Theorie Und Konstruktion Versteifter Hängebrücken

Bohny Friedrich

Title: Theorie Und Konstruktion Versteifter Hängebrücken

Author: Bohny Friedrich

This is an exact replica of a book published in 1905. The book reprint was manually improved by a team of professionals, as opposed to automatic/OCR processes used by some companies. However, the book may still have imperfections such as missing pages, poor pictures, errant marks, etc. that were a part of the original text. We appreciate your understanding of the imperfections which can not be improved, and hope you will enjoy reading this book.

Book Renaissance
www.ren-books.com

Inhaltsverzeichnis.

Seite

I. Einleitung 1

II. Form von Kette und Seil. Formel für den Horizontalzug. Allgemeine Formel für das Biegungsmoment. Einteilung der verschiedenen Systeme 2

III. Statisch bestimmte Hängebrücken, versteift durch Balken oder Fachwerke 4

1. Versteifung durch Balken 4
   a) Brücke mit einer Öffnung 5
   b) Brücke mit mehreren Öffnungen 11
2. Versteifung durch Fachwerke 13
   a) Brücke mit einer Öffnung 13
   b) Brücke mit mehreren Öffnungen 16

IV. Einfach statisch unbestimmte Hängebrücken 17

1. Brücke mit einer Öffnung, versteift durch Fachwerk oder Balken 17
   a) Allgemeines 17
   b) Ermittelung der Einflusslinie von H für eine wandelnde Einzellast P 18
   c) Biegungslinie und H-Linie 21
   d) Momenten- und Querkraftsflächen des Versteifungsträgers für eine wandelnde Einzellast 22
   e) Einflusslinien 24
   f) Temperaturkräfte 26
   g) Annäherungsmethode 27
   h) Vorberechnung einer Brücke mit einer Öffnung 38
   i) Hängendes Fachwerk 39
2. Brücke mit mehreren Öffnungen 40
   a) Allgemeines 40
   b) Ermittelung der H-Linien, der Einflusslinien der Stäbe usw. 41
   c) Annäherungsmethode 42
   d) Hängende kontinuierliche Fachwerke 49

V. Mehrfach statisch unbestimmte Hängebrücken 52

1. Allgemeines 52
2. Hängebrücken mit mehreren Öffnungen und kontinuierlichem Versteifungsträger . . 52
   a) Brücke mit zwei Öffnungen 52
   b) Brücke mit drei Öffnungen 56
   c) Zusammenstellung der H-Linien für Einzelträger, Gerberträger und kontinuierliche Träger 60
3. Hängebrücken mit Bogenträgern als Versteifungsträger 61
   a) Brücke mit einer Öffnung 62
   b) Brücke mit drei Öffnungen 62

Seite
4. Andere Systeme 68
a) Lauter's Entwurf für eine Strassenbrücke über den Rhein bei Worms 68
b) Rieppel's Entwurf für eine zweite feste Brücke über den Rhein bei Köln . . 71
c) Köchlin's Entwurf für eine Strassenbrücke über die Donau am Schwurplatz in Budapest 74
VI. Über die Wahl der Hauptabmessungen bei neuen Hängebrückenentwürfen, die Eigenschaften der Materialien für Ketten und Kabel, sowie einige besondere Konstruktionseinzelheiten 76
1. Die Wahl der Hauptabmessungen beim Entwurf neuer Hängebrücken 76
a) Wahl des Pfeilverhältnisses 76
b) Wahl der günstigsten Höhe des Versteifungsträgers 78
c) Beziehung zwischen Pfeilhöhe der Kette und Höhe des Versteifungsträgers . . . 80
d) Die Durchbiegungen von Hängebrücken 80
2. Die Eigenschaften der Materialien für Kabel und Ketten 82
a) Das Kabelmaterial 84
α) Der Draht 84
β) Das Seil 86
b) Das Kettenmaterial 91
3. Die Konstruktion von Kabel und Kette 94
a) Das Kabel aus parallelen Drähten 94
b) Das Kabel aus einzelnen Seilen 98
c) Die Kette 102
4. Kette oder Kabel? 105
5. Von welchen Spannweiten an beginnen Hängebrücken rationell zu werden? 109

I. Einleitung.

Wird ein zwischen zwei Punkten A und B frei hängendes Seil oder eine frei hängende Kette durch Kräfte $P_1 P_2 \ldots\ldots P_n$ belastet, so nehmen die Glieder $A K_1$, $K_1 K_2$, $K_2 K_3 \ldots\ldots K_n B$ die Form eines den angreifenden Kräften entsprechenden Seilpolygons an. Mit der Lage und Grösse der Kräfte $P_1 P_2 \ldots$ ist auch die Lage des Seilpolygons gegeben, sobald von demselben drei Punkte, z. B. die Stützpunkte A und B und der Scheitelpunkt W gegeben sind (Fig. 1).

