

**И.И. Семенченко**

**Режущий инструмент. Конструирование и  
производство**

**Том 3**

**Москва  
«Книга по Требованию»**

УДК 621  
ББК 34.4  
И11

И11      **И.И. Семенченко**  
Режущий инструмент. Конструирование и производство: Том 3 / И.И. Семенченко – М.: Книга по Требованию, 2024. – 560 с.

**ISBN 978-5-458-41760-0**

Третий из четырех томов монографии основателя советской школы инструментальной промышленности. Под руководством проф. Семенченко и при его участии разработаны проекты таких инструментальных заводов, как «Фрезер», Московский инструментальный завод, а также многих инструментальных цехов машиностроительных предприятий. Книга является третьей частью курса "Режущий инструмент", читаемого автором на инструментальном факультете Московского станкостроительного института имени И. В. Сталина. Она состоит из следующих разделов: 1) основные понятия по эвольвентному зацеплению, 2) фасонные зуборезные фрезы, 3) червячные зуборезные фрезы, 4) зуборезные гребёнки, 5) зуборезные долбяки. Каждый раздел включает в себя вопросы, связанные с расчётом, конструированием, производством и эксплуатацией зуборезного инструмента. Книга написана на основе многолетнего опыта автора в области инструментального производства и утверждена как учебное пособие для машиностроительных вузов.

**ISBN 978-5-458-41760-0**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2024  
© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригиналe, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



# ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ПО ЭВОЛЬВЕНТНОМУ ЗАЦЕПЛЕНИЮ

## ЗНАЧЕНИЕ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Зубчатые колёса являются самыми распространёнными деталями в современном машиностроении, в особенности в автомобилестроении, тяжёлом машиностроении. Общая тенденция к увеличению окружных скоростей и передаче больших мощностей предъявляет определённые требования к зубчатым колёсам. Эти условия могут быть выполнены различными способами:

- 1) увеличением модуля;
- 2) использованием более прочных материалов;
- 3) особо тщательной обработкой зубчатых колёс;
- 4) правильным выбором геометрии зубьев колёс.

Первый метод мало приемлем и не всегда возможен, так как влечёт за собой увеличение габаритов механизма; второй и третий методы также мало удовлетворительны из-за повышенной стоимости колёс; последний метод является наиболее радикальным, и его надо применять в первую очередь.

Рациональная форма зубьев оказывает огромное влияние на правильность зубчатой передачи, так как повышает качество зубчатого зацепления (в отношении коэффициента полезного действия, прочности зубьев, удельного скольжения, удельного давления, бесшумности и плавности хода и т. п.). Надлежащий выбор формы зубьев обеспечивает возможность передачи больших мощностей и высоких скоростей.

Правильная форма зуба зависит не только от её геометрии, но также и от метода её получения. В этом отношении доминирующую роль паряду с другими факторами играет инструмент, как непосредственно участвующий в образовании формы зуба. Высокое качество зубчатого зацепления обусловлено большой точностью инструмента: чем проще инструмент, тем легче и точнее можно его изготовить.

*Эвольвентное зацепление, как обеспечивающее наибольшую простоту, повышенную точность и наименьшую стоимость инструмента, является наиболее рациональным зацеплением для современных зубчатых колёс. Эвольвентное зацепление также упрощает и удешевляет монтаж зубчатых колёс, позволяя без всяких ущерба для качества передачи изменять расстояние между центрами*

колёс, что совершение непременно для циклоидального зацепления. Наконец важным преимуществом эвольвентного зацепления является также *возможность использования методов корректирования зубчатой передачи* без применения специальных требований к производству. Нарезание колёс, корректированных за счёт смещения профиля режущего инструмента, производится нормальным инструментом на обычных зуборезных станках, работающих по методу обкатки, причём от рабочего не требуется никаких дополнительных приёмов, отличных от тех, которые применяются им при обработке нормальных, т. е. некорректированных колёс.

Эти основные причины привели к широкому распространению зубчатых колёс эвольвентного зацепления, несмотря на то, что в эксплуатационном отношении они несколько хуже, чем колёса с циклоидальным зацеплением (в отношении минимального числа зубьев, удельного давления на зубьях и удельного скольжения).

