

**Дж В. Стрэтт**

# **Теория звука**

**Том 1**

**Москва  
«Книга по Требованию»**

УДК 53  
ББК 22.3  
Д40

Д40      **Дж В. Стрэтт**  
Теория звука: Том 1 / Дж В. Стрэтт – М.: Книга по Требованию, 2021. – 500 с.

**ISBN 978-5-458-25391-8**

Теория звука" Джона Вильяма Стрэтта (лорда Рэлея) представляет собой классический труд, отличающийся, как и все работы этого великого ученого, исключительной глубиной и полнотой изложения. Работы Рэлея и, в частности, его Теория звука" отнюдь не принадлежат к тем классическим произведениям, которые в свое время были актуальны и важны, но в наши дни сохранили только исторический интерес. Теория звука", изданная впервые в 1878 г., является и теперь настольной книгой для всех, кто работает не только в области акустики, но и в любой области физики, имеющей дело с колебаниями.

**ISBN 978-5-458-25391-8**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2021

© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



## ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРОВ

„Теория звука“ Джона Вильяма Стрэтта (лорда Рэлея, 1842—1919) представляет собой классический труд, отличающийся, как и все работы этого великого ученого, исключительной глубиной и полнотой изложения. В рецензии на первый том первого английского издания Гельмгольц следующим образом высказывается о „Теории звука“.

„Продолжив свой труд в том же направлении, в каком он начал его в первом томе, автор заслужит глубокую благодарность всех, кто изучает математику и физику... Благодаря чрезвычайно целесообразному и систематическому расположению материала, автор добился того, что труднейшие проблемы акустики теперь могут быть изучены с гораздо большей легкостью, чем прежде“.

Работы Рэлея и, в частности, его „Теория звука“ отнюдь не принадлежат к тем классическим произведениям, которые в свое время были актуальны и важны, но в наши дни сохранили только исторический интерес. „Теория звука“, изданная впервые в 1878 г., является и теперь настольной книгой для всех, кто работает не только в области акустики, но и в любой области физики, имеющей дело с колебаниями. По существу фундамент общей теории колебаний, получившей особенно широкое развитие в связи с электрическими колебаниями, заложен „Теорией звука“ Рэлея.

В ней, наряду с детально разработанной теорией всевозможных линейных колебательных систем (т. е. систем, описываемых линейными уравнениями), можно найти ряд принципиальных положений, касающихся нелинейных систем, теория которых, главным образом ввиду их исключительной роли в радиотехнике, чрезвычайно сильно развилась в последнее время. Можно сказать без преувеличения, что любой раздел современной теории колебаний так или иначе — в разработанном ли полностью виде или хотя бы в виде некоторых наметок и качественных соображений — затронут в „Теории звука“.

Учение о колебаниях теперь настолько разрослось, что отразить в примечаниях дальнейшее развитие всех затрагиваемых Рэлеем вопросов не представляется возможным. Имеющиеся примечания поэтому весьма немногочисленны и ставят себе целью

подчеркнуть только основные положения (как физического, так и математического характера), получившие в настоящее время более полное и разностороннее освещение. Что касается самого изложения и математических выкладок, то они настолько ясны, что вряд ли нуждаются в пояснениях.

При переводе, выполненном с третьего английского издания (1926 г.) <sup>1)</sup>, особое внимание было обращено на то, чтобы сохранить стиль и своеобразное изложение автора.

Появление „Теории звука“ на русском языке, несомненно, является чрезвычайно ценным вкладом в нашу физическую литературу — как для научных работников, так и для студенчества.

---

<sup>1)</sup> Третье английское издание (перепечатанное в 1929 и 1937 гг.) повторяет без изменений второе (1894—1896), которое было существенно дополнено Рэлеем по сравнению с первым (1877—1878). Главы I—VI переведены П. Н. Успенским, главы VII—Xv и Добавление — С. А. Каменецким.

## ПРЕДИСЛОВИЕ

В том труде, частью которого является настоящий том, моим стремлением было дать читателю связное изложение теории звука, которое включало бы наиболее важные из современных ее успехов, достигнутых математиками и физиками. Важность цели, которую я имел в виду, думаю, не будет оспариваться теми, кто компетентен об этом судить. Многие из наиболее ценных вкладов в науку сейчас можно найти только в журналах и в трудах научных обществ, изданных в различных частях света и на нескольких языках и часто практически недоступных тем, кто не живет в соседстве с большими публичными библиотеками. При таком положении вещей технические помехи изучению предмета требуют затраты излишнего труда и создают для развития науки препятствия, которые нельзя недооценивать.