Zerlegt man die letzten Kräfte des Seilpolygons nach den Rückankerungen R_l und R_r und nach der Lotrechten, so sind die Ankerkräfte und die Auflagerdrücke auf den Pylonen gegeben. Auf letzteren sind die Lager längsbeweglich anzuordnen, soferne die Pylonen nicht als Pendelstützen ausgebildet sind.

Ändern nun die Kräfte $P_1 P_2 \ldots$ ihre Grösse oder ihre Lage, so ändert sich mit ihnen die Form des Seilpolygons und die am Seil oder an der Kette angehängte Fahrbahn $A_1 B_1$ erleidet unzulässige Deformationen in senkrechter und horizontaler Richtung. Nur in dem besonderen Falle, wenn die Lasten an ihrem Platze bleiben, und ihre Grösse sich im gleichen Verhältnis ändert, dass

$$P_1' : P_2' : P_3' \ldots = P_1 : P_2 : P_3 \ldots$$

(siehe Fig. 1a) ist, bleibt das Seilpolygon an seinem Orte und die Ankerzüge, die Pylonendrücke, sowie der Horizontalzug H ändern sich in demselben Verhältnisse.

Lasten, welche keine wesentlichen Änderungen erfahren, sind aber bei Brücken immer nur die Eigengewichte, während die Verkehrslasten über jegliche beliebige Strecke der Fahrbahn verteilt auftreten können. Solche Partialbelastungen werden stets wellenförmige Bewegungen der Brückenfahrbahn hervorrufen und zwar um so grössere, je grösser die Verkehrslast gegenüber der ständigen Last ist. Um solche Bewegungen der Brückenbahn beim Überschreiten von Verkehrslast zu verhindern, muss also das Seil oder die Kette versteift werden. Dies geschieht am besten durch einen Balken oder Träger, den man je nach Bedürfnis ausgestalten kann und dessen Berechnung im weiteren die Hauptaufgabe ist. Dabei können natürlich auch mehrere Öffnungen aneinander geschaltet werden, wodurch die Lösung der Aufgabe vielfach verwickelter wird.

Die Versteifungsträger sind selbstverständlich immer so zu lagern, dass sie Temperaturausdehnungen genügen können, ebenso ist es mit den Lagern der Seile und Ketten auf den Pylonen der Fall.

II. Form von Kette und Seil. Formel für den Horizontalzug. Allgemeine Formel für das Biegungsmoment. Einteilung der verschiedenen Systeme.

Eine frei hängende Kette oder ein frei hängendes Seil, dessen Eigengewicht pro Längeneinheit konstant ist, wird sich durch sein Gewicht nach einer Kettenlinie ein-