## МЕТОДЫ НАРЕЗАНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЁС

В современном машиностроении получили распространение два способа нарезания шестерён:

- 1) метод фасонного фрезерования (деления);
- 2) метод обкатки (огибания).

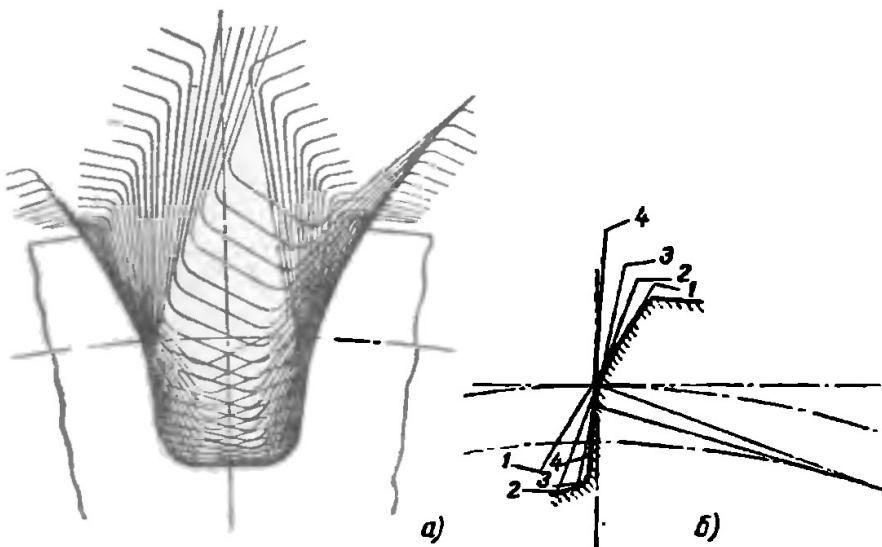
Метод фасонного фрезерования для прямозубых колёс основан на том, что режущие кромки инструмента изготавливаются по форме впадины зубчатого колеса. В процессе нарезания инструмент как бы копирует профиль впадины. После нарезания одной впадины заготовка поворачивается на один зуб при помощи делительного механизма, и процесс повторяется снова. Из инструментов, работающих по этому методу, следует отметить дисковые и пальцевые зуборезные фрезы. Метод фасонного фрезерования требует большего количества инструмента для нарезания колёс одного и того же модуля, но с различными числами зубьев. Для уменьшения сорта инструмента прибегают к использованию набора фрез. Каждая фреза обслуживает целую группу чисел зубьев, что влечёт за собой ошибки в очертании профиля впадины. Пониженная точность зацепления, а также малая производительность, обусловленная прерывистостью процесса нарезания, ограничивает распространение этого метода в настоящее время; он применяется в основном только для менее ответственных передач или для колёс крупных модулей.

Метод обкатки, получивший широкое распространение на практике, обладает рядом преимуществ по сравнению с первым методом, из которых следует отметить высокую точность, большую производительность, дешевизну, удобство в работе и др.

Внедрение этого метода оказалось возможным благодаря использованию для него основных законов зацепления и применению зубчатого колеса или рейки в качестве режущего инструмента. В процессе нарезания между двумя сопряжёнными зубчатыми колёсами, из которых одно является режущим инструментом, а другое — заготовкой, имеет место то относительное движение,

которое должно было бы быть между ними в действительности, если заготовка была бы предварительно снабжена зубьями. Следовательно, в процессе нарезания делительные окружности заготовки и инструмента катятся одна по другой без скольжения; отсюда получил своё название и самый метод нарезания колёс, как основанный на принципе обкатывания одного колеса по другому.

В процессе обкатывания режущая кромка инструмента получает ряд последовательных положений 1, 2, 3 и т. д. (фиг. 1), являющихся огибаемыми по отношению к огибающему их профилю нарезаемого зуба. Каждое перемещение режущей кромки в новое положение связано с удалением небольшого слоя металла с заготовки. В результате таких последовательных перемещений зуб заготовки автоматически получает профиль, сопряжённый с профилем режущего колеса.



Фиг. 1. Образование профиля колеса методом обкатки.

