

Рынин Николай Алексеевич

**Начертательная геометрия: методы
изображения**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 82-3
ББК 84-4
Н63

Н63 **Николай Алексеевич Р.**
Начертательная геометрия: методы изображения / Рынин Николай Алексеевич – М.: Книга по Требованию, 2025. – 102 с.

ISBN 978-5-519-84198-6

ISBN 978-5-519-84198-6

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2025
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2025

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

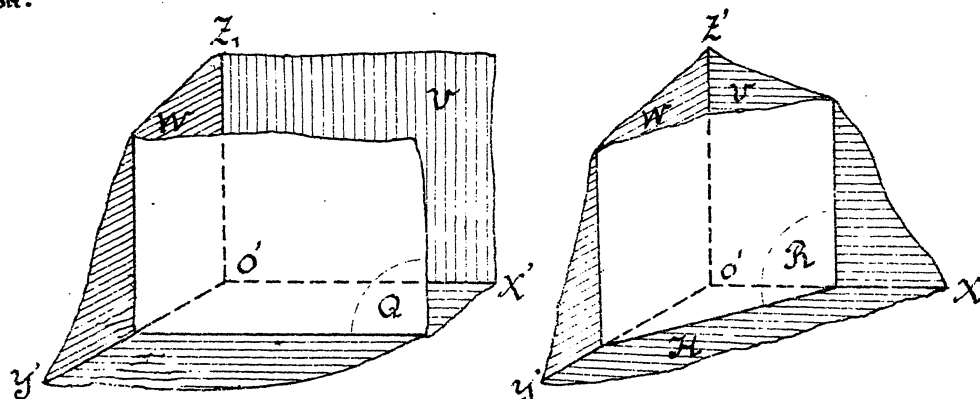
нометрической проекцией точки A , точку a , представляющую проекцию горизонтальной проекции точки A_1 ; на плоскость H_1 будем называть "вторичной горизонтальной проекцией" точки A_1 ; подобным же образом точка a' есть "вторичная проекция" точки A_1 . Отрезки Oa_0 , a_0a и aa' называются аксонометрическими координатами точки A .

Таким же образом мы могли бы спроектировать на плоскость P данную систему точек, определяющих в своей совокупности некоторое тело; тогда мы получили бы аксонометрическую проекцию тела, пользуясь заданием плоскости и направления проектирования. При построении аксонометрических проекций может представиться несколько случаев, в зависимости от того, как расположена плоскость P относительно осей $O'X'$, $O'Y'$ и $O'Z'$ и как расположено направление проектирования относительно плоскости P .

Если направление проектирования перпендикулярно к плоскости аксонометрических проекций ($pp \perp P$), тогда имеем прямоугольную аксонометрическую проекцию; если же направление проектирования наклонно к плоскости аксонометрических проекций ($pp \neq \perp P$), то аксонометрическая проекция называется косоугольной. На чертеж 4^{bis} A есть косоугольная аксонометрическая проекция точки A_1 .

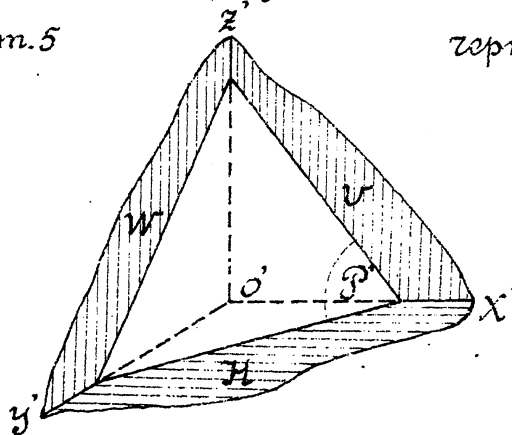
Различные положения плоскости аксонометрических проекций.

Исследуем теперь положение плоскости аксонометрических проекций относительно плоскостей H, V и W . Здесь мы имеем три основных случая.



черт. 5

черт. 6



черт. 7.

- 1) Плоскость аксонометрических проекций расположена параллельно одной из координатных плоскостей (на чертеж 5-ом плоскость $Q \parallel H$).
- 2) Плоскость аксонометрических проекций параллельна одной из

осей $O'X'$, $O'Y'$, $O'Z'$. (На чертеж 6-й $R \parallel OZ$).

3) Плоскость аксонометрических проекций пересекает все три плоскости или иначе - оси. (На чертеж 7-ом $R \parallel O'X'$, $O'Y'$ и $O'Z'$).

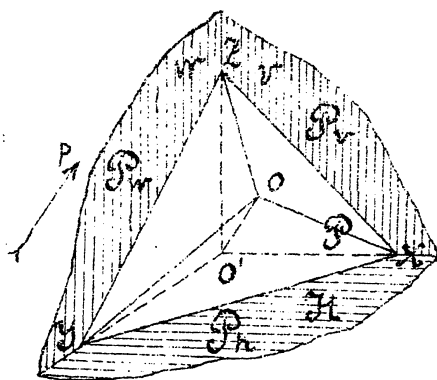
Как будет видно из дальнейшего, наибольшей простотой отличаются построения в проекциях на плоскости параллельной одной из координатных плоскостей, далее следуют построения на плоскости, параллельной одной из координатных осей, и, наконец, наиболее сложным является решение задачи на плоскости пересекающей все три координатных оси.

2. Показатели искажения. Аксонометрические масштабы.

Аксонометрическая катета.

Введем понятие о показателе искажения.

