

М. Планк

**Введение в теоретическую
физику**

Часть 1. Общая механика

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 53
ББК 22.3
М11

М11 **М. Планк**
Введение в теоретическую физику: Часть 1. Общая механика / М. Планк – М.:
Книга по Требованию, 2014. – 202 с.

ISBN 978-5-458-26445-7

И в новом издании характер книги не изменен. В особенности стремился при выводе какого-либо закона идти не формально кратчайшим путем, а применял наиболее подходящий способ, который по большей части совпадал с историческим развитием

ISBN 978-5-458-26445-7

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2014

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2014

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

ПРЕДИСЛОВИЕ К ЧЕТВЕРТОМУ ИЗДАНИЮ

И в новом издании характер книги не изменен. В особенности я стремился при выводе какого-либо закона идти не формально кратчайшим путем, а применял наиболее подходящий способ, который по большей части совпадал с историческим развитием науки. Ведь благодаря сжатости какой-нибудь формулы иногда возможно яснее выявить выраженную ею зависимость, чем это имеет место в действительности,— это проистекает от того обстоятельства, что по существу затруднения скрыты в определениях. Но по моему мнению при первоначальном введении в какую-либо науку существенным образом является, чтобы основные определения не выдвигались сразу как нечто окончательно установленное, но чтобы их полезность и необходимость выявлялись только по мере изложения науки при трактовании определенных проблем.

Относительно незначительных сделанных мною исправлений отмечу здесь только, что я употребил для обозначения лагранжевой функции (кинетического потенциала) вместо применявшегося мною до сих пор гельмгольца обозначения через H более употребительное теперь L , а для гамильтоновой функции— H . Но я не мог решиться обозначать здесь кинетическую энергию, которую до сих пор согласно с Больцманом я обозначал через L при помощи общеупотребительного T . Эту букву надо сохранить для температуры, которая часто, в особенности в статистической термодинамике появляется в связи с кинетической энергией. Более подходящим знаком для кинетической энергии является K , которое едва ли вызывает какие-либо недоразумения.

Берлин—Грюневальд,
март 1928.

АВТОР

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ НЕМЕЦКОМУ ИЗДАНИЮ

Новое увеличение числа вышедших в прежнее и недавнее время, частью превосходных, учебников по механике требует некоторых пояснений. В моей продолжительной преподавательской деятельности опыт всегда показывал, что затруднения, с которыми начинающему приходится бороться при первых шагах в области теоретической физики, часто относятся не столько к математической форме, сколько к физическому содержанию излагаемого хода мыслей. Не обращение с уравнениями, а их составление и интерпретирование — вот что более всего затруднительно начинающему; помочь ему в этом отношении и составляет главную цель

предлагаемого руководства. Оно предназначается специально для таких новичков в науке, которые обладают уже некоторым математическим образованием: знакомы с элементами аналитической геометрии и с исчислением бесконечно-малых. Особым отличием примененного метода является то, что я поставил себе задачей представить читателю научное здание механики не как нечто окончательно готовое, представляющееся законченным, но как нечто строящееся, шаг за шагом. Мне не хотелось, так сказать, тянуть вперед читателя в определенном проложенном классиками науки направлении. Я предпочитаю служить ему только в решительных поворотных пунктах как проводник своим советом и подчас предостережением, чтобы у него сохранился хотя сколько-нибудь тот особый интерес, который испытывает каждый независимо мыслящий человек при самостоятельном продвижении в новой для него области.

При этом способе трактования предмета проходит тот же путь, который наука совершила при своем развитии в действительности: это ясно каждому, кто, как я, склоняется к убеждению, что история точного знания не уклоняется слишком от его логического построения. Само собой понятно, что это верно только в главном и в целом; ибо довольно часто внешние обстоятельства, в особенности такие, которые коренятся в личной оригинальности пролагающего путь исследователя, приводили к окольным и даже ошибочным путям, проделывать которые все *post factum* еще раз было бы излишне и даже вредно для поставленной здесь цели. Однако я несколько не старался для вывода какого-либо положения отыскивать каждый раз кратчайший и наиболее изящный способ, но применял всегда такой, который мне представлялся наиболее подходящим и наиболее прозрачным. Я не стремился представить ни то, как теорема была действительно найдена, ни то, как она всего непосредственнее впоследствии может быть доказана, но как она всего проще могла бы быть найдена; при этом, конечно, нельзя отрицать, что здесь открывается обширное поле для личных усмотрений.

