

**Пенроуз Р.**

# **Структура пространства- времени**

**Москва  
«Книга по Требованию»**

УДК 53  
ББК 22.3  
П25

П25 **Пенроуз Р.**  
Структура пространства-времени / Пенроуз Р. – М.: Книга по Требованию, 2013. – 182 с.

**ISBN 978-5-458-31713-9**

Имя автора хорошо знакомо физикам-теоретикам и космологам. Именно Пенроузу принадлежит доказательство важной теоремы о неизбежности возникновения физической сингулярности пространства-времени в ходе релятивистского коллапса тел. В этой небольшой книге изложены проблемы общей теории относительности, в том числе природа общей относительности, конформная бесконечность, горизонты событий и частиц, релятивистский гравитационный коллапс и роль сингулярностей в космологии, а также развитые автором методы анализа структуры пространства-времени. Книга представляет большой интерес для физиков-теоретиков, астрофизиков, космологов — как специалистов, так и студентов старших курсов высших учебных заведений и аспирантов.

**ISBN 978-5-458-31713-9**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2013

© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2013

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

[www.samizday.ru/reprint](http://www.samizday.ru/reprint)



свойств пространства-времени, т. е. локальных инвариантов, которыми оно характеризуется в разных физических процессах.

Уравнения общей теории относительности, описывающие структуру пространства-времени, суть нелинейные уравнения в частных производных второго порядка. Их анализ в сколько-нибудь сложном случае — задача необычайно трудная. В последнее время для решения подобных проблем развиваются тонкие математические методы. Автор предлагаемой книги, Роджер Пенроуз, является одним из создателей таких методов. До сих пор имя Пенроуза было хорошо известно у нас лишь сравнительно малому кругу лиц — математикам и физикам. Мы надеемся, что эта книга будет способствовать тому, что с методами Пенроуза познакомятся многие. Применение их привело Пенроуза и его последователей к глубоким и важным результатам, имеющим принципиальное значение. Главными из них являются доказательства неизбежности сингулярности в космологии и гравитационном коллапсе.

В предлагаемой книге излагаются основы строгих современных методов исследования структуры пространства-времени. Книга является переводом лекций Пенроуза, прочитанных им на I Баттельской конференции математиков и физиков. Эта конференция состоялась в 1967 г. в Сиэтле (США) и была посвящена топологическим проблемам в математике, квантовой физике и общей теории относительности. Лекции вошли в сборник, изданный под редакцией Дж. Уилера и Сесиль Де-Витт.

Следует указать, что данная книга не может быть первой книгой для тех, кто намерен изучить общую теорию относительности. Для чтения ее необходимо предварительное изучение учебника: Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, «Теория поля», а также книги: П. К. Рашевский, «Риманова геометрия и тензорный анализ».

Методы, излагаемые в книге, являются типично математическими и отличаются необходимой строгостью. Однако Пенроуз обладает прекрасной

физической интуицией, и это делает изложение живым и наглядным. Он не прячет способ получения результатов за формальными математическими доказательствами, а делится с читателями теми идеями, которые помогают ему находить общие и глубокие решения проблем.

Строгое математическое рассмотрение гравитационного коллапса реальных массивных звезд в конце эволюции, с учетом вращения и отклонения от сферической симметрии, показывает, что для внешнего наблюдателя картина коллапса стремится к застыванию, когда размер звезды приближается к гравитационному радиусу  $r_g$ . Что будет после этого момента, внешний наблюдатель никогда не узнает. В настоящее время доказано, что внешнее поле при этом стремится к метрике Керра (рассматриваемой в данной книге), зависящей только от массы, углового момента и заряда коллапсирующего тела. На фоне этих строгих результатов особенно неубедительно выглядят предпринимаемые иногда еще и сейчас попытки доказать, что гравитационный коллапс тела после сжатия до размеров меньше  $r_g$  может смениться расширением к тому же внешнему наблюдателю, так что наблюдатель будет видеть периодические колебания. Явно несостоятельны попытки объяснить на этой основе природу таких объектов, как пульсары или квазары.

Излагая вопросы общей теории относительности, Пенроуз часто обращается к квантовой теории и теории частиц. Хотя общеизвестно, что теория относительности может быть построена без всякого обращения к квантовой теории и является в этом смысле «классической», многие аспекты теории квантов и общей теории относительности оказываются тесно переплетенными, что специально подчеркивается автором.