В качестве режущего инструмента при нарезании колёс по методу обкатки применяются:

- 1) резец с режущей кромкой, имеющей форму профиля эвольвентной рейки;
- 2) гребёнка, выполненная в виде эвольвентной рейки;
- 3) червячная фреза с профилем эвольвентной рейки в сечении витка плоскостью, нормальной к средней винтовой линии;
- 4) долбяк, выполненный в виде зубчатого колеса эвольвентного зацепления; фактически и этот случай можно отнести к зацеплению с рейкой, так как профиль долбяка получается методом обкатки при помощи шлифовального круга, имеющего профиль эвольвентной рейки;
- 5) шлифовальный круг с режущей кромкой в виде эвольвентной рейки.

Таким образом эвольвентная рейка является режущим инструментом при нарезании зубчатых колёс методом обкатки. Возможность такого применения обусловлена основным законом зубчатого зацепления, состоящим в том, что для рядового зацепления любое

зубчатое колесо определённого модуля даёт правильное зацепление с любым колесом того же модуля, т. е. в частном случае и с колесом, имеющим бесконечно большое число зубьев, или рейкой.

Отсюда следует, что теоретически режущая рейка может нарезать колёса с любым числом зубьев. С другой стороны, профиль рейки, как очерченный в основном прямыми линиями, по конфигурации настолько прост, что не представляет никаких затруднений для точного воспроизведения. Поэтому для правильного понимания всех вопросов, связанных с проектированием зуборезного инструмента, необходимо знать основные законы эвольвентного зацепления, в частности специфические особенности зацепления зубчатого колеса с рейкой.

## ТРЕБОВАНИЯ, ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ К ЗУБЧАТЫМ КОЛЁСАМ

Качество зубчатой передачи зависит от выполнения ряда требований, которые предъявляются к ней в каждом конкретном случае в зависимости от её назначения. К таким требованиям следует отнести следующие: 1) достаточный коэффициент полезного действия; 2) бесшумность, плавность, отсутствие вибраций в работе; 3) малую чувствительность передачи к неточному изготовлению; 4) стойкость на износ (уменьшение удельного скольжения и удельного давления в зубьях); 5) прочность зубьев; 6) достаточный коэффициент перекрытия; 7) компактность передачи; 8) сменность колёс.

Выполнение некоторых из этих требований осуществимо только при рациональном выборе формы зубьев передачи, т. е. исключительно от геометрии зубчатого зацепления. К таким факторам следует отнести указанные в пп. 6—8. Другая часть охватывает наряду с геометрией также и механическую сторону зацепления; к этим факторам относятся указанные в пп. 1—5.

Не меньшее значение для качества зубчатой передачи имеют и технологические факторы (выбор материала, термическая обработка, качество обрабатываемых поверхностей, точность изготовления и монтажа и др.). Однако при рассмотрении законов зацепления эти факторы обычно не приходится принимать во внимание из-за трудности увязки их с геометрическими и механическими факторами.

## ОСНОВНЫЕ УСЛОВИЯ РАБОТЫ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

При правильной работе цилиндрические катки радиусов  $r_1$  (фиг. 2) и  $r_2$  катятся один по другому без скольжения. Следовательно, окружная скорость  $v$  точки касания их  $P$  (в плоскости чертежка) следующая:

$$v = r_1\omega_1 = r_2\omega_2,$$

т. е.

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = i,$$

где  $\omega_1$  и  $\omega_2$  — соответствующие угловые скорости.

Для получения относительного движения надо обратить их движение, т. е. сообщить им одновременно вращение, равное и противоположное одному из катков, например вокруг точки  $O_2$ , со скоростью  $\omega_2$ , равной и противоположной скорости катка  $r_2$ . Каток  $r_2$  остановится, а каток  $r_1$  будет вращаться вокруг центра  $O_1$  со скоростью  $\omega_1$  и перемещаться вокруг центра  $O_2$  со скоростью  $\omega_2$ . При сложении обоих движений круг  $r_1$  в плоскости чертежа будет катиться по неподвижному кругу  $r_2$  против часовой стрелки. Это движение и будет относительным движением круга  $r_1$  по отношению к кругу  $r_2$ . При относительном движении скорость точки  $P$  касания кругов получается равной нулю.

Вокруг точки  $P$  один ( $r_1$ ) из сопряжённых кругов поворачивается относительно другого ( $r_2$ ), поэтому эта точка является *мгновенным центром* относительного вращения и называется *полюсом зацепления*.

В полюсе зацепления окружные скорости обоих сопряжённых кругов равны, и скольжение между ними отсутствует.