На полноту изложения предмета в каком-либо отношении я и не думаю претендовать ввиду элементарного характера труда, на что указывает уже заглавие; в этом отношении нужно указать на более пространственные учебники по механике и на текущую специальную литературу. С другой стороны, однако, часто я пользовался подходящим случаем, чтобы доказанное уже прежде положение вывести еще раз по иному способу. Не существует лучшего средства выявить в правильном освещении особенность проблемы и мощность примененного для ее решения метода, как трактование той же самой задачи различными способами.

Приведенное в конце алфавитное сопоставление всех данных определений и важнейших теорем, надеюсь, облегчит пользование книжкой.

ВВЕДЕНИЕ В ОБЩУЮ МЕХАНИКУ

§ 1. Механика есть наука о законах движения материальных тел. Движение есть изменение места с временем. Но в понятии о движении содержится кроме понятий о месте и времени еще понятие о том, что движется, и это последнее может и не быть, вообще говоря, материальным телом. Например, говорят о движении гребня волны по водной поверхности, что, естественно, надо отличать от движения самих частиц воды, или о движении тени по освещенной поверхности, или о движении силовых линий в магнитном поле. Здесь то, что движется, не материя, но некоторое вполне определенное „состояние“. Поэтому для более определенной характеристики движение материальных тел обыкновенно называют также „корпускулярным“ или „конвективным“ движением. Только с этими корпускулярными движениями и имеет дело механика, причем не исключено, что корпускулярное движение, как в вышеупомянутом примере водяной волны, может быть трактовано вместе с тем как движение-волновое. Воззрение, что все физические изменения, следовательно, также все виды движений, можно свести к корпускулярным движениям, называют механическим воззрением на природу. Вопрос об его обосновании мы оставим здесь, однако, совершенно открытым.

§ 2. Простейшее материальное тело представляет материальная точка, т. е. тело, все пространственные протяжения которого исчезающе малы по сравнению со всеми протяжениями, которые играют роль при ее движении. Может ли быть принято какое-нибудь определенное материальное тело за точку, — это зависит, таким образом, от рода рассматриваемого движения. Так, землю в ее движении около солнца можно рассматривать как материальную точку, но не при вращении около ее оси, как и вообще всякое тело, вращающееся около проходящей через него оси, по отношению к этому вращению не может быть рассматриваемо как материальная точка.

Конечно, надо отличать материальную точку от геометрической. Последняя вполне характеризуется местом своего нахождения, тогда как первая еще, кроме того, — свойством ее материи: материальные точки надо вообще считать различными не только количественно, но и качественно, ибо нельзя дать наперед общую меру для количества материи. Количественное сравнение можно установить для различных веществ, например для железа и свинца, всегда только по отношению к какому-либо частному свойству.

Всякое материальное тело может быть всегда представлено состоящим из таких малых частей, что каждая из них может быть принята за материальную точку, и соответственно с этим каждое движение тела, как бы оно сложно ни было, может быть сведено к движениям материальных точек, из которых оно состоит. Поэтому мы рассмотрим сначала отдельную материальную точку, разделив всю механику на две части: на механику материальной точки и на механику системы материальных точек.

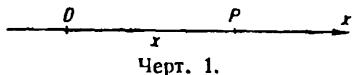
ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

МЕХАНИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

ГЛАВА I

ДВИЖЕНИЕ ПО ПРЯМОЙ ЛИНИИ

§ 3. Сначала мы рассмотрим прямолинейное движение материальной точки само по себе, как мы его непосредственно наблюдаем, не задаваясь вопросом о его причинах. (Учение о движении, независимо от причин, его производящих, называется также „кинематикой“ или „форонимией“.) Если какая-нибудь точка изменяет свое место с временем, то движение ее определено, если известно ее положение для всякого произвольного момента времени, т. е. если дано положение в зависимости от времени как функция времени. Положение характеризуется геометрической точкой P , а эта последняя — своим расстоянием x от начала O координат, точки пространства, принимаемой за неподвижную (черт. 1). Величину x , абсциссу точки P , мы считаем положительной или отрицательной, смотря по тому, лежит ли P справа или слева от O . Для $x = 0$ P совпадает с O . Траекторией точки P является ось x или ось абсцисс. Направление, в котором x возрастает, мы называем направлением этой оси; оно на черт. 1 обозначено стрелкой. Чтобы можно было выражать расстояние x определенным числом, мы должны ввести какую-нибудь определенную единицу длины; обыкновенно за таковую принимается 1 см, сотая доля длины нормального метра, хранящегося в Париже, и который весьма близок к одной десятимиллионной четверти земного меридиана. Тогда величина x есть число сантиметров, которое укладывается на отрезке OP .



Всего лишь так же, как определенное положение характеризуется геометрической точкой x ; всякое определенное время характеризуется моментом времени, т. е. продолжительностью времени t , которое протекало от какого-нибудь принимаемого за начало счета момента времени. Эта продолжительность измеряется при помощи достаточно правильно идущих часов. Временную координату t мы считаем положительной или отрицательной, смотря по тому, позже или раньше лежит рассматриваемый момент, чем начальный момент, для которого $t = 0$. За направление временной оси мы принимаем направление от более

ранних к более поздним моментам времени. За единицу времени, как правило, считаем секунду; это есть $1/86400$ часть средних солнечных суток. Тогда величина t есть число секунд, протекших с момента времени $t = 0$.

Движение материальной точки определено, если дано ее положение как функция времени, т. е. если

$$x = t(f), \quad (1)$$

где предполагается, что функция f действительная, однозначная и непрерывная, ибо материальная точка в каждый момент занимает определенное положение и не перескакивает внезапно с одного места на другое.

Если решить уравнение (1) относительно t :

$$t = \varphi(x),$$

то получим ответ на вопрос, в какой момент точка находится в каком-нибудь определенном месте. Нет необходимости, чтобы функция φ была действительной или однозначной: может произойти, что точка вообще никогда не достигнет какого-нибудь определенного места x или достигает его неоднократно в различные моменты времени, как, например, в случае периодического движения.

§ 4. В качестве примера рассмотрим сначала частный случай, когда функция $f(t)$ линейная, т. е.

$$x = at + b, \quad (2)$$

где a и b — постоянные.

Физическое значение постоянной b просто: она обозначает положение точки для $t = 0$. Значение постоянной a вытекает из следующего рассмотрения. Зададим себе вопрос, как велик путь, пройденный точкой в какой-нибудь промежуток времени $t' - t = \Delta t$. Для него получается величина $x' - x$, если

$$x' = at' + b;$$

следовательно,

$$x' - x = \Delta x = a(t' - t) = a \cdot \Delta t.$$

Для рассматриваемого случая, следовательно, каждый пройденный отрезок Δx пропорционален необходимому для этого времени Δt , или: в равные времена проходятся равные отрезки. Постоянное отношение пройденного отрезка к необходимому для этого времени и представляет величину a :

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = a. \quad (3)$$

Это отношение называется скоростью движущейся точки. Она представляет путь, пройденный за единицу времени, положительный или отрицательный, смотря по тому, возрастает ли x с увеличением t или убывает. Рассмотренное здесь движение (2), при котором скорость постоянна, называется поэтому „равномерным“ движением.

Предположим теперь общий случай произвольного движения: $x = f(t)$ и зададим опять себе вопрос, какой отрезок пройдет движущаяся точка в какой-нибудь промежуток времени $t' - t = \Delta t$. Для него, аналогично, получится $x' - x$, если $x' = f(t')$, т. е.

$$x' - x = \Delta x = f(t') - f(t) = f(t + \Delta t) - f(t).$$

Отсюда снова находим:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t}.$$

Это отношение пройденного отрезка к необходимому для этого времени называется средней скоростью движущейся точки для промежутка времени от t до $t + \Delta t$. Средняя скорость зависит, таким образом, как от t , так и от Δt .