Со времени хорошо известной статьи о звуке в *Encyclopaedia Metropolitana*, принадлежащей Джону Гершелю (1845), не было опубликовано ни одного полного труда, где предмет трактовался бы математически. Преждевременная смерть проф. Донкина лишила научный мир человека, математические познания которого в соединении с практическим знанием музыки являлись особенно ценными качествами для того, чтобы писать о звуке. Достаточно первой части его „Акустики“ — хотя она и является немногим более, чем фрагментом, — чтобы показать, что моя работа не была бы необходима, если бы профессор Донкин продолжал жить и завершил свой труд.

В выборе вопросов, которые нужно было рассмотреть в труде о звуке, я следовал по большей части примеру своих предшественников. В своей значительной части теория звука, в обычном ее понимании, охватывает ту же область, что и теория колебаний вообще; однако, если не ввести некоторых ограничений, то в рассмотрении пришлось бы включить такие вопросы, как морские приливы, не говоря уже об оптике. Мы, как правило, будем ограничиваться теми классами колебаний, для которых наши уши оказываются готовым и удивительно чувствительным инструментом исследования. Не обладая слухом, мы едва ли много больше интересовались бы колебаниями, чем без глаз — светом.

Настоящий том заключает в себе главы о колебаниях систем в общем случае, в которых, я надеюсь, читатель встретит неко-

торую новизну трактовки предмета, и затем некоторые результаты, вытекающие из более подробного рассмотрения специальных систем, таких, как натянутые струны, стержни, мембраны и пластинки. Второй том, значительная часть которого уже написана, будет начинаться воздушными колебаниями.

Я должен выразить мою глубокую благодарность г-ну Г. М. Тэйлору из Тринити-Колледжа (Кэмбридж), который был настолько любезен, что прочел корректуру книги. Благодаря его содействию было устранено несколько ошибок и неясностей, и весь том вообще оказался менее несовершенным, чем это могло бы быть без его помощи.

Всякие исправления или предложения, касающиеся улучшения книги, которые любезно будут указаны моими читателями, будут в высокой степени для меня ценны.

Тэрлинг Плэйс, Уитхэм

Апрель, 1877.

## ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Во втором издании приняты во внимание все имеющие какое-либо значение поправки: новый материал или дан в виде новых разделов (например § 32a), или же заключен в квадратные скобки [ ]. Введены две новые главы Ха и Хв, посвященные *изогнутым пластинкам или оболочкам и электрическим колебаниям*. Значительная доля нового материала касается более трудных частей теории и может быть пропущена читателем при первом чтении.

В математических исследованиях я обычно пользовался методами, которые представляются наиболее естественными для физика. Чистый математик будет недоволен, и иногда (нужно сознаться) справедливо, недостаточной строгостью изложения. Однако в этом вопросе имеются две стороны. Действительно, как ни важно в чистой математике постоянно придерживаться высокого уровня строгости изложения, для физика иногда предпочтительнее удовлетвориться аргументами, вполне достаточными и убедительными с его точки зрения. Его уму, воспитанному на идеях иного порядка, более строгие приемы чистого математика могут показаться не более, а менее доказательными. Далее, настаивать на самой высокой строгости во многих более трудных случаях означало бы вовсе исключить их из рассмотрения ввиду чрезмерности требуемого для этого объема.

В первом издании много труда было положено на установление методом Лагранжа общих теорем, и теперь я более чем когда-либо убежден в преимуществах этого приема. Нечасто

случается, чтобы теорему можно было доказать во всей ее общности с математическим аппаратом, меньшим, чем тот, который требуется для рассмотрения частных случаев специальными методами.

При просмотре корректур я вновь воспользовался любезным сотрудничеством г-на Г. М. Тэйлора, который впоследствии был, к сожалению, вынужден оставить эту работу. Ему и некоторым другим друзьям я благодарен также за ценные указания.

Июль, 1894.