Полюс зацепления делит межцентровое расстояние  $O_1O_2$  на отрезки, обратно пропорциональные угловым скоростям.

Кривые, точки которых при вращении кругов последовательно совпадают с полюсом  $P$ , называются центроидами (полоидами), т. е. кривыми качения. При постоянном отношении угловых скоростей  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = i$  центроидами (полоидами) являются окружности  $r_1$  и  $r_2$ , называемые *начальными окружностями*.

Если снабдить катки зубьями, то в плоскости чертежа получим *сопряжённые профили*, передающие вращение непосредственным соприкосновением.

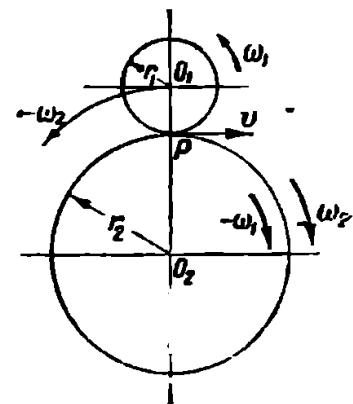
Всякая зубчатая передача должна удовлетворять важному условию: *равномерная угловая скорость одного (ведущего) колеса ( $r_1$ ) должна быть передана второму (ведомому) колесу ( $r_2$ ) в виде равномерной угловой скорости, т. е.*

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} - i = \text{const.}$$

где  $i$  передаточное число, которое для данной пары зубчатых колёс должно оставаться постоянным.

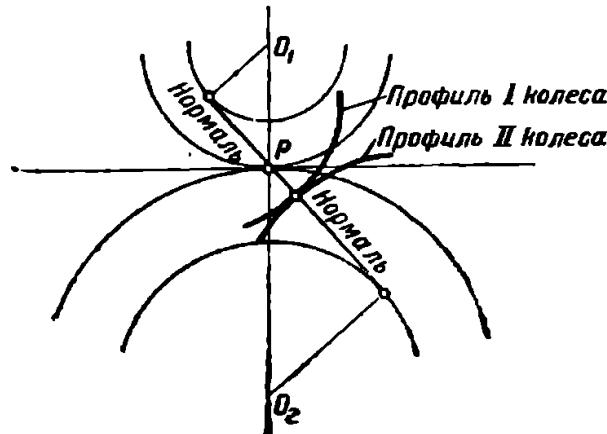
При несоблюдении этого условия зубчатая передача начинает работать неплавно, толчками, со стуком, профиль зубьев искается, вследствие чего зубья быстро изнашиваются и даже разрушаются.

Вторым не менее важным условием правильности зацепления является следующее: *общая нормаль к сопряжённым профилям в точке их соприкосновения должна всегда проходить через полюс зацепления* (фиг. 3).



Фиг. 2. Качение цилиндрических катков.

Отсюда следует, что сопряжённые профили зубьев должны быть взаимоогибающими, т. е. каждый из них остаётся касательным к другому во всех его положениях (фиг. 3). Этот принцип имеет применение не только при зацеплении двух зубчатых колёс, но также и при нарезании их по методу обкатки.



Фиг. 3. Касание сопряжённых профилей.

дальнего зацепления имеет точку перегиба и состоит из двух кривых: головка зуба очерчена по эпициклоиде и имеет выпуклую форму, ножка зуба очерчена по гипоциклоиде и имеет вогнутую форму. Циклональное зацепление обеспечивает лучшее прилегание головки к ножке, поэтому износ зубьев получается небольшой. Второе преимущество состоит в том, что циклональное зацепление с успехом может быть применено также и для колёс с малым числом зубьев (до 11). Однако циклональное зацепление имеет и существенные недостатки: 1) сложность изготовления режущего инструмента; 2) затруднения при изготовлении циклональных колёс; 3) затруднения при монтаже зубчатой передачи, так как малейшее изменение расстояния между центрами колёс ведёт к неправильному зацеплению.