Другие аспекты общей теории относительности, не освещенные в книге Пенроуза, читатель может найти в книгах: В. А. Фока, «Теория пространства, времени и тяготения», Физматгиз, М., 1961 и А. З. Петрова, «Новые методы в общей теории относительности», изд-во «Наука», М., 1966; астрофи-

зические аспекты — в книгах: Я. Б. Зельдович и И. Д. Новиков, «Релятивистская астрофизика», изд-во «Наука», М., 1967, и «Теория тяготения и эволюция звезд», изд-во «Наука», М., 1971.

Часть вопросов, связанных со структурой пространства-времени, не вошла в данную книгу. Это главным образом результаты, полученные после 1967 г. Мы укажем здесь некоторые из них, дав необходимые ссылки.

Последние теоремы о неизбежности сингулярностей в космологии и коллапсе см. в обзоре: S. Hawking, R. Penrose, Proc. Roy. Soc., A314, 529 (1970).

Вопросы о структуре пространства-времени вблизи сингулярности изложены в статье: В. А. Белинский, Е. М. Лифшиц, И. М. Халатников, УФН, 102, 463 (1970).

В последнее время возникают идеи о рождении пар частиц-античастиц из вакуума в сильном и переменном гравитационном поле вблизи сингулярностей, как космологической, так и возникающих при коллапсе (Я. Б. Зельдович, А. А. Старобинский, ЖЭТФ, 61, № 6, 1971). Это одно из тех направлений, где квантовая теория непосредственно применяется в общей теории относительности. Заметим, что для этих вопросов оказалось важным понятие конформной инвариантности, широко обсуждаемое Пенроузом.

Структура пространства-времени, возникающая при коллапсе небесных тел (так называемые «черные дыры»), вопрос об эволюции материи после коллапса, поиски сколлапсировавших тел во вселенной, новый подход к тензору энергии-импульса гравитационных волн (тензор Айзексона), нелокальные инварианты для гравитационных волн обсуждаются в книге: Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, «Теория тяготения и эволюция звезд», 1971.

Перевод книги выполнен канд. физ.-мат. наук Л. П. Грищуком и док. физ.-мат. наук Н. В. Мицкевичем, которые сами являются известными специалистами по общей теории относительности. Переводчи-

ками исправлен ряд опечаток английского издания и сделан ряд примечаний к тексту (помимо примечаний редакторов).

Редакторы и переводчики благодарят Р. Пенроуза за присылку послесловия, а также дополнений и исправлений для русского издания.

Данную книгу следует рекомендовать в первую очередь астрономам, физикам и математикам, интересующимся проблемами общей теории относительности. Ее можно также настоятельно рекомендовать студентам физико-математических специальностей и аспирантам, ибо знание современных математических методов совершенно необходимо для успешной работы в области теоретической физики.

*Я. Б. Зельдович*

*И. Д. Новиков*



# 1.

## Введение

Согласно современной теории, все физические явления совершаются в рамках некоторого дифференцируемого многообразия, именуемого *пространственно-временным континуумом*. Мы настолько свыклись с этой мыслью, что такая структура пространства и времени кажется нам сейчас почти «очевидной». Однако прежде чем приступить к ее анализу, стоит разобраться, на чем основывается эта вера. Конечно, совсем не исключено, что когда-нибудь будет создана теория, которая сможет описывать природу лучше, чем теперешняя, и вместе с тем эта новая теория окажется несовместимой с представлением о пространстве-времени как о дифференцируемом многообразии. На такую возможность не следует закрывать глаза, но в то же время полезно подумать и о том, почему современный подход является таким прекрасным приближением при описании удивительно широкого круга явлений.

Весьма близкий к «локально евклидову» характер пространства вместе с непрерывностью времени, конечно, дает нам главное основание для строгого развития представлений о континууме. Во времена Зенона такого точного представления о континууме не было и возникали затруднения с понятием предельного перехода в пространстве или во времени. Сейчас мы этих затруднений не испытываем, но, может быть, в этом и состоит наш просчет! Стандартное разрешение парадоксов Зенона основывается больше на *математическом* понятии континуума, чем на природе самого пространства-времени. Утверждение о том, что пространство-время образует континуум, подразумевает сохранение его непрерывной природы

независимо от того, с каким «увеличением» мы его рассматриваем. Но ведь отнюдь не очевидно, что непрерывное описание соответствует действительности в достаточно малых масштабах, где существенную роль начинают играть квантовые эффекты. Возьмем, например, масштабы порядка  $10^{-13}$  см (примерный радиус элементарной частицы). При любой попытке определить положение частицы с такой степенью точности становится вероятным (ввиду принципа неопределенности) возникновение чрезвычайно большого импульса. Тогда должны рождаться *новые* частицы, и некоторые из них могут оказаться не отличимыми от первоначальной<sup>1)</sup>, так что понятие «положения» первоначальной частицы становится неопределенным [22]. Но еще более угрожающая картина вырисовывается, когда мы осмеливаемся перейти к явлениям, протекающим в масштабах порядка  $10^{-33}$  см. Здесь квантовые флуктуации кривизны пространства-времени<sup>2)</sup> становятся достаточно сильными, чтобы изменять топологию, и пространство-время должно оказаться каким-то беспорядочным наложением разнообразных топологий [112], а это уж никак не похоже на гладкое многообразие.