## СОДЕРЖАНИЕ

### Глава I. Введение . . . . . 17

Звук создается колебаниями. Конечная скорость распространения звука. Скорость звука не зависит от высоты. Опыты Реньо. Распространение звука в воде. Опыт Уитстона. Ослабление звука при увеличении расстояния. Ноты и шумы. Музыкальные ноты создаются периодическими колебаниями. Сирена Каньяр де ла Тура. Высота тона зависит от периода. Соотношения между музыкальными нотами. Одно и то же отношение периодов соответствует одинаковым интервалам во всех частях гаммы. Гармонические шкалы. Диатоническая гамма. Абсолютная высота. Необходимость темперирования. Равномерное темперирование. Таблица частот. Анализ звука. Ноты и тоны. Качество звука зависит от гармонических обертонов. Ненадежность разложения нот на составляющие только при помощи уха. Простые тоны соответствуют колебаниям маятника.

### Глава II. Гармонические колебания . . . . .

Сложение гармонических колебаний одинакового периода. Гармоническая кривая. Сложение двух колебаний с приблизительно равными периодами. Биения. Теорема Фурье (Биения приблизительно консонирующих тонов.) Колебания во взаимно перпендикулярных направлениях. Цилиндр Лиссажу. Фигуры Лиссажу. Маятник Блэкбёрна. Калейдофон. Оптические методы сложения и разложения. Микроскоп для наблюдения колебаний. Прерывистое освещение. (Результирующее колебание, получающееся от сложения большого числа колебаний, фазы которых распределены произвольно.)

### Глава III. Системы с одной степенью свободы . . . . .

Независимость амплитуды и периода. Сила трения, пропорциональная скорости. Вынужденные колебания. Принцип суперпозиции. Биения, получающиеся при суперпозиции и свободных колебаний. Различные степени затуханий. Струна с нагрузкой. Метод размерностей. Идеальный камертон. Камертоны дают приблизительно чистые тоны. Камертоны как стандарты высоты тона. (Зависимость от температуры. Редкие и частые биения.) Метод настройки Шейблера. Тонометр Шейблера. Сложный маятник. Камертоны, приводимые в действие при помощи электромагнетизма. (Фоническое колесо.) Камертонный прерыватель. Резонанс. (Прерывистые колебания.) Общее решение для одной степени свободы. (Неустойчивость.) Члены второго порядка вызывают появле-

ние производных тонов. (Поддержание колебаний. Методы определения абсолютной высоты тона.)

#### Глава IV. Колебательные системы в общем случае . . . . . 105

Обобщенные координаты. Выражение для потенциальной энергии. Статические теоремы. Начальное движение. Выражение для кинетической энергии. Теорема взаимности. Теорема Томсона (Кельвина). Уравнения Лагранжа. Диссипативная функция. Сосуществование малых движений. Свободные колебания без трения. Нормальные координаты. Периоды свободных колебаний удовлетворяют условию стационарности. Возрастание инерции увеличивает периоды свободных колебаний. Ослабление пружины увеличивает периоды свободных колебаний. Наибольший период свободных колебаний является абсолютным максимумом. Гипотетические типы колебаний. Пример струны. Приближенно простые системы. Струна переменной плотности. Нормальные функции. Свойство сопряженности. (Введение одной связи. Несколько связей.) Определение постоянных для произвольных начальных условий. Теорема Стокса.

#### Глава V. Колебательные системы в общем случае (продолжение) . . . . . 145

Случаи, когда три функции  $T$ ,  $F$ ,  $V$  одновременно приводятся к суммам квадратов. Обобщение теоремы Юнга об узловых точках струн. Статическая теория. Системы, начинающие совершать колебания из состояния покоя, получив отклонение под действием силы, приложенной в одной точке. Системы, начавшие совершать колебания из равновесной конфигурации вследствие импульса, приложенного к одной точке. Системы, начавшие совершать колебания из состояния покоя, получив отклонение под действием равномерно распределенной силы. Влияние *малых* сил трения на колебания системы. Решение общих уравнений свободных колебаний. (Теорема Рауса. Неустойчивость.) Приложенные силы. Принцип постоянства периодов. Незатухающие движения. Теорема взаимности. Применение к свободным колебаниям. Установление теоремы взаимности для гармонических сил. Приложения. Распространения на случаи, когда конституция системы есть функция периода. (Реакция в ведущей точке.) Уравнения для двух степеней свободы. Корни характеристического уравнения. Перемежающиеся колебания. Ход периодов по мере постепенного возрастания инерции. Реакция зависимой системы.

#### Глава VI. Поперечные колебания струн . . . . . 187

Закон растяжения струны. Поперечные колебания. Решение задачи для струны, масса которой сконцентрирована в равноотстоящих точках. Вывод решения для непрерывной струны. Дифференциальное уравнение с частными производными. Выражения для  $V$  и  $T$ . Наиболее общий вид простого гармонического колебания. Струны с закрепленными концами. Движение струны периодически в общем случае. Законы Мерсенна. Сонометр. Собственные частоты колебаний.