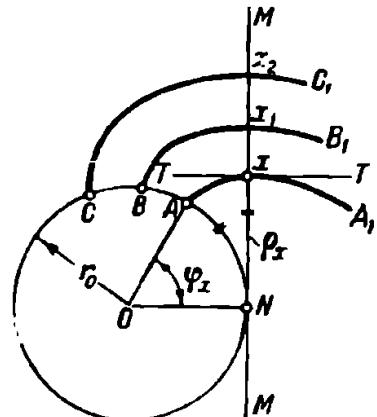
Вследствие этих недостатков циклональное зацепление почти повсеместно (за исключением часовой промышленности) вытеснено эвольвентным зацеплением.

## ЭВОЛЬВЕНТА И ЕЁ УРАВНЕНИЕ

Эвольвента (фиг. 4) — кривая \$AA\_1\$, образованная любой точкой \$x\$ производящей прямой \$MM\$, катящейся без скольжения по неподвижной окружности радиуса \$r\_0\$, называемой *основной*. Другими словами, если заставить прямую \$MM\$ катиться без скольжения по окружности, то любые точки \$x, x\_1, x\_2, \dots\$ опишут на плоскости эвольвенты \$AA\_1, BB\_1, CC\_1, \dots\$ представляющие развертку круга \$r\_0\$.

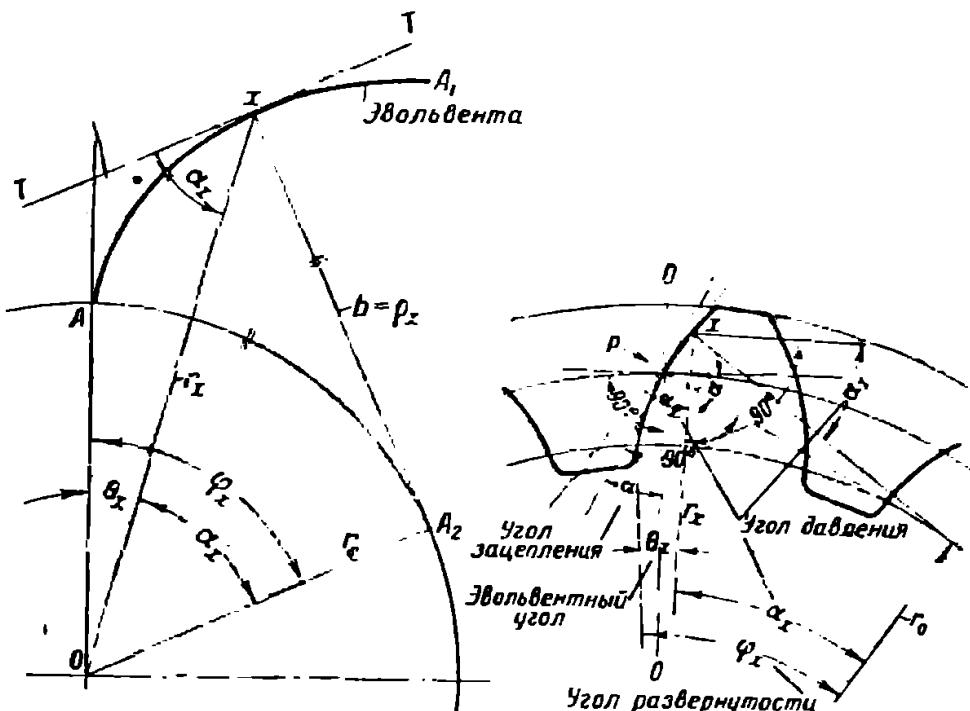
В качестве кривой профиля теоретически можно выбрать любые кривые, удовлетворяющие условию взаимной их огибаемости в относительном движении зубчатых колёс. Однако практически ограничиваются такими кривыми, которые легко можно получить геометрическим путём. Из таких кривых заслуживают внимания *циклоида* и *эвольвента*.

Профиль зуба циклоидального зацепления имеет точку перегиба и состоит из двух кривых: головка зуба очерчена по эпициклоиде и имеет выпуклую форму, ножка зуба очерчена по гипоциклоиде и имеет вогнутую форму. Циклональное зацепление обеспечивает лучшее прилегание головки к ножке, поэтому износ зубьев получается небольшой. Второе преимущество состоит в том, что циклональное зацепление с успехом может быть применено также и для колёс с малым числом зубьев (до 11). Однако циклональное зацепление имеет и существенные недостатки: 1) сложность изготовления режущего инструмента; 2) затруднения при изготовлении циклональных колёс; 3) затруднения при монтаже зубчатой передачи, так как малейшее изменение расстояния между центрами колёс ведёт к неправильному зацеплению.



