

Д. Рюэль

Статистическая механика

Строгие результаты

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 53
ББК 22.3
Д11

Д11 **Д. Рюэль**
Статистическая механика: Строгие результаты / Д. Рюэль – М.: Книга
по Требованию, 2013. – 368 с.

ISBN 978-5-458-37221-3

ISBN 978-5-458-37221-3

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2013

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2013

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

ПРЕДИСЛОВИЕ К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Книга Д. Рюэля «Статистическая механика» представляет собой монографию, в которой впервые делается серьезная попытка изложить большое число результатов статистической физики в виде логически безупречных математических теорем. Автор книги — один из самых видных зарубежных ученых, внесший существенный вклад в эту тематику.

Значительная часть содержания основана на результатах, полученных за последнее десятилетие большой группой советских и зарубежных физиков и математиков. Следует, впрочем, подчеркнуть, что научное направление, которому посвящена книга, идейно восходит к более ранним работам конца сороковых — начала пятидесятых годов (работы Ван-Хова, Боголюбова и Хацета, Ли и Янга). В книге систематически изложены результаты о существовании термодинамического предела для термодинамических потенциалов и корреляционных функций и о существовании фазовых переходов. В последних двух главах строится один из главных объектов теории — система статистической физики с бесконечным числом степеней свободы. Оказывается, что все обычно вычисляемые термодинамические пределы являются точными характеристиками этой бесконечной системы.

В ходе изложения автор применяет целый ряд недавних достижений функционального анализа и теории вероятностей. В книге, как правило, излагаются параллельно классические решетчатые, классические непрерывные, квантовые спинные и квантовые непрерывные системы.

Как видно из сказанного, многие важнейшие вопросы статистической физики не затронуты в книге. Это

связано с тем, что разработанные к настоящему времени строгие математические методы пока еще не позволяют решать эти вопросы.

Исследования в области статистической механики ведутся столь интенсивно, что и за тот сравнительно небольшой срок, который прошел с момента выхода английского издания книги, уже накопилось значительное число новых результатов. Помещаемое в конце книги приложение, написанное Добрушиным, Минлосом и Суховым, содержит краткое изложение некоторых из этих работ.

Книга Рюэля несомненно представит интерес как для физиков-теоретиков, так и для математиков.

Н. Н. Боголюбов

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

*Richtiges Auffassen einer Sache und
Missverstehen der gleichen Sache
schliessen einander nicht vollständig
aus.*

*F. Kafka*¹⁾

Физика — это попытка человека понять определенный класс явлений природы с помощью научных методов. Мы не станем пытаться определить научные методы вообще, но заметим, что они весьма продуктивны и разнообразны. Математическая физика является одним из этих методов или подходов, в котором структуре физического явления ставится каким-либо образом в соответствие математическая структура. Затем эта математическая структура изучается средствами математики с целью получения утверждений, имеющих физический смысл. Никакие математические средства, если они дают физически осмысленные результаты, нельзя порицать как слишком искусственные или слишком тривиальные.

Применяя математику как орудие исследования физического мира, мы можем получить очень ценный интеллектуальный опыт. С одной стороны, знание физических явлений подсказывает нам новые теоремы и пути их доказательств. С другой стороны, математический анализ дает физическому миру новую структуру и смысл. Знание этой структуры и смысла и составляет понимание «природы вещей» настолько глубокое, насколько мы вообще можем надеяться его получить.

Не всякая область физики порождает интересную математическую физику. К счастью, мы живем в период, богатый интересными нерешенными проблемами, которые, по-видимому, поддаются обработке. Исключение, возможно, составляет релятивистская квантовая

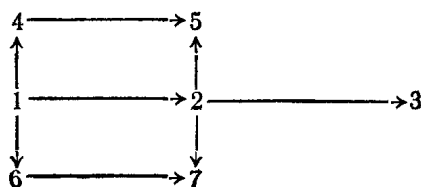
¹⁾ Правильное понимание явления и неправильное его понимание не исключают друг друга полностью.

Ф. Кафка

механика, главным образом из-за ее «затоптанности», но и здесь также имеются огромные области *terra incognita*.

Настоящая монография посвящена изложению определенного класса строгих результатов равновесной статистической механики. Эти результаты касаются предельного перехода к бесконечной системе, а также природы фаз и фазовых переходов. Основное внимание уделяется общим методам, а частные модели, как правило, не рассматриваются. (Точно решаемые модели заслуживали бы специальной посвященной им книги.)