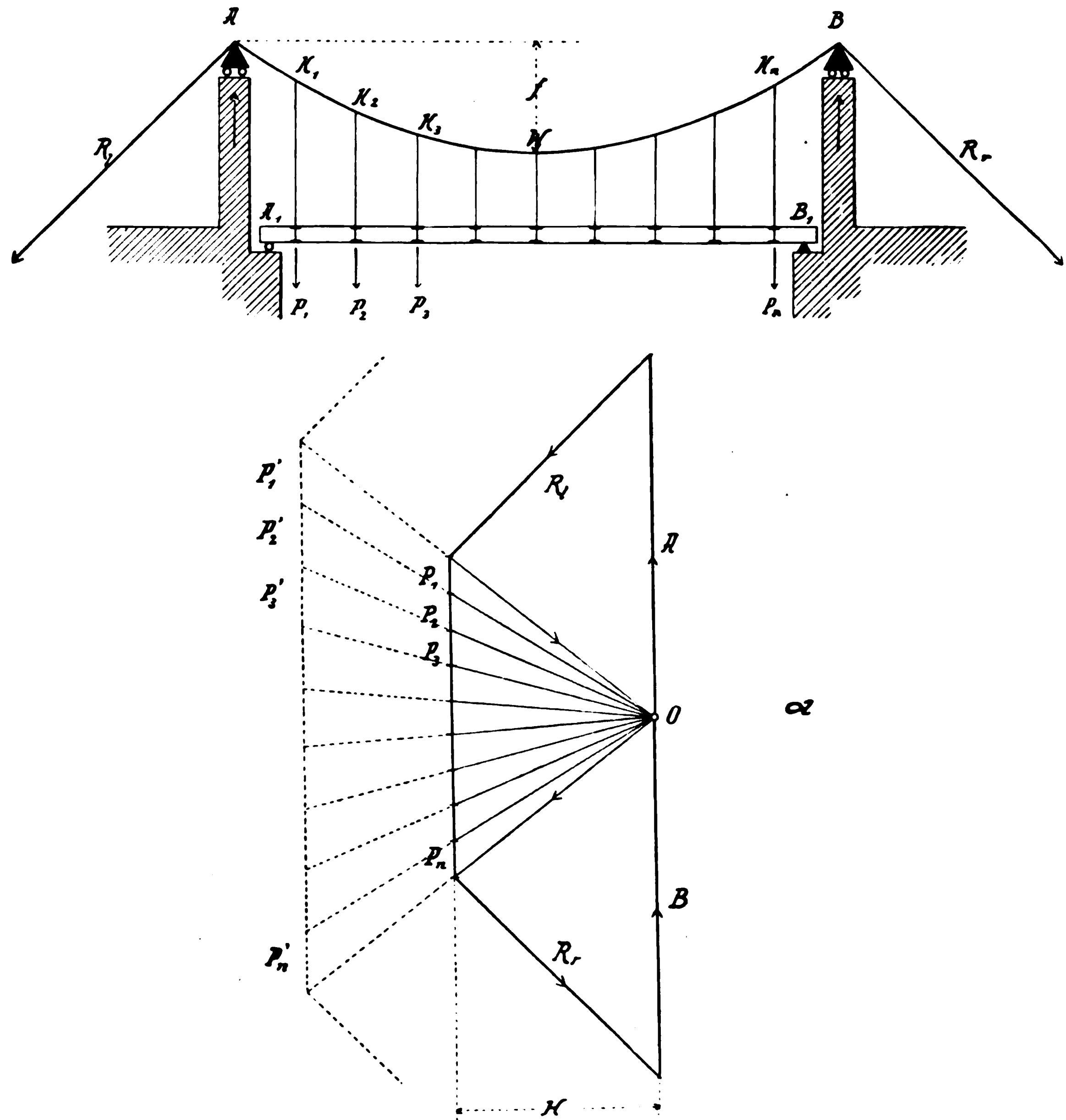

Fig. 1.

stellen. Indessen überwiegen die Fahrbahnlasten, das Gewicht des Versteifungsträgers und die Verkehrslasten, welche alle für die Berechnung pro laufende Einheit der Horizontalprojektion konstant angenommen werden können, stets ganz bedeutend das Eigengewicht von Kette und Seil, so dass diese ohne weiteres die Form des Seilpolygons für gleichförmig verteilte Lasten annehmen, nämlich die Form einer Parabel. Bei der flachen Kurve, mit welcher gewöhnlich Kette und Seil angeordnet werden, sind Kettenlinie und Parabel auch nur ganz unwesentlich voneinander verschieden, so dass man für die Berechnung immer eine Parabel annehmen kann und zwar, da alle Lasten senkrecht wirken, eine Parabel mit senkrechter Achse.

Das Maximalmoment in der Mitte der Parabel beträgt, wenn r die Belastung pro Längeneinheit ist:

$$M = \frac{r \cdot l^2}{8}$$

und damit wird der Horizontalzug

$$H = \frac{M}{f} = \frac{r \cdot l^2}{8f} \quad \text{. . . . .} \quad 1.$$

siehe Fig. 1.