Показателем искажения называется отношение длины аксонометрической проекции какого либо отрезка, параллельного одной из координатных осей, к истинной длине его. На чертеж 8 отношение $\frac{O'X}{OX}$ - есть показатель искажения для направлений параллельных оси $O'Y$. Обозначим его дробью $\frac{1}{k}$.



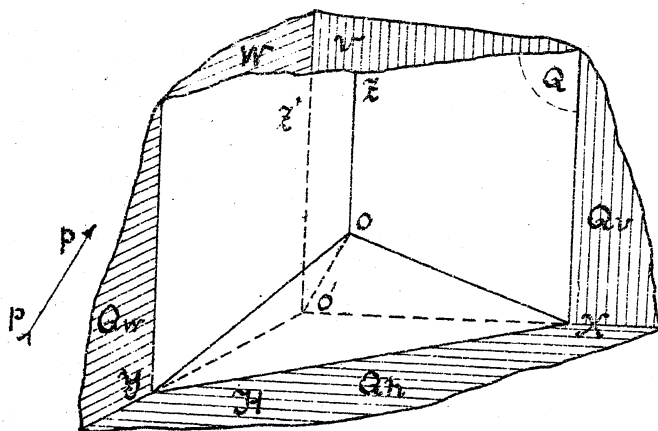
черт. 8.

Подобным же образом показатель искажения для направлений, параллельных оси $O'Y$ равен $\frac{O'Y}{OY} = \frac{1}{k}$ и для отрезков, параллельных оси $O'Z$, равен $\frac{O'Z}{OZ} = \frac{1}{k}$. Направление проектирования всегда избирается так, чтобы показатели искажения были или меньше или равны (если это возможно) единице ($\frac{O'X}{OX} \leq 1$). Это делается для того, чтобы увеличить наглядность построения, так как одной из целей аксонометрического проектирования является возможное приближение к правильной перспективе, при которой лишь очень немногие измерения предмета сохраняют на рисунке истинную свою величину; все же остальные уменьшаются, - их величина меньше единицы и показатель искажения есть правильная дробь. При всякого рода аксонометрических проектирований возможно избрать показатели искажения, равные друг другу для направлений, параллельных всем трем осям $\frac{1}{k} = \frac{1}{k} = \frac{1}{k}$, тогда имеем *и з о м е т р и ч е с к у ю* проекцию. Если только два показателя равны, например, $\frac{1}{k} = \frac{1}{k}$, - получаем проекцию *д и м е т р и ч е с к у ю*. Наконец, если все показатели различны ($\frac{1}{k} \neq \frac{1}{k} \neq \frac{1}{k}$), - проекция называется *т р и м е т р и ч е с к о ю*.

Взятые нами примеры (черт. 8) аксонометрического проектирования на плоскость, пересекающую все три оси, в общем случае, при случайном pp , все три показателя неравны; можно достигнуть равенства двух из них, или всех трех. Сделать же равными единице, подбирая соответственно направление проектирования, возможно только одним, или, в лучшем случае, - два показателя искажения, например, $\frac{1}{k} = \frac{1}{k} = \frac{1}{k}$. В этом случае спроектируются без искажения только те линии предмета, которые параллельны соответствующим осям, т. е. $O'Y$ и $O'X$ или пл. $O'XY$, линии же, параллельные $O'Z$, - в аксонометрических проекциях искажаются.

Разсмотрим теперь проектирование на плоскость, параллельную одной из координатных осей (черт. 9), например, $O'Z$.

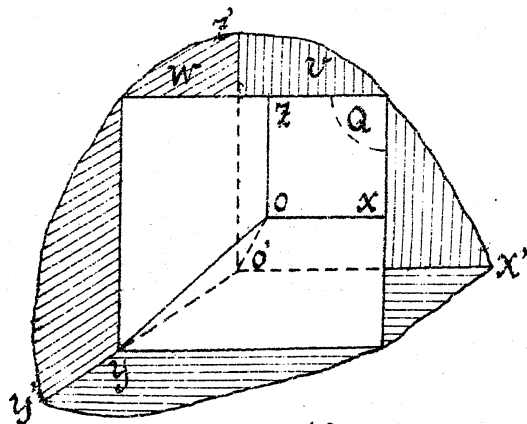
Проектируя по направлению PP систему координатных осей $O'X$, $O'Y$ и $O'Z'$ на плоскость Q , находим, что направления, параллельныя $O'Z'$ проектируются без искажения. Таким образом, в общем случае полу-



черт. 9.

чается на чертеж только одно из главных измерений проектируемого предмета в истинном его виде, два же другія искажаются. Ис, выбирая соответственно направление проектирования PP , возможно достичь того, чтобы два и даже все три главных измерения предмета спроектировались без искажения. Последний случай получается тогда, когда направление проектирования парал-

лельно линіи, проходящей через начало координатных осей O' и другую точку, на плоскости Q , получаемую вращением треугольника $XO'Y$ до совмещения его с плоскостью Q , точка O , в которую упадет O' и будет искомою точкой. В этом случае проектируются без искажения все прямая, параллельныя осям $O'X$, $O'Y$, $O'Z'$, а также и все стрѣлки и углы лежащие в плоскости треугольника $XO'Y$, т.е. в плоскости H .



черт. 10.

