

Л.Е. Калихман

**Влияние формы профиля на сопротивление
трения. Исследование турбулентного
пограничного слоя в области отрыва**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 53
ББК 22.3
Л11

Л11 **Л.Е. Калихман**
Влияние формы профиля на сопротивление трения. Исследование турбулентного пограничного слоя в области отрыва / Л.
Е. Калихман – М.: Книга по Требованию, 2021. – 80 с.

ISBN 978-5-458-32151-8

ISBN 978-5-458-32151-8

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2021
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Из формул (1,2) и (1,3) получается следующего типа профиль скоростей:

$$\frac{u}{u_\delta} = 1 + \frac{v_*}{u_\delta} \frac{1}{k} f(\eta, A_1), \quad (1,4)$$

зависящий от двух функций s , а именно, параметров $\frac{v_*}{u_\delta}$ и $\frac{\delta}{\tau_0} \frac{dp}{ds}$.

Таким образом, решение уравнения (1,1) представляется возможным искать в виде двух функций (1,2) и (1,4), благодаря чему вместо уравнения (1,1) с частными производными можно получить обыкновенное уравнение 1-го порядка относительно функций, образующих параметры, т. е. δ и τ_0 .

Уравнение, выражающее связь между обеими функциями („обобщенный закон сопротивления“) К. К. Федяевский получает из предположения, что скорость турбулентного пограничного слоя вблизи стенки непрерывным образом переходит в скорость чисто ламинарного подслоя, граница которого определяется существованием некоторого постоянного критического рейнольдсова числа⁽⁷⁾. Последнее предположение, очевидно, эквивалентно гипотезе о том, что поперечные возмущения затухают в той области турбулентного пограничного слоя, точки которой удовлетворяют условию устойчивости $\frac{uy}{\nu} < R_{\text{крит}}$.

Блестящая работа К. К. Федяевского о турбулентном пограничном слое крыла⁽⁷⁾, завершая целый цикл работ, базирующихся на полуэмпирических теориях турбулентности Прандтля-Кармана, позволяет, по существу впервые, приступить к теоретическому расчету сопротивления трения крылового профиля с учетом особенностей внешней задачи. Установив достоверность такого расчета, мы пользуемся открывающейся возможностью выявления влияния формы профиля на сопротивление трения. Больше того, основные идеи К. К. Федяевского, а именно возможность представления напряжения трения в виде многочлена (1,2) и гипотеза о существовании критического числа Рейнольдса ламинарного подслоя оказываются настолько плодотворными, что позволяют, при надлежащем использовании, решить важнейшую задачу об отрыве турбулентного пограничного слоя с достаточной для практических целей точностью. Наконец, будучи использованы специальным образом при рассмотрении точки отрыва, эти идеи позволяют, насколько нам известно впервые, провести полное теоретическое исследование турбулентного пограничного слоя в области отрыва.

2. ВЫВОД РАСЧЕТНЫХ УРАВНЕНИЙ

Интегрируя уравнение (1,1) в пределах от 0 до δ , получаем уравнение импульсов. Напишем его в форме Польгаузена⁽⁸⁾.

$$\frac{\partial}{\partial s} \int_0^\delta (u - u_\delta)^2 dy + 2 \frac{du_\delta}{ds} \int_0^\delta (u - u_\delta) dy + u_\delta \frac{\partial}{\partial s} \int_0^\delta (u - u_\delta) dy = - \frac{\tau_0}{\rho}. \quad (2,1)$$

Сравнительная сложность профилей скорости типа (1,4) и обобщенного закона сопротивления приводит, в случае их подстановки в уравнение (2,1) и выполнения дифференцирования, к чрезвычайно сложному уравнению первого порядка, приближенное решение которого весьма затруднительно. Вместо этого мы интегрируем уравнение (2,1) по s и, после подстановки распределения скоростей, получаем интегральное уравнение, допускающее эффективное решение путем последовательных приближений.

Имеем:

$$\left[\int_0^{\delta} (u - u_{\delta})^2 dy + u_{\delta} \int_0^{\delta} (u - u_{\delta}) dy \right]_{s^0}^s + \int_{s^0}^s \left[\frac{du_{\delta}}{ds} \int_0^{\delta} (u - u_{\delta}) dy + \frac{\tau_0}{\rho} \right] ds = 0. \quad (2,2)$$

В целях упрощения формул распределения скоростей и законов сопротивления, получаемых при использовании экспериментальной кривой $\frac{l}{\delta}$, последнюю приходится аппроксимировать линейной функцией η . При этом, для получения профилей скорости, непосредственно подставляемых в уравнение (2,2), аппроксимирующая прямая $\frac{l}{\delta} = k\eta$ выбирается из таких соображений, чтобы она достаточно удовлетворительно заменяла экспериментальную кривую на всем интервале $[0,1]$.