Фиг. 4. Образование эвольвенты.

Точка  $N$  касания производящей прямой с основной окружностью представляет мгновенный центр вращения прямой и одновременно центр кривизны эвольвенты. Таким образом основная окружность является геометрическим местом центров кривизны эвольвенты.



Фиг. 5. Элементы эвольвенты.

Отрезок  $Nx$  производящей прямой является нормалью к эвольвенте в заданной точке  $x$  и одновременно радиусом кривизны  $r$ , этой кривой; он равен длине дуги развертки  $NA$ .

Конфигурация эвольвенты зависит исключительно от основной окружности: следовательно, радиус  $r_0$  основной окружности является единственным параметром, характеризующим эвольвенту. Поэтому эвольвенты  $AA_1, BB_1, CC_1, \dots$ , описываемые различными точками  $x, x_1, x_2, \dots$  производящей прямой, будут одинаковы, причём прямая  $MM$  является их общей нормалью, а точка  $N$  — общим центром кривизны.

Эвольвенты  $AA_1, BB_1, CC_1, \dots$  являются равноотстоящими, т. е.  $xx_1 = AB$ , так как согласно методу образования эвольвенты  $Nx = Nx_1 = NA$  и  $Nx_1 = NB$ . Аналогично можно получить, что  $xx_2 = NC$ .

Из самого метода получения эвольвенты вытекает, что точка  $A$  (аналогично и точки  $B, C$  и др.) является начальной или исходной точкой эвольвенты  $AA_1$  (основание эвольвенты), которая расположается только вне основной окружности и не может заходить внутрь неё.

Полярный угол  $\Theta_x$  (фиг. 5), характеризующий положение точки  $x$  на эвольвенте, называется эвольвентным углом.

Угол  $\alpha_x$  между касательной  $TT$  к эвольвенте в точке  $x$  и радиусом-вектором  $r_x$ , проведённым через ту же точку, называется

**углом давления.** В эвольвентном зацеплении этот угол является также углом между радиусом-вектором и перпендикуляром к производящей прямой или между производящей прямой в данной точке и перпендикуляром к радиусу-вектору в той же точке.

Центральный угол  $\varphi_x$ , соответствующий дуге, развертываемой для получения на эвольвенте точки  $x$ , называется **углом развернутости эвольвенты** в данной её точке  $x$ .

Из фиг. 5 следует:

$$r_1 = \frac{r_0}{\cos \alpha_x}; \quad (A)$$

$$\rho_1 = r_0 \varphi_x$$

и

$$\varphi_x = r_0 \operatorname{tg} \alpha_x;$$

$$\varphi_x = \operatorname{tg} \alpha_x$$

и.iii

$$H_1 + x_x = \operatorname{tg} \alpha_x,$$

откуда

$$H_x = \operatorname{tg} \alpha_x - x_x \operatorname{inv} \alpha_x, \quad (B)$$

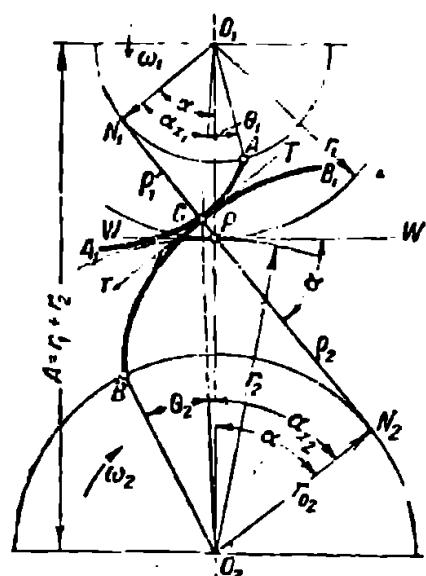
где  $x_x$  и  $H_x$  выражены в радианах.

Уравнения (A) и (B) являются параметрическими уравнениями эвольвенты в полярных координатах, причём параметром является угол  $\alpha_x$ .

Определение угла  $\alpha_x$  по заданному  $H_x$  является сложной задачей из-за трансцендентного характера уравнения (B). Поэтому

для определения значения  $\operatorname{tg} \alpha_x = \alpha_x$ , называемого эвольвентной функцией и обозначаемого через  $\operatorname{inv} \alpha_x$  (от английского слова *involute* – эвольвента), имеются специальные таблицы<sup>1</sup>.