Наиболее удобным является косоугольное аксонометрическое проектирование на плоскость, параллельную одной из координатных плоскостей (черт. 10). Этот метод, отличающийся простотой построения, позволяет легко переходить от ортогональных проекцій к аксонометрическим и обладает большою наглядностью изображения, болѣе всего приближаясь к перспективѣ. Располагая плоскость аксонометрических проекцій параллельно плоскости проекцій (V , W или H) мы получаемъ на изображении все линіи и углы, параллельныя плоскости проекцій безъ искажений. Рѣшеніе же всякихъ задачъ въ этихъ проекціяхъ значительно проще, нежели при иномъ расположении плоскости аксо-

нометрической проекцій. Въ силу этого, такого рода плоскость аксонометрическихъ проекцій почти исключительно применяется на практикѣ.

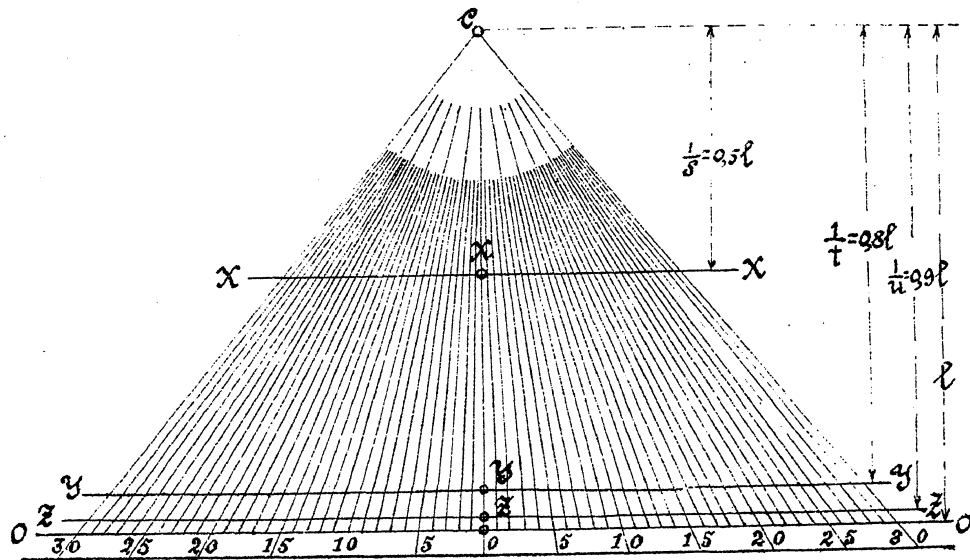
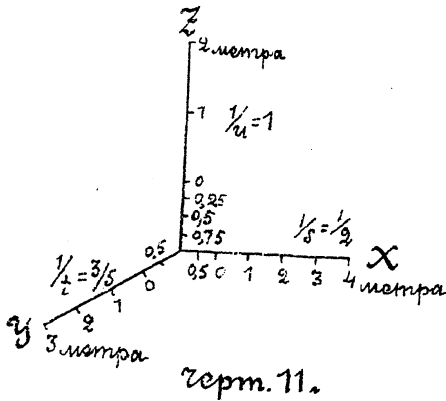
Очевидно, что косоугольныя аксонометрическія проекціи на плоскость, параллельную координатной плоскости всегда являются диметрическими. Если же выбрать направление проектирования такъ, чтобы и третья ось (черт. 10) ($O'Y = OY$) спроектировалась безъ искажения, то проекціи будутъ изометрическими.

Для удобства и быстроты построений при откладывании размѣровъ на линіяхъ, параллельныхъ осямъ координатъ полезно строить передъ началомъ построений аксонометрическій масштабъ. На черт. 11 и 12 показано два типа такихъ масштабовъ. На чертежѣ 11 проведены три линіи, параллельныя аксонометрическимъ осямъ и на нихъ нанесены соответствующіе масштабы. Напримѣръ, истинная длина въ 1 сантим., параллельная оси OX въ аксонометрическомъ масштабѣ, при пока-

затем искажения $\frac{1}{s} = \frac{1}{2}$ изобразится стрелком $\frac{1}{2}$ сент. и т.д.

Другой тип масштаба изображен на черт. 12-м. Отложим по линии ОС отрезок определенной длины 1 сент. и далее на той же линии от точки О отложим отрезки $OX = \frac{1}{2} 1$, $OY = \frac{1}{3} 1$ и $OZ = \frac{1}{4} 1$, т.е. те отрезки, в которых спроектировались на плоскости аксонометрических проекций длина 1, если бы она располагалась вдоль соответственной оси координат в пространстве. Проведем через точки О, X, Y и Z четыре взаимно параллельных линии ОО, ХХ, YY и ZZ перпендикулярных к ОС. По линии ОО построим масштаб, служащий показателем искажения равному единице и затем соединим точки его деления с точкой С рядом лучей. Эти последние в пересечении с линиями ХХ, YY и ZZ дадут соответственные масштабы для направлений, параллельных аксонометрическим осям ОХ, ОY и ОZ.

Иногда для удобства построения ак-



Черт. 12.

сонометрических чертежей пользуются готовой аксонометрической клетчаткой. Так называется бумага разграфленная тремя системами параллельных линий, причем одна линия параллельна оси ОХ аксонометрических проекций, другая — параллельна оси ОY, и третья — оси ОZ.

На черт. 13а показан пример такой клетчатки для аксонометрических изображений на плоскости $Q \parallel V$. Для такой клетчатки показатели искажения $\frac{1}{s}$ и $\frac{1}{u}$ равны единице. Величина показателя искажения обыкновенно не задается, а определяется из того условия, чтобы известные единицы длины укладывались сполна между имеющимися на чертеже точками пересечения оси ОY с вертикальными или горизонтальными линиями клетчатки. Например, пусть по осям ОХ и ОY — в клеточке соответствуют 1 метру. Отметим на оси ОY точку в расстоянии к клеточке от оси ОХ и пусть расстояние этой точки до начала О — т.е. вдоль оси ОY будет равно 1 метру. Определим, чему при таких усло-

віахъ будетъ равна $1/t$.