Соответствующее значение k , выбранное из условия минимума интеграла от квадрата относительной ошибки, оказывается близким к 0,24, им мы и будем пользоваться во всех дальнейших расчетах. Заметим попутно, что это значение хорошо согласуется с наблюдением Г. А. Гуржиенко, который установил, что наилучшее соответствие логарифмической формулы Прандтля-Никурадзе с распределением скоростей на пластинке получается при $k = 0,22$, а с распределением скоростей на дирижабле при $k = 0,267$.

Как мы уже упоминали, распределение скоростей при этом имеет вид:

$$u = u_{\delta} + \frac{v_*}{k} f(\eta, A_1). \quad (1,4)$$

Поэтому интегралы, входящие в (2,2), можно представить следующим образом:

$$\int_0^{\delta} (u - u_{\delta})^2 dy = \frac{v_*^2}{k^2} \delta \varphi_1(A_1) \quad u \int_0^{\delta} (u - u_{\delta}) dy = \frac{v_*}{k} \delta \varphi_2(A_1),$$

где

$$\varphi_1(A_1) = \int_0^1 [f(\eta, A_1)]^2 d\eta \quad (2,3)$$

и

$$\varphi_2(A_1) = \int_0^1 f(\eta, A_1) d\eta \quad (2,4)$$

представляют некоторые функции A_1 , вид которых зависит от способа интерполяции $\frac{\tau}{\tau_0}$.

Подставляя в уравнение (2,2), получаем:

$$\frac{1}{k^2} v_*^2 \delta \varphi_1(A_1) + \frac{1}{k} u_{\delta} v_* \delta \varphi_2(A_1) - \left[\frac{1}{k^2} v_*^2 \delta \varphi_1(A_1) + \frac{1}{k} u_{\delta} v_* \delta \varphi_2(A_1) \right]_0^s + \int_{s^0}^s \left(\frac{du_{\delta}}{ds} v_* \delta \varphi_2(A_1) + k v_*^2 \right) ds = 0. \quad (2,5)$$

Переходя к безразмерным величинам

$$\frac{v_*}{V_0} = \bar{v}_*, \quad \frac{\delta}{L} = \bar{\delta}, \quad \frac{s}{L} = \bar{s}, \quad \frac{u_\delta}{V_0} = V\bar{f},$$

получаем окончательное интегральное уравнение:

$$\frac{1}{k} \bar{v}_*^2 \bar{\delta} \bar{\varphi}_1(A_1) + V\bar{f} \bar{v}_* \bar{\delta} \bar{\varphi}_2(A_1) - \left[\frac{1}{k} \bar{v}_*^2 \bar{\delta} \bar{\varphi}_1(A_1) + V\bar{f} \bar{v}_* \bar{\delta} \bar{\varphi}_2(A_1) \right]_0^{\bar{s}} + \int_0^{\bar{s}} \left(\frac{dV\bar{f}}{d\bar{s}} \bar{v}_* \bar{\delta} \bar{\varphi}_2(A_1) + k \bar{v}_*^2 \right) d\bar{s} = 0. \quad (2,6)$$

Полученное уравнение мы рассматриваем как интегральное уравнение, определяющее $\bar{v}_*$, следовательно $\bar{\delta}$, входящее в него непосредственно и в A_1 , должно быть выражено по закону сопротивления также через $\bar{v}_*$.

Начальные условия: при $\bar{s} = \bar{s}^0$, $\bar{\delta} = \bar{\delta}^0$, следовательно, по закону сопротивления $\bar{v}_* = \bar{v}_*^0$.

Для получения профилей скорости и законов сопротивления годных при любых значениях параметра A_1 мы воспользуемся следующим приемом.

При использовании основных пяти граничных условий

$$\begin{array}{ll} 1. \eta = 0 & \bar{\tau} = 1 \\ 2. \eta = 0 & \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \eta} = A_1 \\ 3. \eta = 1 & \bar{\tau} = 0 \\ 4. \eta = 0 & \frac{\partial^2 \bar{\tau}}{\partial \eta^2} = 0 \\ 5. \eta = 1 & \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \eta} = 0 \end{array}$$

коэффициенты разложения (1,2) принимают следующие значения:

$$A_0 = 1, \quad A_1 = \frac{\delta}{\tau_0} \frac{dp}{ds}, \quad A_2 = 0, \quad A_3 = -4 - 3A_1, \quad A_4 = 3 + 2A_1.$$

Соответствующее выражение корня квадратного из разложения (1,2), необходимое для подстановки в формулу Прандтля (1,3),

$$\sqrt{\bar{\tau}} = \sqrt{1 + A_1 \eta + (-4 - 3A_1) \eta^3 + (3 + 2A_1) \eta^4}, \quad (2,7)$$

повидимому, отражает действительность лучше, чем любое другое выражение для $\sqrt{\bar{\tau}}$. Впрочем, наиболее существенным является то обстоятельство, что уравнение (2,7), действительно при всех положительных значениях A_1 , в том числе и $A_1 = \infty$, в противоположность интерполяции $\sqrt{\bar{\tau}}$ по граничным условиям, предложенной К. К. Федяевским во 2-ой части его работы⁽⁷⁾.