Если станем принимать промежуток времени все меньшим и меньшим, то в конце концов в пределе получим:

$$\lim \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \dot{x} = \dot{f}(t), \quad (4)$$

и эту производную называют скоростью u движущейся точки в момент времени t . Она сама зависит от времени.

Для равномерно движущейся точки мы получим из (2) для скорости опять: $u = \frac{dx}{dt} = a$; для покоящейся точки: $x = \text{const}$, $u = 0$.

§ 5. Для выражения величины скорости каким-нибудь определенным числом необходимо, конечно, установить единицы для длины и времени. Смотря по выбору этих единиц, изменяется физическое значение числа, служащего для выражения скорости. Поэтому говорят, что скорость не есть „чистое“ число, но она имеет „размерность“, именно размерность длины, деленной на время:

$$\left[\frac{l}{t} \right].$$

С помощью этого введенного Максвеллом символа для размерности становится ясным, как изменяется числовая величина, выражающая какую-нибудь определенную скорость, если изменяется единица длины или времени или обеих вместе.

Если, например, мы пожелали бы скорость

$$20 \left[\frac{\text{см}}{\text{сек}} \right]$$

выразить, принимая за единицы метр и минуту, то нужно только написать:

$$1 [\text{см}] = \frac{1}{100} [\text{м}], \quad 1 [\text{сек.}] = \frac{1}{60} [\text{мин.}]$$

и с этими символами поступать, как с математическими величинами. Подстановка дает затем искомый результат:

$$20 \left[\frac{\text{см}}{\text{сек}} \right] = 12 \left[\frac{\text{м}}{\text{мин}} \right].$$

Совершенно так же можно поступать со всеми производными величинами, если известна формула их размерности.

§ 6. После равномерного движения $u = \text{const}$ мы рассмотрим сначала частный случай, когда скорость движущейся точки зависит от времени линейно, т. е.

$$u = a_1 t + b_1, \quad (5)$$

где a_1 и b_1 — постоянные. Постоянная b_1 означает скорость точки для момента $t = 0$, значение постоянной a_1 вытекает из следующего соображения.

Спросим себя, каково изменение скорости за какой-нибудь промежуток времени $t' - t = \Delta t$. Оно равняется $u' - u$, если

$$u' = a_1 t' + b_1;$$

следовательно,

$$u' - u = \Delta u = a_1 (t' - t) = a_1 \Delta t.$$

В рассматриваемом движении (5) изменение скорости, таким образом, всегда пропорционально времени. Постоянное отношение изменения скорости к необходимому для этого времени есть как раз величина a_1 :

$$\frac{\Delta u}{\Delta t} = a_1 \quad (6)$$

и называется ускорением движущейся точки. Это есть увеличение скорости за единицу времени, положительное или отрицательное, смотря по тому, возрастает скорость u с увеличением t или убывает. Рассмотренное здесь движение (5), при котором ускорение постоянно, называется поэтому „равномерно ускоренным“ движением.

Возьмем общий случай произвольного движения, т. е. по (4):

$$u = \dot{j}(t)$$

и спросим опять, каково изменение скорости Δu за промежуток времени $t' - t = \Delta t$. Оно равняется соответственно $u' - u$, если $u' = \dot{j}(t')$; следовательно, деля еще на $t' - t$, находим:

$$\frac{u' - u}{t' - t} = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{\dot{j}(t + \Delta t) - \dot{j}(t)}{\Delta t}.$$

Это отношение изменения скорости к необходимому для этого времени называется средним ускорением движущейся точки за промежуток времени от t до $t + \Delta t$. Среднее ускорение зависит, таким образом, как от t , так и от Δt .

Если станем брать все меньшие и меньшие промежутки времени, то в пределе получим, наконец:

$$\lim \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{du}{dt} = \dot{u} = \ddot{x} = \ddot{f}(t). \quad (7)$$

Эту величину называют ускорением движущейся точки в момент времени t . Оно само зависит от времени.

Для равномерного движения, а также для покоящейся точки ускорение $\dot{u} = 0$.

Размерность ускорения, как видно из (7),

$$\left[\frac{l}{t^2} \right].$$

Поэтому, например (ср. § 5), ускорение:

$$20 \left[\frac{см}{сек^2} \right] = 720 \left[\frac{м}{мин^2} \right].$$

Конечно, по указанному пути можно идти еще далее и определить „ускорения высшего порядка“. Однако последние играют в физике только незначительную роль.