Такъ какъ направление ОУ намъ дано, то (а) клітчаткамъ пониженія подл осью ОХ точку У будетъ отвѣчать (б) кліточекъ удаленія ея стъ оси ОZ. Длина s очевидно равна

$$s = \frac{k}{a} \sqrt{a^2 + b^2} \dots \dots \dots (1)$$

и $1/t = s/m$. Если же дано не k, а дано 1, т.е. выбрана точка на оси въ мѣстѣ пересѣченія ея съ линіей отстоящей на 1 клітокъ стъ оси ОZ, то

$$s = \frac{1}{b} \sqrt{a^2 + b^2} \dots \dots \dots (2)$$

и $1/t = s/m$. Пусть, напримѣръ, (черт. 13б) $m = 2$; $b = 4$; $a = 3$ $k = 1$. Тогда изъ формулы (1)

$$s = \frac{1}{3} \sqrt{3^2 + 4^2} = \frac{5}{3};$$

$$\frac{1}{t} = \frac{5}{3 \cdot 2} = \frac{5}{6}.$$

Если вмѣсто k дано 1 (черт. 13 с), напримѣръ, 1, то изъ формулы (2)

$$s = \frac{1}{b} \sqrt{a^2 + b^2}$$

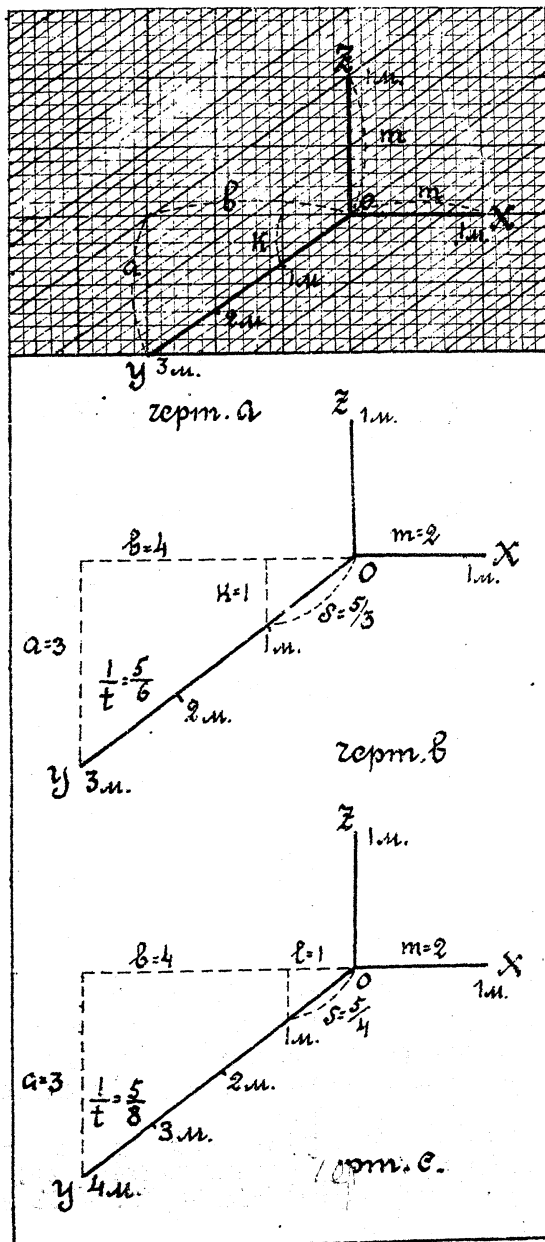
получимъ:

$$s = \frac{1}{4} \cdot 5;$$

$$\frac{1}{t} = \frac{5}{4 \cdot 2} = \frac{5}{8}.$$

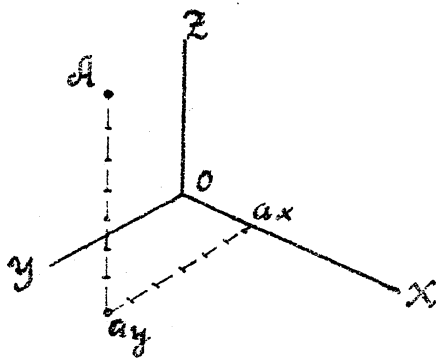
3. Построеніе изображеній въ аксонометрическихъ проецияхъ.

Раніе (черт. 4) было показано, какъ строится аксонометрическое изображеніе 1) точки, случайно заданной въ пространствѣ, 2) горизонтальной и вертикальной проекцій этой точки и 3) координатныхъ осей, причемъ точка была задана ея проеціями на V и H. Прослѣдимъ теперь построеніе аксонометрической проекціи точки А, координаты которой $x = 2$, $y = 6$ $z = 8$. Пусть даны показатели искаженія $1/s = 0,8$; $1/t = 0,5$ и $1/u = 0,6$. Пусть черт. 14 представляетъ аксонометрическую проекцію осей О'Х, О'У и О'Z, полученную проектированіемъ ихъ по направленію О'О на плоскость R, пересѣкающую оси

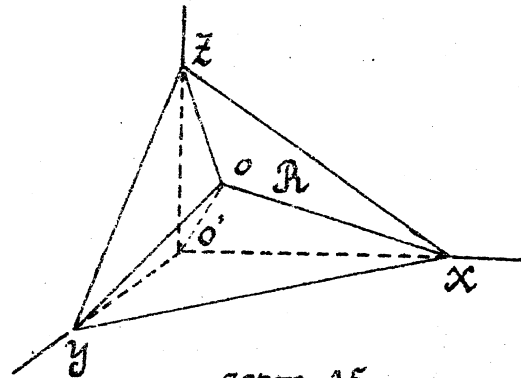


черт. 13.