Lässt man die Kette oder das Seil über mehrere Öffnungen hinweg laufen und stellt die Bedingung, dass die Lager auf den Pylonen nicht fortrollen sollen, so muss der Horizontalzug in allen Öffnungen derselbe sein. Er muss also sein:

$$H = \text{konstant, oder}$$

$$\frac{l^2}{f} = \frac{l_1^2}{f_1} = \frac{l_2^2}{f_2} = \ldots\ldots \text{ woraus wird } f_1 = f \cdot \frac{l_1^2}{l^2};\ f_2 = f \cdot \frac{l_2^2}{l^2} \ldots\ldots$$

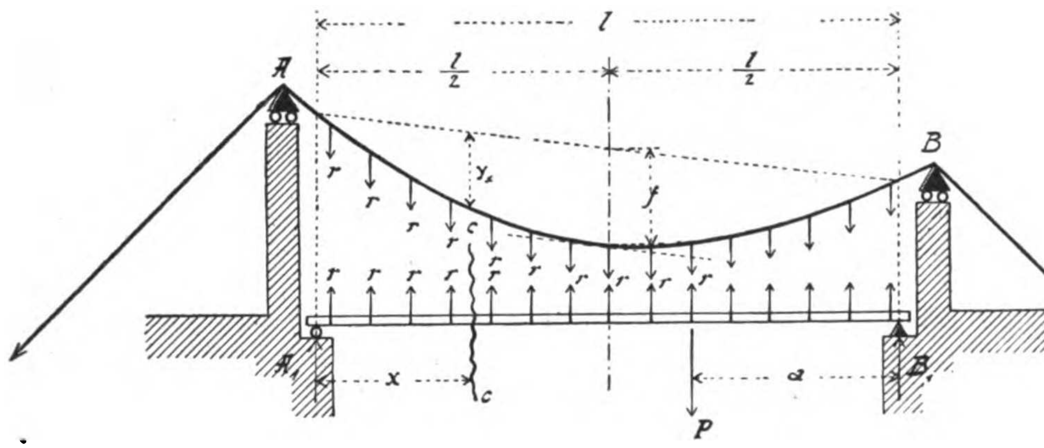

Fig. 2.

Gewöhnlich ist es möglich, durch geschickte Montage den grössten Teil des Eigengewichtes der Brücke direkt an die Kette zu hängen, so dass der Versteifungsträger nur ganz wenig von ständiger Last aufzunehmen hat. Dasselbe gilt bei totaler Belastung der Brücke mit Verkehrslast. Partielle Verkehrslasten dagegen müssen erst durch den Versteifungsträger in gleichförmig verteilte umgewandelt werden und können erst dann von der Kette aufgenommen werden[1]).

Für die Last P im Abstande a vom rechten Auflager des Versteifungsbalkens sei die an die Kette übergehende gleichförmig verteilte Belastung r. Dann wird der Balken in der in Fig. 2 näher dargestellten Weise beansprucht. Das Moment im Schnitte C C wird:

$$M_x = \frac{P \cdot a}{l} \cdot x - \frac{r\,l}{2} \cdot x + \frac{r\,x^2}{2} = \frac{P \cdot a}{l} \cdot x - \frac{r}{2}(l\,x - x^2).$$

[1]) Im weiteren ist für Kette und Seil immer nur das eine Wort „Kette“ gebraucht, sofern nicht, wie in Abschnitt IV, für Kette und Seil verschiedene Formelentwickelungen nötig sind.

Den Klammerausdruck kann man leicht anders deuten, wenn man die Scheitelgleichung der Kettenparabel aufstellt:

$$\left(\frac{l}{2}-x\right)^2 = 2\pi(f-y_x)$$

$$x=o \quad y=o \quad \frac{l^2}{4}=2\pi f$$

$$2\pi=\frac{l^2}{4f}$$

also:

$$\left(\frac{l}{2}-x\right)^2=\frac{l^2}{4f}(f-y_x)$$

oder

$$\frac{l^2}{4}-l_x+x^2=\frac{l^2}{4}-\frac{l^2 y_x}{4f} \qquad -(l_x-x^2)=-\frac{l^2 y_x}{4f}.$$

Diesen Wert in die Gleichung für M_x eingesetzt, wird:

$$M_x=P.\frac{a.x}{l}-\frac{r}{2}.\frac{l^2 y_x}{4f}=P.\frac{ax}{l}-\frac{r\,l^2}{8f}.y_x.$$

Nun ist $\frac{r.l^2}{8f}=H_p$ und $P.\frac{ax}{l}$ das Moment in C für den einfachen frei aufliegenden Balken A_1 B_1. Bezeichnet man letzteres mit M_{op}, so wird schliesslich

$$M_x=M_{op}-H_p.y_x \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2.$$

Diese Gleichung gilt ganz allgemein und so lange, als der Versteifungsträger ein zwischen A_1 und B_1 frei aufliegender Balken ist. Während jedoch bei statisch bestimmten Systemen H_p ohne weiteres sich aus den geometrischen Abmessungen der Kette ermitteln lässt, muss bei statisch unbestimmten Systemen das elastische Verhalten von Kette und Träger zur Bestimmung von H_p mit herangezogen werden.