Абсолютно не ясно, имеет ли вообще смысл говорить о природе пространства-времени в таких масштабах, и если это *бессмысленно*, то мы *заведомо* не можем со всей строгостью описывать пространство-время как гладкое многообразие. Но, с другой стороны, можно утверждать, что представление о гладком многообразии соответствует подходу ко всем «разумным» физическим процессам. Лично я думаю, что *в конечном счете* это окажется не так — я не верю

---

<sup>1)</sup> В квантовой физике *неразличимость* частиц — это не просто тождественность их количественных характеристик, а *полное* отсутствие индивидуальности (для частиц с одинаковыми основными характеристиками — например, для всех электронов), так что невозможно даже просто перенумеровать эти частицы. — *Прим. перев.*

<sup>2)</sup> Если, конечно, в эту область удастся корректно экстраполировать современные представления как квантовой теории, так и теории гравитации. — *Прим. перев.*

в то, что действительное понимание природы элементарных частиц вообще может быть достигнуто без более глубокого понимания природы самого пространства-времени. Но если мы ограничимся рамками того уровня явлений, при котором это понимание не обязательно (а ведь это почти вся физика наших дней), то представление о гладком многообразии окажется превосходным орудием для нашего анализа.

Оставим пока в стороне вопрос о субмикроскопической структуре пространства-времени и вместо этого сосредоточим внимание на его крупномасштабных свойствах. Тогда мы можем принять адекватность представления о гладком многообразии и положить, что его структура в большом может быть получена из сложения меньших «локально евклидовых» кусочков подобно тому, как в дифференциальной геометрии берутся перекрывающиеся координатные окрестности (карты). Этот путь может привести нас к топологии пространства-времени в большом, отличной от евклидовой. К сожалению, о крупномасштабной структуре вселенной известно слишком мало, и мы не можем с уверенностью говорить о ее глобальной топологии (разве что возможно сформулировать утверждения о ее ориентируемости). Итак, может оказаться, что крупномасштабная топология пространства-времени не представляет никакого интереса.

И все же, *несмотря на это*, не мешает с достаточной общностью рассмотреть вопросы топологии пространственно-временных многообразий. Для этого, в частности, имеются две различные, хотя и до некоторой степени взаимосвязанные, причины. Чтобы четко выразить первую из них, следует представить вселенную в ее четырехмерной целостности, а не как некоторое трехмерное пространственноподобное сечение («теперь»). Одной из сколько-нибудь надежно *установленных* наблюдательных черт четырехмерной крупномасштабной структуры вселенной является тот факт, что в некий «момент» в прошлом (порядка  $10^{10}$  лет тому назад) все вещество вселенной, по-видимому, находилось в крайне сжатом и хаотическом (горячем) состоянии. Это вытекает из наблюдаемого

расширения вселенной и из уравнений общей теории относительности, если сделать определенные предположения о крупномасштабной однородности распределения вещества во вселенной. По-видимому, еще более непосредственно это вытекает из наблюдений недавно обнаруженного [25, 80a] фонового электромагнитного излучения, заполняющего все пространство. Теперешняя температура этого излучения равна примерно 3 К, чего можно было ожидать, отправляясь от чрезвычайно сжатого общерелятивистского «начального состояния» [33, 2]. (Охлаждение излучения до его теперешней температуры следует тогда из расширения вселенной<sup>1)</sup>.) Если мы теперь безоговорочно примем те сглаженные космологические модели, которые обычно используются при этих расчетах, то мы и в самом деле придем к *сингулярному* начальному состоянию, для которого кривизна пространства-времени бесконечна. Вблизи этой сингулярности радиус кривизны может быть сколь угодно малым — меньше  $10^{-13}$  см и даже меньше  $10^{-33}$  см. Но в таких масштабах мы не можем считать картину, описываемую нашей моделью, адекватной хотя бы по указанным выше причинам, дающим основание сомневаться в правомерности описания пространства-времени как гладкого многообразия именно в этих масштабах.