Если одна из величин x , u , $\dot{u}$ задана как функция t , то две остальные могут быть найдены дифференцированием или соответственно интегрированием по t . Так, например, при равномерно ускоренном движении (5) координата x зависит от второй степени времени t .

§ 7. До сих пор мы говорили о движении, не обращая внимания на его причины. Теперь мы рассмотрим также и последние.

Для этой цели нам придется снова обратиться к опытным фактам. С ними нас знакомят движения самого разнообразного рода, например брошенного мяча, падающего камня, колеблющегося маятника. В каждом случае мы замечаем, что можно указать одну определенную причину для данного рода движения: для брошенного мяча — напряжение мускулов нашей собственной руки, для падающего камня — землю, для колеблющегося маятника кроме того — пружину. Этим выражается только то, что если бы названные тела (рука, земля, пружина) не существовали, то соответствующие движения не происходили бы так, как мы это наблюдаем. Главная задача механики состоит в том, чтобы по заданным причинам отыскать движения.

Первый вопрос, на который мы дадим ответ, заключается в следующем: как движется материальная точка независимо от ее предыдущего движения, если устранены все прежде действовавшие причины ее движения, если она, следовательно, бесконечно долго совершенно от всего изолирована, находится в бесконечном удалении от всех других тел в безвоздушном пространстве? Конечно, понятно само собою, что подобного опыта (в чистом виде) нельзя произвести; даже сомнительно, имеет ли

поставленный вопрос какой-либо физический смысл. Ибо никогда нельзя с уверенностью сказать, не находятся ли еще на огромных расстояниях бесконечно большие тела, которые влияют заметно на движение точки.

Но, с другой стороны, при каком угодно частном случае движения все же возможно (и, принципиально говоря, совершенно неограниченно) уменьшить влияние тел, являющихся причинами движения. Так, можно брошенный шар предоставить самому себе, нить маятника можно обрезать и т. п. Конечно, нельзя устранить землю, но ее действие можно исключить таким способом, чтобы материальная точка двигалась по неизменной, точно горизонтально установленной плоскости, например по поверхности огромного бильярдного стола. При таких условиях опыт обнаруживает, что материальная точка, например бильярдный шар, движется прямолинейно с постепенно убывающей скоростью. Но убыль в скорости происходит тем медленнее, чем менее шероховата поверхность стола; в случае совершенно ровной ледяной поверхности убыль в скорости уже гораздо меньше, чем на покрытом сукном бильярде. Из этого можно заключить, что на абсолютно плоской поверхности, для которой исключены явления, обусловленные шероховатостью и связанными с последней выглаживанием и нагреванием, уменьшение скорости свелось бы к нулю, т. е. скорость была бы постоянной. Поэтому на поставленный выше вопрос мы ответим, что изъятая от всех действий материальная точка движется равномерно и прямолинейно, по уравнению (2). (Принцип инерции или косности материи—первая аксиома Ньютона).

Предыдущие умозаключения ни в коем случае не представляют доказательства принципа инерции; они должны только наметить тот путь, по которому можно притти к установлению этого принципа. Доказательство принципа можно найти единственно и исключительно в тех подтверждениях, которые получаются при его бесчисленных приложениях. Его значение в том и заключается, что он выражает в одном только положении всю сумму приобретенных в этой области наших опытных познаний.

С другой стороны, не следует рассматривать принцип инерции как нечто само собою понятное или как простое определение, ибо он содержит известное физическое утверждение, справедливость которого может быть проверена на опыте с очень высокой степенью точности.

§ 8. Разберем теперь случай, когда первоначально совершенно изолированная, следовательно движущаяся равномерно и прямолинейно материальная точка, например шар на абсолютно гладкой горизонтальной плоскости, получает вследствие какой-либо причины ускорение или замедление в направлении своего движения. Если мы производим изменение скорости при помощи наших мускулов, например в случае положительного ускорения, толкая шар сзади, или в случае отрицательного ускорения, задерживая шар спереди, то мы испытываем ощущение напряжения, которое