Ausser nach der Zahl der Öffnungen und der Ausbildung der Versteifungsträger lassen sich die verschiedenen Formen versteifter Hängebrücken vor allem nach der Zahl der überzähligen oder statisch unbestimmten Grössen einteilen. Dabei ist, mit Rücksicht auf die Ermittelung der Querkräfte, zu unterscheiden, ob der Versteifungsträger ein vollwandiger Balken, oder ob er ein Fachwerk ist. In letzterem Falle kann ausserdem noch die spezielle Anordnung vorkommen, dass ein Gurt des Trägers ganz oder teilweise mit der Kette zusammenfällt, und dieser Gurtteil dann sowohl Kräfte als Kettenglied wie als Trägerstab erhält. Viele der bei den verschiedenen Systemen entwickelten Formeln ergeben sich in aller einfachster Weise und auch bei den mehrfach statisch unbestimmten Gebilden kann man meist die Endresultate auf ganz einfache Formen bringen. Auf jeden Fall bieten die versteiften Hängebrücken keine grösseren Schwierigkeiten zur Berechnung der inneren Kräfte als elastische Bogen und kontinuierliche Balken.

III. Statisch bestimmte Hängebrücken, versteift durch Balken oder Fachwerke.

1. Versteifung durch Balken.

An der Kette hängt, nur durch die Hängestäbe verbunden, der versteifende Balken. Er besitzt in jeder Öffnung ein festes und ein längsbewegliches Lager; ebenso sind die Lager der Kette auf den Pylonen längsbeweglich, so dass daselbst nur senkrechte Auflagerkräfte entstehen können.

a) Brücke mit einer Öffnung.

Würde der Balken $A_1 B_1$ ohne Unterbrechung von Auflager zu Auflager gehen, so wäre er für sich ein zur Aufnahme von Lasten fähiges Gebilde. Die Verbindung mit einer Kette würde also ein überzähliges Glied in das System bringen, es würde einfach statisch unbestimmt. Um daher statische Bestimmtheit zu erhalten, ist es nötig, den Balken an irgend einer Stelle, z. B. G_1 zu unterbrechen und daselbst ein Gelenk einzuschalten, Fig. 3.

Für die weitere Berechnung soll die Voraussetzung gemacht werden, dass der Balken vollkommen starr sei, ebenso die Hängestangen und die Kettenglieder; oder mit anderen Worten, die durch die inneren Kräfte verursachten elastischen Formänderungen