Понимание природы фазовых переходов остается одной из главных нерешенных проблем математической физики. Последующие главы представляют собой введение в эту проблему, в решении которой за последние годы произошел некоторый фундаментальный сдвиг. Вслед за некоторыми общими сведениями об ансамблях (гл. 1) мы анализируем пределы термодинамических функций для бесконечных решетчатых (гл. 2) и непрерывных (гл. 3) систем. Далее следует подробное изучение разреженных систем (гл. 4) и изложение того, что известно о фазовых переходах (гл. 5). Затем мы обсуждаем природу состояний физических систем с групповой инвариантностью (гл. 6) и анализируем, в частности, равновесные состояния бесконечных систем в статистической механике (гл. 7). В добавлении приведены некоторые математические методы, используемые в гл. 6 и 7, так как эти главы математически более сложны, чем предыдущие. (По мнению автора, прогрессу математической физики значительно содействовали бы изложения результатов важнейших математических теорий в сжатой форме и без доказательств, в духе «Сводки результатов» Бурбаки. Приложение к этой монографии представляет собой попытку подобного изложения.) Логические связи между главами примерно таковы



Люди, занимающиеся статистической механикой, работают в разных областях: в математике, физике или химии. Этот разброс составляет одну из привлекательных сторон темы, но он же создает проблему языка. Читатель должен это помнить, если найдет, что текст книги излишне или, наоборот, недостаточно математизирован.

Область строгих результатов статистической механики далеко выходит за пределы того, что мы решили включить в этот том, посвященный основным результатам, касающимся равновесных систем. Но здесь мы опустим несколько работ: доказательство устойчивости квантовых кулоновских систем, найденное Дайсоном и Ленардом [1], изучение Минлосом и Синаем [1] двухфазной области для модели Изинга и анализ временной эволюции бесконечных классических систем, проведенный Ланфордом [1].

Я очень обязан Г. Галлаватти, К. Груберу, О. Ланфорду, С. Миракль-Солю и А. С. Уайтману за многие поправки и улучшения, внесенные в рукопись этой книги.

Давид Рюэль

Глава 1

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ. АНСАМБЛИ

Эта глава содержит обзор систем и ансамблей, которые используются в последующих главах монографии. Здесь обсуждаются понятия термодинамического поведения и термодинамического предела (предельного перехода к бесконечной системе).

§ 1.1. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Статистическая механика возникла из желания математически осмыслить класс физических систем, характеризующихся следующими свойствами:

- (а) система представляет собой совокупность одинаковых подсистем¹⁾;
- (б) количество подсистем велико;
- (в) взаимодействия между подсистемами таковы, что система проявляет термодинамическое поведение.

На сегодняшний день понятие «термодинамического поведения» является феноменологическим. Оно относится к макроскопическому²⁾ описанию системы, представляющему собой идеализацию реальных наблюдений. Термодинамическое поведение обычно описывают так:

¹⁾ В этом предварительном обсуждении мы не рассматриваем более общий случай, когда система состоит из подсистем нескольких различных типов.

²⁾ Если система проявляет термодинамическое поведение, то можно определить понятие макроскопического наблюдения. Наблюдение является макроскопическим, если считается, что подсистемы малы и их нельзя наблюдать индивидуально. Однако наблюдения статистических корреляций между подсистемами возможны (например, дифракция рентгеновских лучей).

- (а') Равновесные состояния конструктивно определены. При неограниченном возрастании времени состояние изолированной системы стремится к равновесному состоянию («приближение к равновесию»).
- (б') Система в состоянии равновесия состоит из одной или нескольких макроскопически однородных частей (называемых фазами).
- (в') Равновесные состояния можно описывать с помощью аппарата термодинамики. В частности, можно задать конечное число термодинамических параметров, определяющих все термодинамические функции¹⁾. Принято считать, что термодинамические функции зависят от параметров кусочно аналитически или кусочно гладко, а их особенности соответствуют изменениям фазовой структуры системы (фазовым переходам).
- (г') «Коэффициенты переноса» можно определить, рассматривая реакцию системы на малые отклонения от равновесия в первом порядке теории возмущений.

Искусство теоретика состоит в том, чтобы отыскать математическое обоснование утверждений типа (а')—(г'). Можно предвидеть (имея в виду наличие «большого» числа «малых» подсистем), что при этом придется рассматривать предельный переход к бесконечной системе — термодинамический предел. Наше понимание утверждений (а')—(г') пока еще крайне неполно, так как большая часть имеющихся исследований базируется на приближениях, которым не найдено достаточного обоснования. В этой книге мы сконцентрируем внимание на утверждениях (б') и (в'), т. е. на равновесной теории. К сожалению, нашего понимания пункта (а) совершенно недостаточно для того, чтобы дать твердое обоснование понятию равновесия. Поэтому мы обратимся к некоторому специальному классу систем и привлечем эргодическую теорию.