Определение постоянных для произвольных начальных условий. Случай струны, возбужденной щипком. Выражения для  $T$  и  $V$  в нормальных координатах. Нормальные уравнения движения. Струна, возбужденная щипком. Теорема Юнга. Струна, возбужденная ударом. Задача о фортепианной струне. Трение, пропорциональное скорости. Сравнение со статической теорией. Периодическая сила, приложенная в одной точке. Изменения, обязанные податливости концов. Доказательство теоремы Фурье. Влияние конечной нагрузки. Поправка на жесткость. Задача о скрипичной струне. Струны, натянутые на кривые поверхности. Решение для случая сферы. Поправка на неправильности в распределении плотности. (Произвольное смещение для каждого периода.) Теоремы Штурма и Лиувилля для струн переменной плотности. [Плотность, пропорциональная  $x^{-2}$ . Узлы при вынужденных колебаниях.] Распространение волн вдоль неограниченной струны. Положительная и отрицательная волны. Стационарные колебания. Отражение от неподвижной точки. Вывод решения для конечной струны. Графический метод. Распространение волн при наличии трения. [Отражение от точки соединения двух струн. Постепенный переход. Влияние несовершенной гибкости струны.]

## Г л а в а VII. Продольные и крутильные колебания стержней . . . . . 258

Классификация колебаний стержней. Дифференциальное уравнение продольных колебаний. Численные значения постоянных для стали. Решение для стержня, свободного на обоих концах. Вывод решения для стержня с одним свободным и другим закрепленным концом. Стержень с двумя закрепленными концами. Влияние малой нагрузки. Решение задачи для стержня с прикрепленной к нему большой нагрузкой. [Отражение в точке соединения.] Поправка на поперечное движение. „Хриплый звук“ Савара. Дифференциальное уравнение для крутильных колебаний. Сравнение скоростей продольной и крутильной волн.

## Г л а в а VIII. Поперечные колебания стержней . . . . . 271

Потенциальная энергия изгиба. Выражение для кинетической энергии. Вывод дифференциального уравнения. Граничные условия. Общее решение для гармонического колебания. Свойство сопряженности собственных функций. Значения интегрированных квадратов. Выражение для  $V$  в нормальных координатах. Нормальные уравнения движения. Определение постоянных, соответствующих начальным условиям. Случай стержня, возбужденного толчком. Стержень, выведенный из состояния покоя отклоненной поперечной силой. Нарушение сходимости рядов собственных функций. Вид собственных функций для стержня, свободного на обоих концах. Законы зависимости частоты от длины и толщины стержня. [Числовые формулы для камертонов.] Случай, когда оба конца закреплены. Собственные функции для случая, когда один конец стержня закреплен, а другой свободен. Вычисление периодов. Сравнение высоты тона. Наиболее низкая частота колебаний стержня, свободного на обоих концах. Три узла.

Четыре узла. Основная частота стержня с одним закрепленным и другим свободным концом. Положение узлов. Подпертый стержень. Вычисление периода колебаний стержня с одним закрепленным и другим свободным концом, исходя из гипотетического случая. Решение задачи для стержня с нагруженным концом. Влияние добавлений к стержню. Влияние неравномерной плотности. Поправка на инерцию вращения. Корни функций, представляющих линейные комбинации собственных функций. Составление уравнений движения для случая, когда имеется непрерывное натяжение. Особые граничные условия. Резльтирующая двух последовательностей волн с почти одинаковыми периодами. Решение Фурье для случая бесконечного стержня. (Круговое кольцо.)