Однако для интегрируемости формулы Прандтля требуется более простое выражение для $\sqrt{\bar{\tau}}$, нежели (2,7). Подобное выражение мы с помощью (2,7) без труда получим.

Мы можем, например, с любой степенью точности аппроксимировать выражение (2,7) многочленом

$$\sqrt{\bar{\tau}} = B_0 + B_1 \eta + B_2 \eta^2 + B_3 \eta^3 + B_4 \eta^4 + \dots, \quad (2,8)$$

определяя коэффициенты из условий равенства этого многочлена значениям $\sqrt{\bar{\tau}}$ по уравнению (2,7) при заданных значениях η . При этом получаем систему уравнений, свободные члены которых состоят из выражений типа $\sqrt{a + bA_1}$. Вследствие весьма медленного и плавного изменения этой функции по A_1 , ее можно с большой точностью и для больших интервалов изменения A_1 аппроксимировать прямой.

Итак, положим:

$$\sqrt{\bar{\tau}} = B_0 + B_1 \eta + B_2 \eta^2 + B_3 \eta^3 + B_4 \eta^4. \quad (2,9)$$

Сохраняя граничные условия для $\sqrt{\tau}$, эквивалентные условиям 1, 2 и 3 для τ^1 , а именно:

$$1. \eta=0 \quad \sqrt{\tau}=1$$

$$2. \eta=0 \quad \frac{\partial \sqrt{\tau}}{\partial \eta} = \frac{1}{2\sqrt{\tau}} \frac{\partial \tau}{\partial \eta} = \frac{A_1}{2}.$$

$$3. \eta=1 \quad \sqrt{\tau}=0$$

потребуем, чтобы разложение (2,9) удовлетворяло следующим промежуточным условиям:

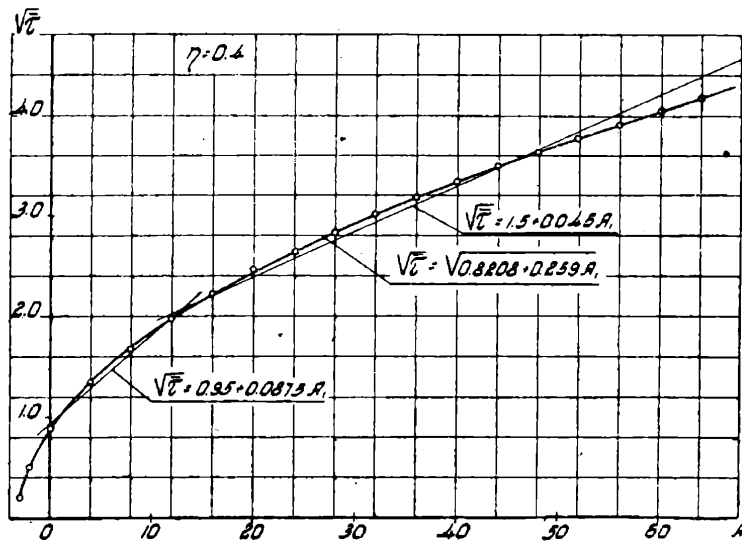
$$4. \eta=\eta_1 \quad \sqrt{\tau} = \sqrt{1 - 4\eta_1^3 + 3\eta_1^4 + (\eta_1 - 3\eta_1^3 + 2\eta_1^4) A_1}$$

$$5. \eta=\eta_2 \quad \sqrt{\tau} = \sqrt{1 - 4\eta_2^3 + 3\eta_2^4 + (\eta_2 - 3\eta_2^3 + 2\eta_2^4) A_1}.$$

Выберем $\eta_1=0,4$ и $\eta_2=0,8$ и воспользуемся указанной выше возможностью заменить правые части линейной функцией A_1 . Тогда промежуточные условия переписутся в следующем виде:

$$\left. \begin{array}{l} 4. \eta=0,4 \quad \sqrt{\tau} = 0,95 + 0,0875A_1 \\ 5. \eta=0,8 \quad \sqrt{\tau} = 0,45 + 0,056A_1 \end{array} \right\} A < 13$$

$$\left. \begin{array}{l} 4. \eta=0,4 \quad \sqrt{\tau} = 1,5 + 0,045A_1 \\ 5. \eta=0,8 \quad \sqrt{\tau} = 0,85 + 0,025A_1 \end{array} \right\} A_1 > 13$$



Фиг. 1.

Графики функций $\sqrt{\tau}$ по A_1 при $\eta=0,4$ и $\eta=0,8$, а также аппроксимирующие прямые для интервалов

$0 < A_1 < 13$ и $A_1 > 13$ представлены на фиг. 1 и 2.