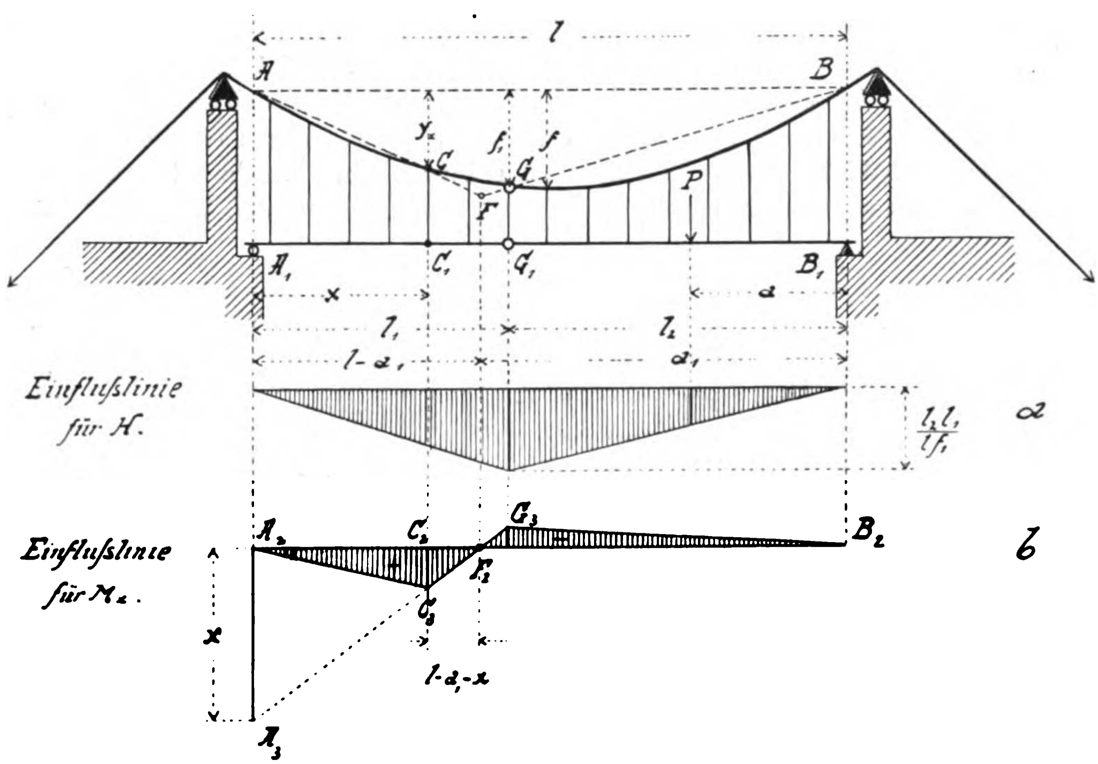

Fig. 3.

sollen vernachlässigt werden. Ein durchschnittener Versteifungsträger einer Ketten- oder Drahtseilbrücke wird natürlich weniger beansprucht, als ein von Auflager zu Auflager durchgehender, die Versteifung ist aber dafür auch eine geringere und die Einbiegungslinie wird unter dem Gelenk eine Spitze aufweisen.

In Amerika findet man verschiedene Beispiele solcher Hängebrücken, und sei nachfolgend ein aus der neuesten Zeit stammendes grosses Projekt dieser Form dargestellt, Fig. 4. Es ist der Entwurf der E. & C. Bridge Co. (als solche bezeichnet sich die Londoner Vertretung der Pennsylvania Steel Co. in Steelton Pa., U. S. A.) für die Überbrückung des Hafens in Sydney, welcher Vorschlag bis zur letzten Entscheidung in engerer Wahl stand[1]).

[1]) Siehe Zeitschrift deutscher Ingenieure 1904, Nr. 50, S. 1893 ff. und „The Engineer" vom 12. August 1904.

Die Hauptstützweite beträgt 1300 Fuss (396,24 m), die Höhe der Pylonen 351 Fuss (106,94 m). Die Brücke hat zwei Fusswege, zwei Eisenbahngeleise, zwei Strassenbahngeleise und eine 35 Fuss breite Fahrstrasse zu tragen, und sind hierfür zwei Haupttragwände in 96 Fuss (29,26 m) Querentfernung angeordnet. Jeder Hauptträger besitzt zwei Kabel und zwei Versteifungsträger mit drei Gelenken, d. h. die Versteifungsträger in Halbparabelform sind in der Mitte nur durch ein Gelenk verbunden und stützen sich an den Enden mittelst längsbeweglicher Kipplager auf die Pylonen. Die Befestigung am Kabel zur Übertragung von Längskräften erfolgt am Mittelgelenk. Bevor die Kabel in die Ankerschächte übergehen, sind Regulierungsvierecke eingeschaltet, welche es gestatten, bei der Montage die Kabel in richtiger Weise zu spannen. Die Kosten der Brücke auf eine Länge von rund 3000 Fuss (914½ m) einschliesslich Fundierungen waren zu über 28 Millionen Mark veranschlagt. Der Entwurf unterlag schliesslich sowohl wegen der hohen Kosten, als auch wegen der nicht besonders gelungenen Linienführung, die in keiner Weise sich dem schönen Bilde des Hafens von Sydney einpassen würde.

In Amerika ist man mit der Durchschneidung der Versteifungsträger vielfach noch weiter gegangen, indem man an mehr als einer Stelle Gelenke einschaltete und so ein ganz labiles Gebilde schuf. Trotzdem ist natürlich eine Gefahr für den Bestand einer solchen Brücke nicht vorhanden, nur die Schwankungen werden bedeutend grösser.