координат. Чтобы построить проекцию точки A , откладываем вдоль оси OX отрезок $Oa_x = \frac{1}{s} \times x = 0,8 \times 2 = 1,6$. Через точку a_x проводим линию $a_x a_y$, параллельную OY и откладываем на ней отрезок $a_x a_y = \frac{1}{t} \times y = 0,5 \times 6 = 3$. Через точку a_y проводим линию, параллельную OZ и откладываем на ней отрезок $a_y A = \frac{1}{u} \times z = 0,6 \times 8 = 4,8$;

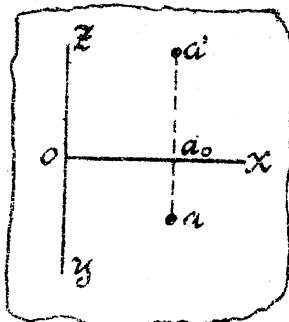


черт. 14



черт. 15

получаем точку A , некую аксонометрическую проекцию заданной точки. Точка a_y — будет ее вторичная горизонтальная проекция. В большинстве случаев фигуры задаются не численными координатами разных их



черт. 16

точек, а ортогональными проекциями различных их точек, как например, на черт. 16 дана точка A . Тогда для построения аксонометрического ее изображения, при заданных аксонометрических осях и показателях искажения получаем следующим образом: задаемся на оси OX (черт. 16) случайной точкой O и проводим через нее проекции осей OZ и OY . Очевидно, что в ортогональных проекциях обе эти линии сольются в одну перпендикулярную к оси OX . Далее поступаем так же, как и раньше (черт. 14), имея в виду, что по чертежу 16 для точки A $x = oa_x$, $y = a_y$, $z = a_z$. На основании предыдущего вытекает о б щ е е п р а в и л о п о с т р о е н и я а к с о н о м е т р и ч е с к и х

и з о б р а ж е н и й каких либо предметов по данным их ортогональным проекциям и при заданных аксонометрических осях и показателях искажения.