¹⁾ Давление, энергия, объем, температура, энтропия и т. п. являются термодинамическими функциями. Некоторые из них выбираются в качестве термодинамических параметров.

Рассмотрим классическую теорему с гамильтонианом H , не зависящим от времени, и фазовым пространством Ω . Эволюция во времени оставляет неизменной меру Лиувилля $d\omega$, а также меру¹⁾

$$\delta(H(\omega) - E) d\omega \quad (1.1)$$

для любого E , по крайней мере в тех случаях, когда это выражение корректно определено. Для систем, которые мы будем рассматривать, мера (1.1) ограничена (т. е. имеет конечную общую массу). Пусть отображение $t \rightarrow \omega_t$ описывает эволюцию во времени точки пространства Ω . Наблюдение системы в момент времени t дает величину $f(\omega_t)$, где f — некоторая функция, определенная на Ω . Если система проявляет термодинамическое поведение, то $f(\omega_t)$ практически не зависит от t ²⁾ по крайней мере большую часть времени. Поэтому имеет смысл отождествить результат наблюдения функции f «в равновесии» со средним по времени от $f(\omega_t)$. Если мера (1.1) эргодическая, то, очевидно, это среднее для почти любого (относительно меры Лиувилля) начального условия $\omega_0 \in \Omega$ будет иметь вид

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt f(\omega_t) = \\ = \left[\int d\omega \delta(H(\omega) - E) \right]^{-1} \int d\omega \delta(H(\omega) - E) f(\omega), \end{aligned} \quad (1.2)$$

где

$$E = H(\omega_0). \quad (1.3)$$

Следовательно, если мера (1.1) эргодическая, то результат наблюдения $\langle f \rangle$ функции f имеет вид

$$\langle f \rangle = \left[\int d\omega \delta(H(\omega) - E) \right]^{-1} \int d\omega \delta(H(\omega) - E) f(\omega). \quad (1.4)$$

¹⁾ Символ δ обозначает здесь δ -функцию Дирака.

²⁾ Согласно теореме Пуанкаре о «возвращении», можно ожидать, что большая (но конечная) система, не находившаяся в равновесии в момент времени $t = 0$, достигает видимого равновесия, от которого будет отклоняться на короткие относительно длительного промежутка времени периоды. Это утверждение, разумеется, несправедливо для малых систем (для которых условие (б) не выполнено).

Какой-нибудь вариант усреднения типа (1.4) необходим как отправная точка равновесной статистической механики. Поэтому много усилий затрачивается на то, чтобы исследовать вопрос об эргодичности меры (1.1) для различных частных систем¹⁾. Это трудная проблема, и только недавно Синаю удалось доказать эргодичность некоторых систем с взаимодействиями реального типа²⁾. Историческая традиция придает большое значение обоснованию выражения (1.4) с помощью эргодической теории. Однако следует подчеркнуть, что более удовлетворительным был бы подход, опирающийся на тот факт, что мы имеем дело с большими системами. В частности, большая система может проявлять с физической точки зрения вполне нормальное термодинамическое поведение, не будучи, строго говоря, эргодической³⁾. Как бы то ни было, мы будем принимать с некоторыми поправками описание равновесия с помощью среднего (1.4), соответствующего мере (1.1). В физически интересных случаях это описание оказывается действительно адекватным.

Вместо выражения (1.1) можно пользоваться другими мерами, соответствующими широко известным ансамблям Гиббса. Принято считать, что в термодинамическом пределе, т. е. для большой системы, различные ансамбли приводят к эквивалентным описаниям этой системы. В доказательстве этого и заключается проблема эквивалентности ансамблей, разрешенная еще не полностью.

Равновесная статистическая механика не ограничивается изучением только классических систем, о которых говорилось выше. Соответствующим образом видоизменяя распределение (1.1), а также и другие ансамбли,

¹⁾ Это некоторые системы твердых шариков, помещенных в сосуд и взаимодействующих с помощью парного потенциала. Доказательство (см. Синай [1]) еще не полностью опубликовано, но его очертания даны Арнольдом и Авецом [1], стр. 65 (см. след. сноску).

²⁾ В настоящее время появилось подробное изложение этих результатов (см. Синай [2]). — *Прим. ред.*

³⁾ Мы увидим в п. 3.1.4 пример системы, в которой основная связная компонента фазового пространства описывает газ, но имеют также малые связанные компоненты с аномальным поведением.