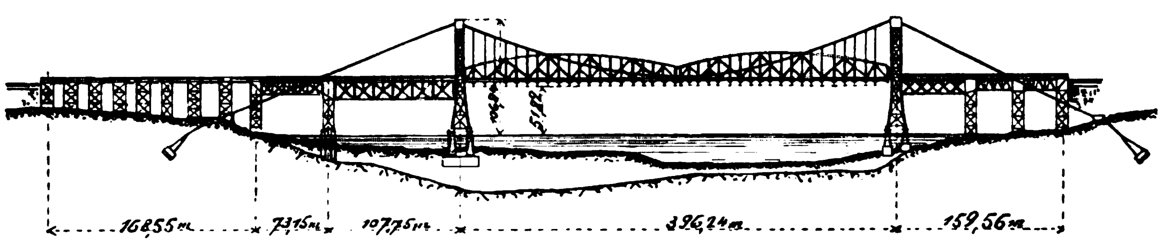

Fig. 4.

Projekt einer Hängebrücke über den Hafen in Sydney.

Ein europäisches Beispiel dieser Art ist die Hängebrücke über die Aare in Aarau (Schweiz), welche an nicht weniger als 3 Stellen Gelenke besitzt. Die genaue statische Untersuchung eines solchen labilen Systems dürfte ziemlich schwierig sein.

Mit den Bezeichnungen von Fig. 3 ergibt sich nun folgendes:

Berechnung der Kette. Die grösste Beanspruchung wird erhalten durch Totalbelastung, da in diesem Falle der Versteifungsträger nichts aufzunehmen vermag.

Sei g = Eigengewicht pro Längeneinheit
p = Verkehrslast „ „

und $g + p = q$, so wird:

$$H_{max.} = \frac{q \cdot l^2}{8 f}.$$

Konstruiert man mit dieser Kraft nach Fig. 1 das Kräftepolygon, so erhält man ohne weiteres die grössten Kettenkräfte, die Auflagerdrücke auf den Pylonen und die massgebenden Ankerkräfte.

Versteifungsträger. Für den Balken gilt allgemein die Gleichung 2:

$$M_x = M_{op} - H_p \cdot y_x,$$

somit sind für den Gelenkpunkt G_1:

$$M_{G_1} = M_{oG_1} - H_p \cdot f_1.$$

Nun ist aber für den nur durch ein Gelenk zusammengehaltenen Balken $M_{G_1} = 0$, es ist also:

$$H_p = \frac{M_{oG_1}}{f_1}, \text{ oder, da } M_{oG_1} = \frac{P \cdot a}{l} l_1$$

$$H_p = \frac{P \cdot a \cdot l_1}{l f_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3.$$

und für eine Last am Gelenk selbst:

$$H_p' = \frac{P \cdot l_2 l_1}{l f_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3a.$$

$$H_p = H_p' \cdot \frac{a}{l_2}$$

Die Einflusslinie von H ist also ein Dreieck mit der Spitze $\frac{l_2 l_1}{l f_1}$ unter G_1.

Für den Sonderfall $l_1 = l_2 = \frac{l}{2}$ wird

$$H' = \frac{l}{4f}.$$

Mit H ist nun ohne weiteres die Reaktionslast r zwischen Kette und Balken gegeben:

$$r = \frac{8fH}{l^2}.$$

Ebenso ist der Auflagerdruck der Kette auf den Pylonen gegeben. Er beträgt bei A:

$$A_o = \frac{r \cdot l}{2} + \frac{H \cdot h}{l}$$

bei B: $\quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4.$

$$B_o = \frac{r \cdot l}{2} - \frac{H \cdot h}{l}$$

siehe Fig. 5.

Die Resultierenden von H und A_o, ebenso von H und B_o liegen in den Richtungen der letzten Kettenpolygonseiten, bezw. tangieren die Kettenparabel an den Enden. Denn es ist:

$$H : A_o = \frac{r\,l^2}{8f} : \frac{rl}{2} + \frac{H \cdot h}{l}$$

oder, nach einiger Umrechnung

$$H : A_o = \frac{l}{2} : 2f + \frac{h}{2}.$$

Durch den um f tieferen Punkt unter M geht aber die Parabeltangente.