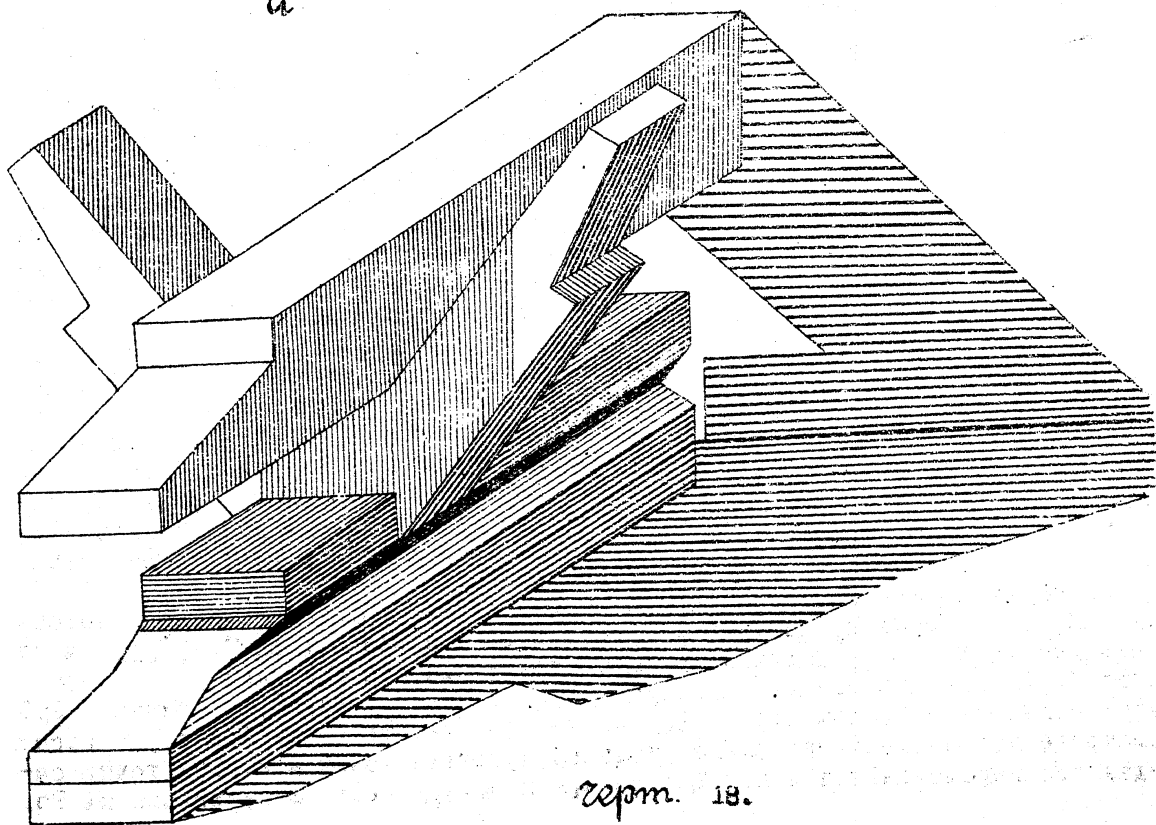
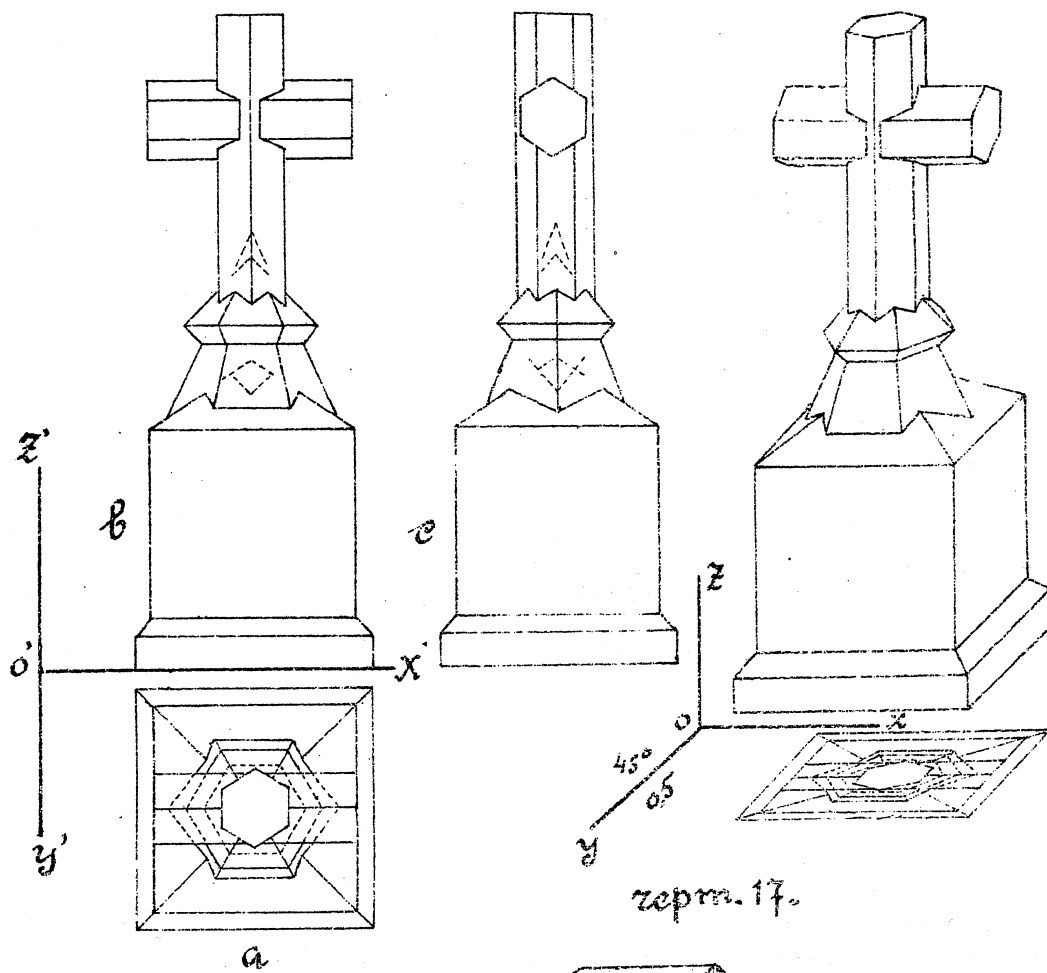
1) Необходимо в ортогональных проекциях задаться началом (0) координат на оси OX .

2) Построить вторичную горизонтальную проекцию от горизонтальной проекции предмета.

3) Проведя из точек полученной проекция линий, параллельных оси OZ отложить на них соответственные расстояния. Соединяя полученные концы отрезков сплошными (в случае их видимости) или пунктирными (если не видны) линиями получим аксонометрическую проекцию предмета.

На черт. 17 показан пример построения аксонометрического изображения на плоскости $Q \parallel V$ каменного монумента по заданным его ортогональным проекциям (чертежи а, б и в). Даны оси OX , OY и OZ и показатель искажения $\frac{1}{t} = 0,5$.

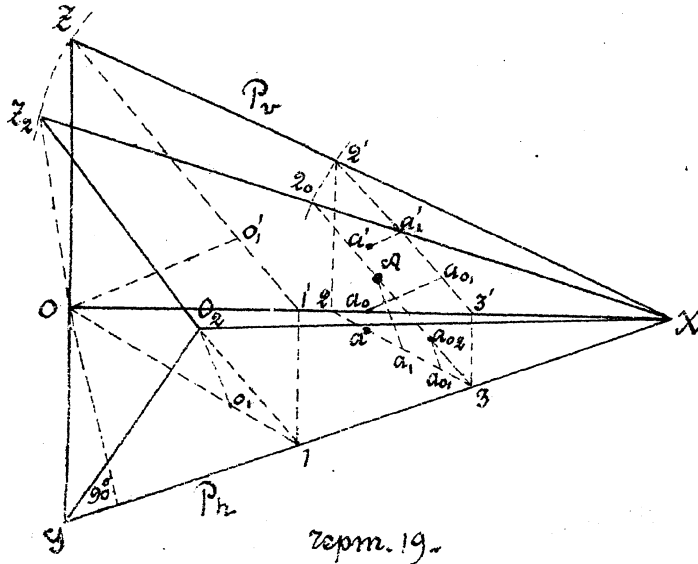
На чертежах 18 показан пример построения аксонометрического построения, кляса судна с показателем тень заданным ортогональным его проекциям, при чем для наглядности изображения построены также собственные и падающая тени, о которых



речь будет идти ниже.

4. Построение аксонометрических изображений предмета в ортогональных проекциях.

