq}{\frac{\partial F}{\partial y} + q \frac{\partial F}{\partial z}}, \quad (13)$$

причем достаточно будет определить только два интеграла этих уравнений

$$\left. \begin{aligned} f(x, y, p, q) &= a, \\ f_1(x, y, p, q) &= b. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Получив эти интегралы, обращаемся к уравнению кривой

$$\left. \begin{aligned} x &= \psi(z), \\ y &= \psi_1(z), \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

через которую должна проходить наша поверхность. Понятно что на этой кривой направление нормали нашей поверхности, вполне определено, так как она должна не только быть направлена по образующей конуса (9), но и должна быть перпендикулярна этой кривой. Таким образом на данной кривой p и q удовлетворяют условию

$$p\psi'(z) + q\psi_1'(z) - 1 = 0. \quad (16)$$

Определяя из уравнений (9), (15) и (16) x, y, p и q , как функции z , и подставляя в уравнения (14), найдем два уравнения, из которых можем исключить z и получить:

$$\Theta(a, b) = 0. \quad (17)$$

Подставляя сюда аргументы a и b из формул (14), найдем искомую нами связь:

$$\varphi(p, q, x, y) = 0,$$

которая вместе с данным уравнением (9) позволит определить для каждой точки направление касательной семейства линий, к которому можно провести ортогональную поверхность. После этого остается только через какую-нибудь точку заданной кривой (15) провести такую ортогональную поверхность, которая и будет искомая.

Если бы мы решили уравнение искомой поверхности относительно z и положили бы

$$\frac{dz}{dx} = p, \quad \frac{dz}{dy} = q,$$