Таким образом, для коэффициентов многочлена (2,9) получаем следующую систему:

$$\left. \begin{array}{l} B_0 = 1, \quad B_1 = 0,5A_1 \\ B_0 + B_1 + B_2 + B_3 + B_4 = 0 \\ B_0 + 0,4B_1 + 0,4^2B_2 + 0,4^3B_3 + 0,4^4B_4 = 0,95 + 0,0875A_1 \\ B_0 + 0,8B_1 + 0,8^2B_2 + 0,8^3B_3 + 0,8^4B_4 = 0,45 + 0,056A_1 \end{array} \right\} A_1 < 13.$$

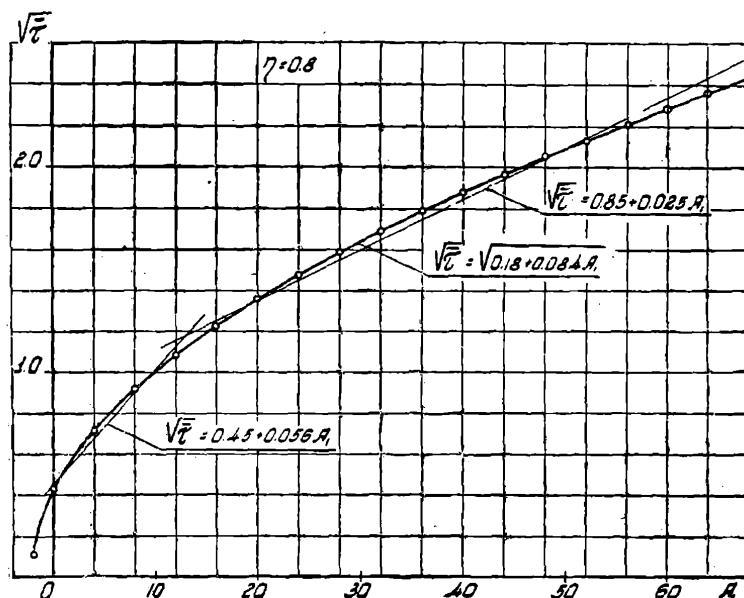
1 См. К. К. Федяевский. Турбулентный пограничный слой крыла. Ч. II. Стр. 12.

Решая эту систему, получаем:

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= 1, \\ B_1 &= 0,5A_1, \\ \frac{B_2}{2} &= 0,2943 - 0,495A_1, \\ \frac{B_3}{3} &= -0,898 + 0,289A_1, \\ \frac{B_4}{4} &= 0,2767 - 0,0944A_1, \\ B_5 &= -\left(B_1 + \frac{B_2}{2} + \frac{B_3}{3} + \frac{B_4}{4}\right) = 0,327 - 0,2A_1. \end{aligned} \right\} \quad (2,10)$$

Решая аналогичную систему для $A_1 > 13$, получаем:

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= 1, \\ B_1 &= 0,5A_1, \\ \frac{B_2}{2} &= 4,8515 - 0,816A_1, \\ \frac{B_3}{3} &= -6,76 + 0,67A_1, \\ \frac{B_4}{4} &= 2,391 - 0,22A_1, \\ B_5 &= -0,482 - 0,134A_1. \end{aligned} \right\} \quad (2,11)$$



Фиг. 2.

Подставляя в формулу Прандтля (1,3) $\sqrt{\tau}$ по уравнению (2,9), получаем:

$$u = u_0 + \frac{v_*}{k} \int_1^{\eta} \frac{\sqrt{\tau}}{t} dt = u_0 + \frac{v_*}{k} \int_1^{\eta} \frac{B_0 + B_1 t + B_2 t^2 + B_3 t^3 + B_4 t^4}{t} dt;$$

$$\frac{u}{v_*} = \frac{u_0}{v_*} + \frac{1}{k} \left(\ln \eta + B_1 \eta + \frac{B_2}{2} \eta^2 + \frac{B_3}{3} \eta^3 + \frac{B_4}{4} \eta^4 + B_5 \right). \quad (2,12)$$

Распределение скоростей в ламинарном подслое получается из выражения (1,2) (причем членами, содержащими η^3 и η^4 можно пренебречь)¹:

$$\tau = \tau_0 (1 + A_1 \eta) = \frac{\mu}{\delta} \frac{du}{d\eta}; \quad (2,13)$$

$$\frac{u}{v_*} = R_1 \eta + \frac{A_1 R_1}{2} \eta^2. \quad (2,14)$$

Приравнивая (2,12) и (2,14) и полагая $\eta_n = \frac{\alpha}{R_1}^2$, получаем закон сопротивления (пренебрегая членами высшего порядка малости):

$$\frac{V\bar{f}}{v_*} - \frac{\alpha^2}{2} \frac{A_1}{R_1} = \alpha - \frac{1}{\kappa} \ln \alpha + \frac{1}{\kappa} \left(\ln R_1 - B_1 \frac{\alpha}{R_1} - B_5 \right), \quad (2,15)$$