Так как аксонометрическое изображение какого нибудь предмета получается пересечением лучей, проведенных из разных точек предмета параллельно данному направлению проектирования, с заданной плоскостью аксонометрических проекций (черт. 4), то все эти построения можно сделать в ор-

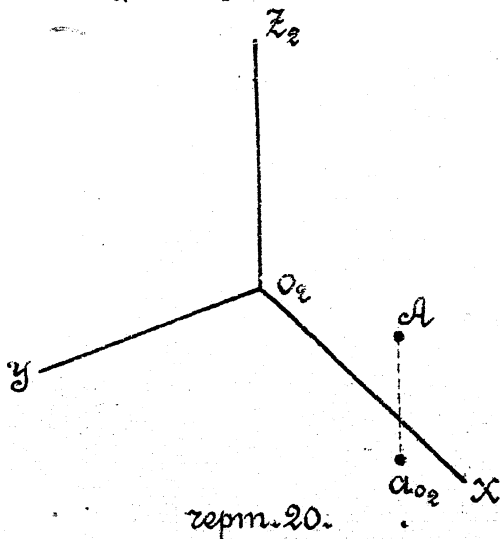


тогональных проекциях и затем, совместив плоскость аксонометрических проекций с плоскостью чертежа, получить искомое аксонометрическое изображение предмета.

Построим подобным образом аксонометрическую и вторичную горизонтальную проекцию точки A (a, a') и осей на плоскость P, заданную следами P_v, P_h в ортогональных проекциях (черт. 19). Дано также направление проектирования OO_1 проекциями OO_1', OO_1 . Принимаем точку C за начало координат и проводим через нее оси OZ и OY до пересечения со следами P_v

P_h в точках Z и Y.

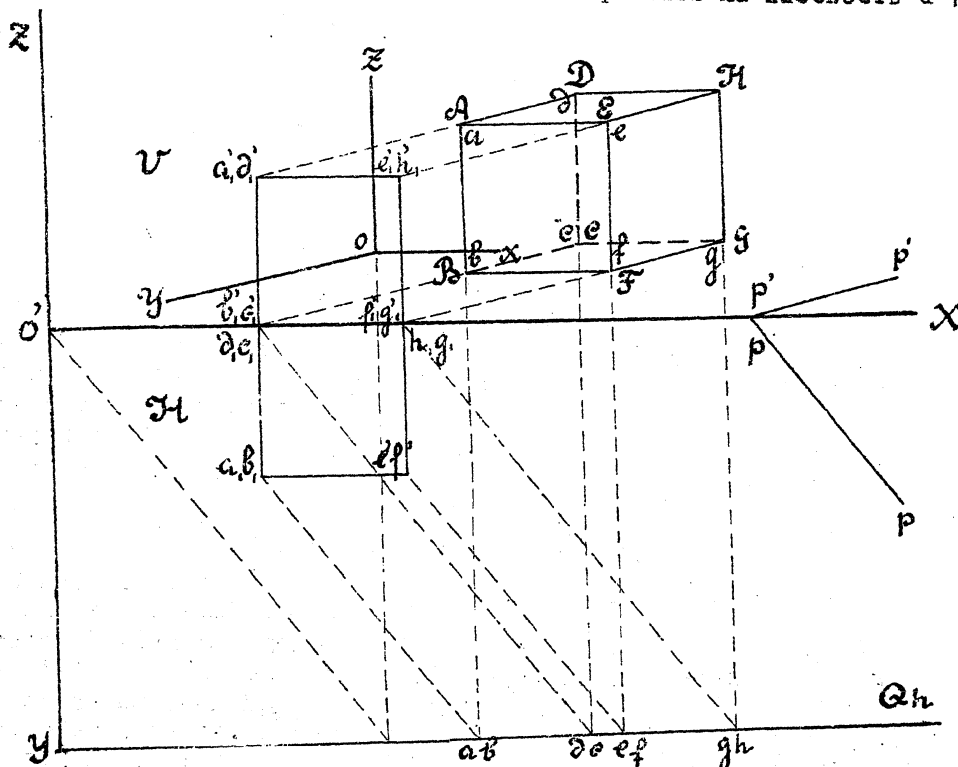
Проектируем теперь по данному направлению на плоскость P точки O, A и a и находим пересечение соответствующих лучей с плоскостью P. Луч OO_1 перескачет P в точке O_1O_1' , которая и будет началом аксонометрических координат. Луч $a'a_1$, aa_1 перескачет P в точке a_1, a_1' , которая будет аксонометрической проекцией точки A. Луч a_0a_0', aa_0 перескачет P в точке a_0, a_0' - которая будет вторичной горизонтальной проекцией точки A. Теперь, для получения истинной фигуры аксонометрического изображения достаточно совместить P с H вращением P около следа P_h. Не описывая здесь подробно построений, которые известны из части I курса начертательной геометрии (ортогональные проекции) заметим, что точка Z_2 , совмещенное положение точки Z, получится пересечением двух линий OZ_1 к P_h и дуги ZZ_2 радиуса ZX при центре X.



Совмещенное положение линии O_1Z будет линия O_1Z_2 , проходящая через точки Z_2 и 1. Точка O_2 получится пересечением линии Z_21 с O_1O_2 к P_h. Соединяя Y и X с O_2 , получим аксонометрические оси координат. Засекая линией Z_2X дугой из центра X радиуса $Z_2'X$, получим точку Z_0 . Линия Z_03 даст совмещенное положение линии, на которой лежат точки A и a_0 - аксонометрическая и вторичная горизонтальная проекция точки a'a. Эти точки определяются пересечением линии Z_03 с a_1A и a_0a_0' перпендикулярными к P_h.