## Глава IX. Колебания мембран . . . . .

320

Натяжение мембраны. Уравнение движения. Закрепленная прямоугольная граница. Выражения для  $V$  и  $T$  в нормальных координатах. Нормальные уравнения колебаний. Примеры приложенных сил. Частота удлиненного прямоугольника зависит в основном от ширины. Случаи, когда различные типы колебаний имеют одинаковую частоту. Производные типы колебаний, возникающие в последнем случае. Влияние небольшой неоднородности. Неоднородность может устранить неопределенность собственных частот. Решения, применимые к треугольнику. Вид общего дифференциального уравнения в полярных координатах. Одна из двух функций, входящих в решение, исключается условием для полюса. Выражение бесселевых функций; относящиеся к ним формулы. Таблица первых двух функций. Закрепленная круговая граница. Свойство сопряженности собственных функций без ограничения, налагаемого границей. Значения интегрированных квадратов. Выражения для  $T$  и  $V$  через собственные функции. Нормальные уравнения колебаний для круговой мембраны. Частный случай свободных колебаний. Колебания, создаваемые равномерно распределенной гармонической силой. (Сила, приложенная в центре.) Высота различных простых тонов. Таблица корней бесселевых функций. Узловые фигуры. Круговая мембрана с одним неподвижным радиусом. Бесселевы функции дробного порядка. Влияние малой нагрузки. Колебания мембраны с приближенно круговой границей. Возможность во многих случаях вычислить высоту тона мембраны, исходя только из ее площади. Круговая мембрана обладает наименьшим тоном из всех мембран одинаковой площади. Высота тона мембраны, границей которой является эллипс с малым эксцентриситетом. Метод получения пределов для случаев, которые невозможно строго рассчитать. Сравнение частот для различных случаев мембран одинаковой площади. История задачи. Экспериментальные исследования Бурже. (Литавры. Узловые кривые для вынужденных колебаний.)

## Глава X. Колебания пластинок . . . . .

365

Потенциальная энергия изгиба. Преобразование  $\delta V$ . Дифференциальное уравнение поверхности. Граничные условия.

Свойство сопряженности нормальных функций. Преобразование к полярным координатам. Вид общего решения, непрерывного в полюсе. Уравнения, определяющие периоды колебаний свободной круговой пластинки. Вычисления Кирхгофа. Сравнение с наблюдениями. Радиусы узловых окружностей. Обобщение решения. Неравномерности вызывают биения. (Колебания узлов.) Случай защемленной или подпертой границы. (Телефонная мембрана.) Возмущение хладниевых фигур. (Движение песка.) История задачи. Критика Матье. Прямоугольная пластинка с подпертой границей. Прямоугольная пластинка со свободной границей. Граничные условия. Частный случай ( $\mu = 0$ ), допускающий математическую трактовку. Исследование узловых фигур. Применение метода суперпозиции Уитстоном. Сравнение фигур Уитстона с действительно применимыми к пластинке в случае  $\mu = 0$ . Собственная частота квадратной пластинки. Вычисление периода для гипотетического типа. Узловые фигуры, рассматриваемые на основании соотношений симметрии. Шестиугольник. Сравнение круга и квадрата. Закон, связывающий высоту тона и частоту. В случае защемленной границы всякое сокращение границы повышает тон. Отсутствие основного тона у свободной пластинки заданной площади. Периоды подобных пластинок относятся как их линейные размеры. Опыты Уитстона с деревянными пластинками. Опыты Кенига. Колебания цилиндра или кольца. Движение — тангенциальное и нормальное. Соотношение между тангенциальным и нормальным движениями. Выражения для кинетической и потенциальной энергий. Уравнения колебаний. Частоты тонов. Сравнение с Хладни. (Наблюдения Фенкнера.) Тангенциальное трение возбуждает тангенциальное движение. Экспериментальная проверка. Биения вследствие неоднородностей. (Стеклянные колокольчики. Церковные колокола.)

#### Глава Ха. Изогнутые пластинки или оболочки . . . . . 406

(Колебания растяжения. Частота не зависит от толщины. Колебания изгиба без растяжения. Частота, пропорциональная толщине. Общие условия отсутствия растяжения. Поверхность второго порядка. Приложение к сфере. Главные растяжения цилиндрической поверхности. Потенциальная энергия. Частоты колебаний растяжения. Плоская пластинка. Другие частные случаи цилиндра. Потенциальная энергия изгиба. Сфера. Плоская пластинка. Потенциальная энергия для цилиндрической оболочки. Статические задачи. Частота колебаний изгиба цилиндрической оболочки. Колебания растяжения сферической оболочки. Колебания изгиба сферической оболочки. Собственные частоты. Потенциальная энергия. Кинетическая энергия. Частоты для случая полусферы. Сегмент в  $120^\circ$ . Литературные ссылки.)

#### Глава Хв. Электрические колебания . . . . . 445

[Вычисление периодов. Вынужденные колебания. Введение конденсатора эквивалентно отрицательной самоиндукции. Начальные токи во вторичном контуре. Обратная пропорциональность числу витков. Реакция вторичного контура. Ряд контуров. Начальные токи, попеременно противоположные по