где:
$$A_1 = \frac{\delta}{\tau_0} \frac{dp}{ds} = - \frac{\bar{\delta}}{2\bar{v}_*^2} \frac{df}{ds}$$

и
$$R_1 = \frac{v_* \bar{\delta}}{\nu} = Re \bar{v}_* \bar{\delta}.$$

Мы пишем здесь κ вместо k в (2,12) вследствие того, что для получения удовлетворительного закона сопротивления профиль скоростей должен особенно точно отражать действительность в области малых η , при которых приравниваются скорости ламинарного и турбулентного участков. Это достигается в том случае, если для закона сопротивления

кривую $\frac{l}{\delta}$ аппроксимировать прямой $\kappa\eta$, где $\kappa = \left. \frac{d \frac{l}{\delta}}{d\eta} \right|_{\eta=0} \cong 0,38$.

Значение κ мы принимаем универсальным при всех дальнейших расчетах. Совершенно естественно, что при использовании экспериментальной кривой $\frac{l}{\delta}$, или даже параболической интерполяции, необходимость различной аппроксимации для профиля скоростей и для закона сопротивления отпадает, однако, получаемые при этом выражения оказываются значительно более сложными.

Вследствие того, что трансцендентный закон сопротивления (2,15) неразрешим относительно $\bar{v}_*$ или $\bar{\delta}$, мы аппроксимируем входящий в него $\lg R_1$ рядом прямых $aR_1 + b$, причем выбор тех или иных коэффициентов a, b производится на основании ориентировочных R_1 по таблице 1 (см. приложение 1).

Подставляя (2,10) и (2,11) в (2,15), получаем окончательный вид закона сопротивления:

$$\bar{\delta} = \frac{\frac{\kappa V\bar{f}}{v_*} - (c\kappa + b) + \frac{7,8}{Re} \frac{1}{\bar{v}_*} \frac{df}{ds}}{a Re \bar{v}_* - 0,1 \frac{df}{ds}} \quad \left. \vphantom{\frac{\kappa V\bar{f}}{v_*}} \right\} A_1 < 13 \quad (2,16)$$

где

$$c = \alpha - \frac{1}{\kappa} (\ln \alpha + 0,327) = 3,44; \quad c\kappa = 1,31$$

¹ См. К. К. Федяевский. Турбулентный пограничный слой крыла. Ч. II. Стр. 19. Труды ЦАГИ, вып. 316. 1937.

² Для области близкой к отрыву будет сделано другое предположение относительно η_n . См. § 7.

$$\left. \begin{aligned} \bar{\delta} = \frac{\frac{x \sqrt{f}}{v_*} - (cx + b) + \frac{7.8}{Re} \frac{1}{v_*} \frac{df}{ds}}{a Re \bar{v}_* - 0,067 \frac{df}{ds} \frac{1}{v_*^2}} \end{aligned} \right\} A_1 > 13 \quad (2,17)$$

где

$$c = \alpha - \frac{1}{x} (\ln \alpha - 0,48) = 5,55; \quad cx = 2,11$$

Нам остается еще найти входящие в основное уравнение функции $\varphi_1(A_1)$ и $\varphi_2(A_1)$. Сравнивая (1,4) и (2,12) замечаем, что

$$f(\eta, A_1) = \ln \eta + B_1 \eta + \frac{B_2}{2} \eta^2 + \frac{B_3}{3} \eta^3 + \frac{B_4}{4} \eta^4 + B_5. \quad (2,18)$$

Подставляя значения коэффициентов (2,10) и (2,11) в (2,3) и (2,4) и интегрируя, получаем (промежуточные выкладки опускаем):

$$\varphi_1(A_1) = \begin{cases} 1,4455 + 0,1914 A_1 + 0,00697 A_1^2, \\ 2,58 + 0,154 A_1 + 0,0023 A_1, \end{cases} \quad (2,19)$$

$$\varphi_2(A_1) = \begin{cases} -0,7442 - 0,06168 A_1, \\ -1,079 - 0,032 A_1. \end{cases} \quad (2,20)$$

Идея решения уравнения (2,6) заключается в том, что мы задаемся некоторым нулевым приближением $\bar{v}_* = \bar{v}_*(\bar{s})$, находим по (2,16) или (2,17) соответствующее $\bar{\delta} = \bar{\delta}(\bar{s})$, затем $A_1 = A_1(\bar{s})$ и $\varphi_2 = \varphi_2(A_1)$ по (2,20), подставляем под интеграл и, выполняя графическое интегрирование, получаем алгебраическое уравнение для $\bar{v}_* = \bar{v}_*(\bar{s})$ первого приближения. Полученное $\bar{v}_*(\bar{s})$ можно вновь подставить под интеграл и т. д. Подробное изложение метода расчета мы даем в приложении 1.