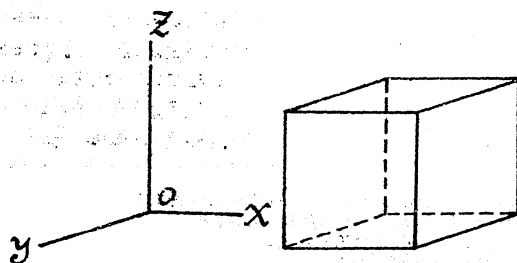
Полученные линии и точки для наглядности перенесены на черт. 20, при чем ось O_2Z_2 приведена в вертикальное положение.

На черт. 21 показан другой, более простой пример построения в ортогональных проекциях аксонометрического изображения на плоскость $Q \parallel V$.



черт. 21.

Дан куб проекциями его на V и H , задано какое либо направление проектирования pp проекциями его $p'p'$ и pp , плоскость аксонометрических проекций Q , параллельная V задана следом ее Qh . Пользуясь этими заданиями построим аксонометрическую проекцию куба на Q . Чтобы построить проекции вершин куба на плоскость Q , проведем из них прямые $\parallel pp$ до пересечения с Q . Для этого надо заметить точки пересечения следа плоскости Qh с линиями, проведенными из горизонтальных проекций вершин куба на H — $a_1, b_1, d_1, c_1, e_1, f_1, h_1, g_1$ параллельно горизонтальной проекции направления проектирования pp . Возстановляем из полученных точек перпендикуляры до пересечения их с линиями, проведенными из точек $b'_1, c'_1, a'_1, d'_1, e'_1, f'_1, g'_1$ параллельно вертикальной проекции направления аксонометрического проектирования $p'p'$; найденные точки покажут нам положение вершин куба в аксонометрической проекции их на плоскость Q . Соединяя точки A, B, C, D, E, F, G, H , — получаем аксонометрическую проекцию куба $ABCDEFGH$ на плоскость Q . В данном случае мы получили проекцию диметрическую, т.е. без искажения проектируются только измерения параллельные двум главным измерениям например AB и AE . На черт. 22 для ясности указаны результаты построения.



черт. 22.

Отъ насъ зависитъ избрать направление проектирования pp такъ, чтобы въ аксонометрической проекции куба всѣ три его измерения имѣли бы истинную ихъ величину; тогда мы имѣли бы изометрическую проекцію.

Переходимъ теперь къ изложенію метода аксонометрическаго проектирова-

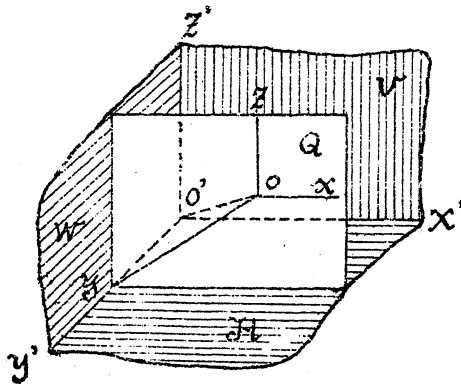
нія на плоскості, займаючи різні положення относительно координатних плоскостей, іменно, паралельну двом осям координат ($Q \parallel V$), одній осі ($R \parallel OX$) і пересікаючи всі три осі (P).

II. ИСОГОЛЬНИИ АКСОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ НА ПЛОСКОСТЬ,

ПАРАЛЛЕЛЬНУЮ ДВУМЪ КООРДИНАТНЫМЪ ОСЯМЪ.

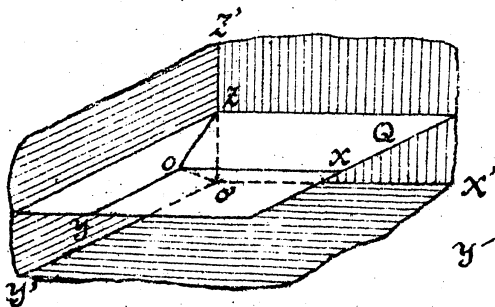
1. Расположение плоскости проекцій. Кавалерная и военная перспективы.

Плоскость аксонометрических проекцій, параллельная двум координатным плоскостям (в дальнейшем мы будем обозначать такую плоскость буквою Q), может занимать следующие два характерных положения в пространстве: она может быть вертикальна, т.е. параллельна V (или W), черт. 23. Этот случай аксонометрического проектирования носит название **кавалерной** и **перспективы**.



черт. 23.

Чертежи 17 и 18 представляют изображения именно в кавалерной перспективе. Если плоскость аксонометрических проекцій Q располагается параллельно H (черт. 24), а направление проектирования наклонено к Q под углом 45° , то этот вид изображения носит название "военной перспективы", так как часто применяется для изображения военных укреплений. На черт. 25 в вид примбра показано изображение здания в военной перспективе.



черт. 24.

является и **и с о м е т р и ч е с к о й**.

Особенностью этих изображений является то, что горизонтальная проекция изображаемого предмета проектируется на плоскость Q без искажения. Равным образом и высоты предмета проектируются без искажения. Иными словами проекция эти

2. Выбор показателей искажения, направления проектирования и др. элементов.

Достоинство того или иного способа проектирования определяется двумя качествами: удобоизмеримостью чертежа и наглядностью изображаемого предмета. Условием удобоизмеримости является неизменяемость в проекции линий и плоскостей, составляющих проектируемую фигуру. При проектировании сложных предметов со многими различно направленными