Endlich sind noch die Auflagerreaktionen bei A_1 und B_1 gefunden. Sie betragen

$$A_u = \frac{P \cdot a}{l} - \frac{rl}{2}$$

$$B_u = \frac{P \cdot (l - a)}{l} - \frac{rl}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 5.$$

Setzt man in A die Werte A_o und A_u zusammen, so erhält man den Auflagerdruck des gesamten Systemes:

$$A = A_o + A_u = \frac{H \cdot h}{l} + \frac{P \cdot a}{l}$$

und die Resultierende von A und H ist die linksseitige Auflagerreaktion R_l von P. Die Neigung derselben ist ausgedrückt durch das Verhältnis:

$$A:H = \frac{H\,.\,h}{l} + \frac{P\,.\,a}{l} : H = \frac{h}{l} + \frac{a}{l} \cdot \frac{l\,f_1}{a\,l_1} : 1 = \frac{h}{l} + \frac{f_1}{l_1} = \frac{1}{l_1}\left(\frac{h\,l_1}{l} + f_1\right)$$

$\frac{h\,.\,l_1}{l} = K$ gesetzt:

$$A:H = (K + f_1):l_1,$$

d. h. die linksseitige Reaktion R_l geht durch G. Sie schneidet P auf D, wodurch dann auch die Richtung der rechtsseitigen Reaktion R_r gefunden ist.

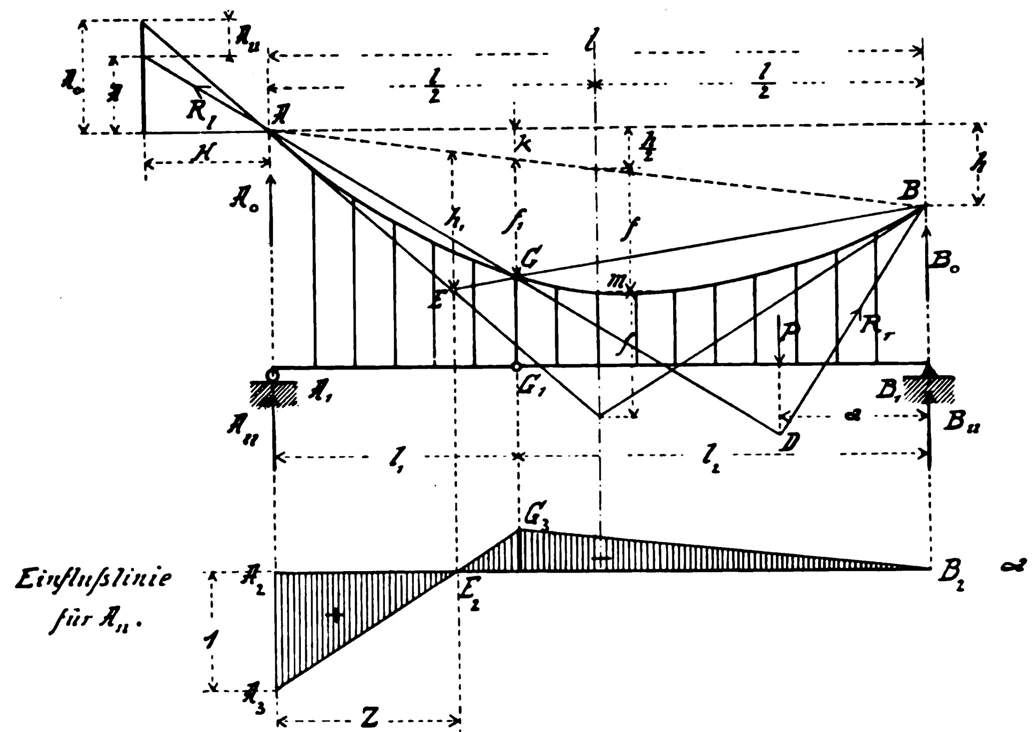

Fig. 5.

Man hat also den Satz:

Für rechts vom Gelenk stehende Lasten hat die linksseitige Reaktion stets die Richtung AG,

für links vom Gelenk stehende Lasten hat die rechtsseitige Reaktion stets die Richtung BG.

Zur Aufzeichnung der Einflusslinie für den Auflagerdruck in A_1 beachte man, dass für eine Last in A_1 selbst $A_u = 1$ ist. Rückt die Last nach rechts bis zum Punkt E, wo die Gerade GB die Tangente an die Kette in A trifft, so ist $A_u = 0$. Denn in diesem Falle geht die Reaktion R_l direkt zum Pylonenlager (Fig. 5). Die Entfernung Z wird leicht gefunden aus der Gleichsetzung zweier Ausdrücke für die Grösse h_1:

$$h_1 = \frac{4\,f\,z}{l} = \frac{f_1\,.\,(l - z)}{l_2}$$

und wird schliesslich:

$$Z = \frac{f_1\,l^2}{4\,f\,l_2 + f_1\,l} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6.$$