Условия сходимости, кстати, весьма общие, установлены нами в приложении 2. Сходимость процесса настолько велика, что уже после второго приближения кривая $\bar{v}_* = \bar{v}_*(s)$ практически не меняется; в громадном большинстве случаев достаточно ограничиваться одним первым приближением.

Попутно можно отметить, что предлагаемый нами метод решения уравнения турбулентного пограничного слоя может быть применен и к ламинарному слою.

Так, подставляя подходящий профиль скоростей (зависящий обыкновенно от параметра $\lambda = \frac{du_\delta}{ds} \cdot \frac{\delta^2}{v}$) в уравнение импульсов и интегрируя последнее по s , получаем вместо сложного дифференциального уравнения Польгаузена следующее уравнение относительно толщины слоя δ :

$$\begin{aligned} u_\delta^2 \delta [\varphi_1(\lambda) + \varphi_2(\lambda)] - (u_\delta^2 \delta [\varphi_1(\lambda) + \varphi_2(\lambda)])_0 + \int_{s^0}^s \left[\frac{d}{ds} \left(\frac{u_\delta^2}{2} \right) \delta \varphi_2(\lambda) + \right. \\ \left. + v \frac{u_\delta}{\delta} (a_0 + a_1 \lambda) \right] ds = 0 \end{aligned}$$

(φ_1 и φ_2 — многочлены по λ).

После одного—двух приближений получаем окончательное распре-

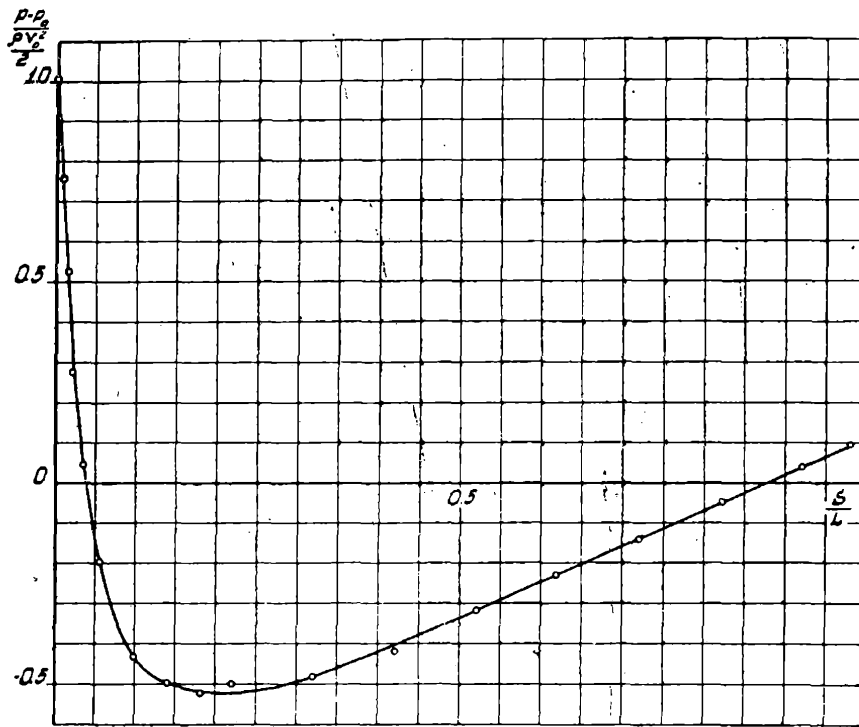
деление толщины слоя вдоль контура крыла, включая точку отрыва, которая таким образом легко определяется.

После этих предварительных соображений переходим к расчету крыловых профилей.

3. РАСЧЕТ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ КРЫЛА

Для первого расчета мы выбрали симметричный профиль Жуковского с относительной толщиной $\sigma = 15\%$. При нулевом угле атаки и числе Рейнольдса, равном $1,695 \cdot 10^6$ Fage and Falkner ⁽¹⁰⁾ произвели весьма тщательное экспериментальное исследование пограничного слоя этого крыла.

В опытах Fage & Falkner пограничный слой не был полностью турбулентен, поэтому, желая произвести расчет лишь для турбулентной области, мы начинаем с места перехода ламинарного слоя в турбулентный и берем из эксперимента начальные данные: при $\bar{s} = \bar{s}^0 = 0,4215$, $\bar{v}_* = \bar{v}_*^0 = 0,0566$.



Фиг. 3.