Следует ли полагаться на такие модели в области, где радиус кривизны хотя бы немного приближается к таким значениям? Можно ожидать, что имеющиеся сейчас отклонения от однородности в кривизне пространства-времени (вызванные неоднородным распределением вещества) при экстраполяции в прошлое на сильно искривленные области пространства-времени дадут картину, резко отличающуюся от

---

<sup>1)</sup> Наличие фонового электромагнитного излучения горячей вселенной свидетельствует о большой плотности материи в прошлом и, следовательно, о ее расширении от сверхплотного состояния (что предсказывалось общей теорией относительности), но из нее никак не следует конкретное значение 3 К. Температура порядка нескольких градусов была предсказана из сопоставления наблюдений химического состава небесных тел с теорией синтеза элементов в начале космологического расширения. — *Прим. ред.*

сглаженной модели<sup>1)</sup>. Есть ли тогда основания вообще говорить о какой-либо сингулярности? (Будем, например, исходить из наглядного определения «сингулярности» как области, в которой кривизна столь возрастает, что локальные физические законы катастрофически изменяются, возможно, вследствие нарушения гладкого характера пространственно-временного многообразия.) Не может ли оказаться, что, когда кривизна становится уже «умеренно» большой, картина существенно отклоняется от рассматриваемой модели, возможно даже приводя к совершенно иной топологической структуре? Одной из главных моих целей является изложение некоторых строгих результатов, убедительно указывающих (хотя, может быть, и *не вполне* доказывающих это) на существование сингулярностей пространства-времени, следующих из законов общей теории относительности. Чтобы прийти к этим результатам, потребуется рассмотреть довольно-таки сложные с топологической точки зрения случаи, *даже если* на самом деле эти случаи в природе и не реализуются!

Выше мы изложили первую из двух причин, убеждающих в необходимости исследования топологии пространства-времени. Вторая причина (если оставить в стороне вопрос о связи с субмикроскопическими свойствами пространства-времени) связана с проблемой гравитационного коллапса. Как следует из общерелятивистских соображений, внутренняя неустойчивость, присущая гравитационному взаимодействию при наличии чрезмерно больших концен-

---

<sup>1)</sup> Надо иметь в виду, что имеющиеся неоднородности в распределении материи (наличие отдельных небесных тел и их систем) являются, вероятно, следствием *роста* неоднородностей, т. е. в прошлом неоднородности вблизи сингулярности были меньше. Это так называемая гипотеза «минимальных» возмущений в начале расширения, необходимых для объяснения окружающего мира. Имеется, однако, и другая возможность: начало космологического расширения было в некотором смысле «максимально» неоднородным, и в ходе расширения неоднородности «сгладились». Подробнее об этих вопросах см. книгу Я. Б. Зельдовича и И. Д. Новикова «Строение и эволюция вселенной», изд-во «Наука», М., готовится к печати. — *Прим. ред.*

траций масс, отражена в существовании начальной сингулярности, которой обладают космологические модели. Эта неустойчивость вновь проявляется в фазе коллапса тех моделей, расширение которых не продолжается беспрестанно, и вселенная возвращается к состоянию с бесконечной кривизной в своем окончательном сингулярном состоянии. Однако для того, чтобы гравитационная неустойчивость проявила себя, необязательно брать вселенную *в целом*. Действительно, даже тела, масса которых не очень сильно превышает солнечную, могут оказаться способными к катастрофическому коллапсу, когда истощаются запасы их внутренней энергии. При определенных условиях такие тела, коллапсируя, уйдут за «безвозвратную точку», где, грубо говоря, гравитационное взаимодействие становится таким сильным, что даже *свет*, испускаемый телом, «затягивается» назад, вовнутрь, и никакой сигнал не может выйти в окружающее пространство. За этим пределом поведение тела во многом напоминает конечный этап коллапса вселенной (или, как можно думать, обращенный во времени начальный этап ее расширения). При этом следует ожидать возникновения сингулярностей пространства-времени, хотя (в рассматриваемом случае) эти сингулярности не могут быть обнаружены внешним наблюдателем. Такой наблюдатель видит тогда нечто вроде «дыры» в пространстве, в которую могут падать объекты, но из которой не может вырваться наружу ни объект, ни световой сигнал. Взяв правдоподобный диапазон возможных масс, можно оценить размеры таких «дыр» от нескольких километров до нескольких диаметров солнечной системы. Эти «дыры», по-видимому, было бы трудно обнаружить внешнему наблюдателю, хотя в принципе это и осуществимо. В настоящее время возможность их существования следует скорее из теории, чем из наблюдательных данных, но тем не менее их изучение сопряжено со многими загадочными вопросами топологии пространства-времени.

Природа пространства-времени не совсем такова, какой она нам «представляется», и в понимании ее