На фиг. 3 показано экспериментальное распределение давлений по контуру крыла Fage. За нулевое приближение мы примем результат расчета по степенному закону, согласно решению Мюллера ⁽¹¹⁾, а именно:

$$\bar{\delta}^{1-m} = \bar{\delta}_0^{1-m} - \frac{G}{B} Re^m f^{\frac{A}{B}} \int_{\bar{s}^0}^{\bar{s}} f^{\frac{m}{2} - \frac{A}{B}} d\bar{s}, \quad (3,8)$$

где

$$A = \left(1 - \frac{2}{2n+1} + \frac{1}{n+1} \right) \frac{1-m}{2}, \quad m = -\frac{2n}{n+1},$$

$$B = \frac{1}{2n+1} - \frac{1}{n+1}, \quad G = \xi \frac{1-m}{2}.$$

$$\tau_0 = \xi \frac{\rho u_0^2}{2} \left(\frac{u_0 \delta}{\nu} \right)^n, \quad (3,9)$$

$$\xi = 2 \alpha \frac{2(n-1)}{n+1} \quad (\text{формула К. К. Федяевского}^{(7)})$$

Показатель n зависит, вообще говоря, от числа Рейнольдса, хотя и не очень значительно. Мы примем наиболее употребительное значение $n = \frac{1}{7}$. При этом формула (3,8) принимает следующий вид:

$$\bar{\delta}^{\frac{5}{4}} = \bar{\delta}_0^{\frac{5}{4}} + 0,289 f^{-2,055} Re^{-\frac{1}{4}} \int_{\bar{s}_0}^{\bar{s}} f^{1,930} d\bar{s}.$$

После определения $\frac{\tau_0}{q_0}$ по степенному закону по формуле (3,9) ($\xi = 0,045$), находим $\bar{v}_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{2q_0}}$, которое и принимаем за нулевое приближение. Для полученного таким образом $\bar{v}_*$ нулевого приближения находим по (2,16) $\bar{\delta}$ и A_1 , затем по уравнению (2,20) $\varphi_2(A_1)$ (см. графики φ_1 и φ_2 в приложении 1), вычисляем подынтегральную функцию:

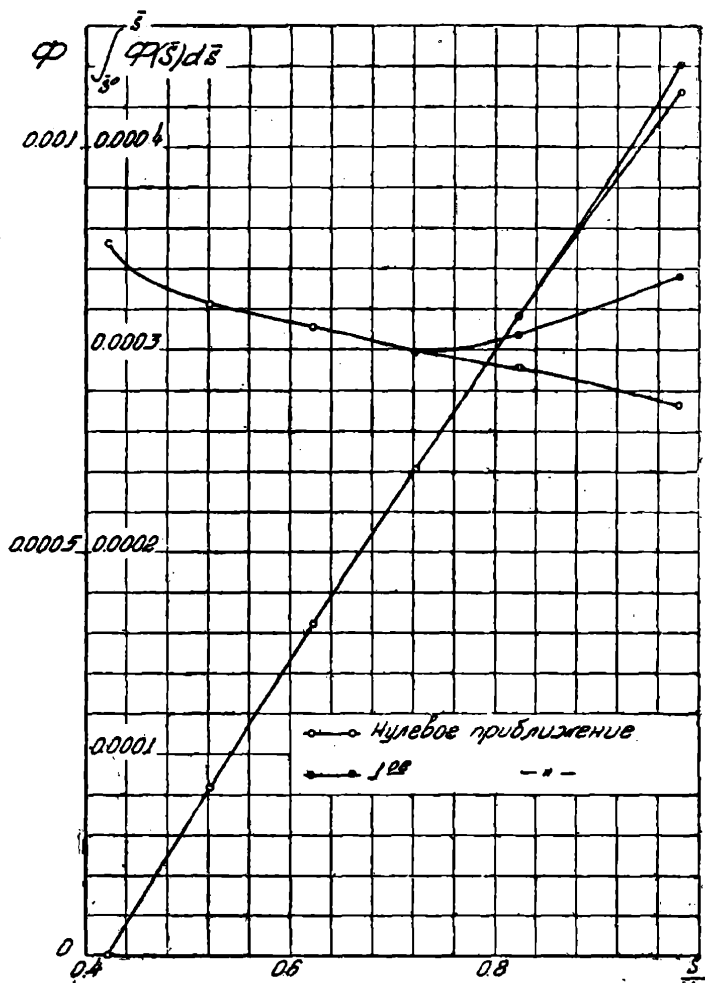
$$\Phi(\bar{s}) = \frac{dVf}{d\bar{s}} \bar{v}_* \bar{\delta} \varphi_2 + k \bar{v}_*^2$$

и выполняем графическое интегрирование $\int_{\bar{s}_0}^{\bar{s}} \Phi(\bar{s}) d\bar{s}$.

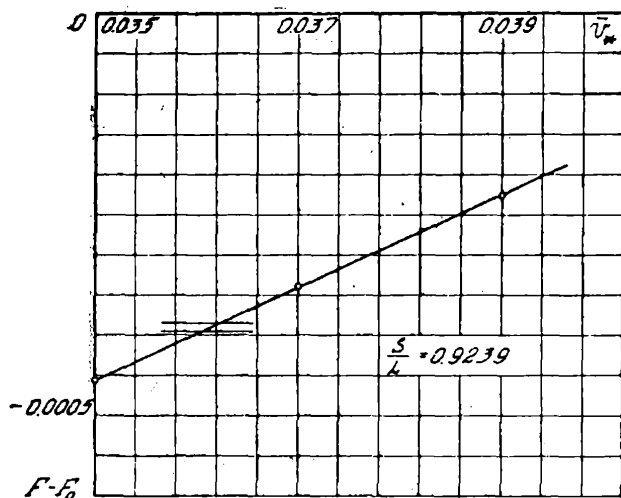
При этом основное уравнение (2,6) превращается в алгебраическое, которое мы и разрешаем для ряда $\bar{s}$.

Для этого задаемся несколькими $\bar{v}_*$ и строим кривую $F - F_0$ по $\bar{v}_*$, причем

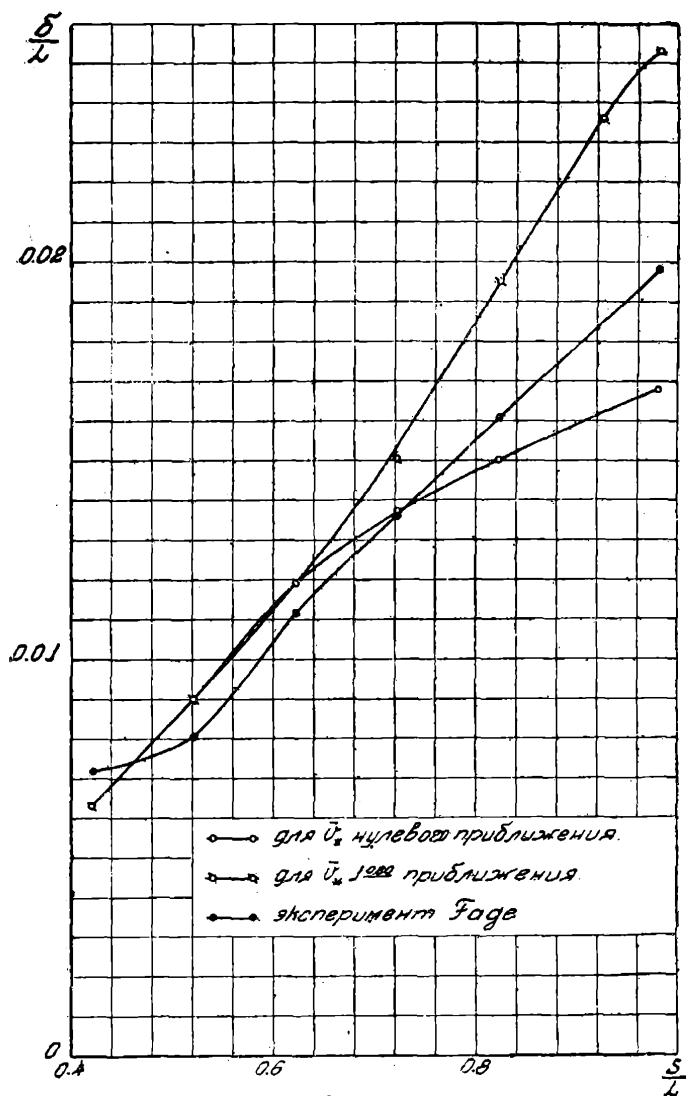
$$F = \frac{1}{k} \bar{v}_*^2 \bar{\delta} \varphi_1 + \bar{v}_* \bar{\delta} \varphi_2 \sqrt{f}.$$



Фиг. 4.



Фиг. 5.



Фиг. 6.

Пересечение кривой с ординатой, равной значе-

нию $\int_{s_0}^{\bar{s}} \Phi(\bar{s}) d\bar{s}$ при дан-

ном $\bar{s}$, определяет $\bar{v}_*$ пер-

вого приближения.

На фиг. 4 представ-

лены подынтегральные функции $\Phi(\bar{s})$ и интегральные кривые $\int_{s_0}^{\bar{s}} \Phi(\bar{s})$ нулевого и первого при-

ближения. На фиг. 5 дано разрешение основного уравнения в сечении $\bar{s} = 0,9239$.

На фиг. 6 представ-

лены кривые δ для $\bar{v}_*$ нулевого приближения, 1-го приближения и экспериментальное распределе-

ние толщины слоя.

На фиг. 7 представ-

лены кривые $\bar{v}_*$ нулевого и 1-го приближения, а также экспериментальная кривая. На фиг. 8 дано распределение интенсивности трения $\frac{\tau_0}{q_0}$.

Мы видим, что полученная нами кривая $\frac{\tau_0}{q_0}$ имеет тот же характер, что и экспериментальная и весьма близка к ней. Учет влияния градиента давления на профиль скоростей позволяет, таким образом, получать кривые распределения интенсивности трения на поверхности крыла (а следовательно и коэффициенты трения) значительно более близкие к действительности, чем получаемые по степенному закону. Как показывают результаты расчета крыла Fage, это обстоятельство имеет место даже при наличии безотрывного обтекания.