Уравнения (A) и (B) являются весьма важными, они участвуют почти во всех расчётах по эвольвентному зацеплению.



Фиг. 6. Зацепление сопряжённых профилей.

сяются и образуют общую касательную  $TT$  в точке соприкосновения  $C$ ;

2) нормали (производящие прямые)  $\rho_1$  и  $\rho_2$  составят продолжение одна другой и образуют общую нормаль к двум эвольвентам в точке соприкосновения  $C$ ;

## ЗАЦЕПЛЕНИЕ ДВУХ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ПРОФИЛЕЙ

Если две эвольвенты  $AA_1$  и  $BB_1$  (фиг. 6), полученные при обкатывании основных окружностей  $r_0$  и  $r_0$ , привести в соприкосновение друг с другом, то:

1) касательные к эвольвентам сопри-

<sup>1</sup> Бакин Г. Е., Численные методы, 1935, стр. 40.

3) мгновенный центр вращения (полюс зацепления) в относительном движении эвольвент окажется лежащим на общей нормали к эвольвентам, и на линии центров  $O_1O_2$ , т. е. в точке  $P$  их пересечения;

4) отрезки  $O_1P$  и  $O_2P$  определят радиусы  $r_1$  и  $r_2$  начальных окружностей.

Обе эвольвенты образуют сопряжённые профили. Легко доказать, что для эвольвентных сопряжённых профилей справедлив основной закон зацепления:

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{r_{02}}{r_{01}} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad i,$$

т. е. передаточное число остаётся постоянным, независимо от расположения между центрами.

Окружные скорости на начальных окружностях  $r_1$  и  $r_2$  равны друг другу; следовательно, в точке соприкосновения  $P$  происходит касание профилей без скольжения.

Радиусы начальных окружностей пропорциональны радиусам основных окружностей.

Прямая  $N_1N_2$ , представляющая геометрическое место точек соприкосновения сопряжённых эвольвентных профилей в неподвижной плоскости называется *линией зацепления*.

Эвольвента, как имеющая прямую в качестве линии зацепления, резко отличается от других кривых, используемых для профилирования зубьев зубчатых колёс. Любая точка этой прямой может служить полюсом зацепления, т. е. лежать на линии, соединяющей оба центра колёс, причём линия зацепления остаётся симметричной относительно этой точки, и эвольвенты окажутся в правильном зацеплении.

Угол  $\alpha$  между линией зацепления  $N_1N_2$  и общей касательной  $WW$  к начальным окружностям в полюсе  $P$  называется *углом зацепления передачи*.

Так как давление со стороны профиля ведущего колеса на профиль ведомого направлено по общей нормали к сопряжённым профилям, т. е. по линии зацепления, то некоторые авторы угол зацепления передачи называют углом давления. В дальнейшем мы будем придерживаться терминологии, установленной по ОСТ 8089 «Зубчатые зацепления».

Угол зацепления передачи отличается от угла давления (по ОСТ 8089) в данной точке. Как было раньше сказано, угол давления по ОСТ 8089 есть угол между касательной  $TT$  в данной точке эвольвенты и радиусом-вектором, проведённым в ту же точку. Оба угла равны друг другу только в полюсе зацепления, где общая точка соприкосновения сопряжённых профилей сливается с полюсом зацепления, и радиус-вектор сливается с линией центров. Во всех других точках угол давления отличается от угла зацепления.

Одна эвольвента, рассматриваемая отдельно, без связи с другой сопряжённой эвольвентой, не имеет ни угла зацепления, ни начальной окружности, ни полюса зацепления, ни линии зацепления. Эти элементы зацепления появляются только тогда, когда две эволь-

Всегда приведены в соприкосновение и рассматриваются как сопряжённые профили. Это обстоятельство резко выделяет эвольвенту от других кривых, применяемых для построения профилей зубчатых колёс. Все другие кривые имеют указанные выше элементы даже и в том случае, если каждая из них рассматривается отдельно без соприкосновения с сопряжённым профилем.

Зависимость между радиусами начальной и основной окружностей выражается формулами:

$$r_1 = \frac{r_{01}}{\cos \alpha};$$

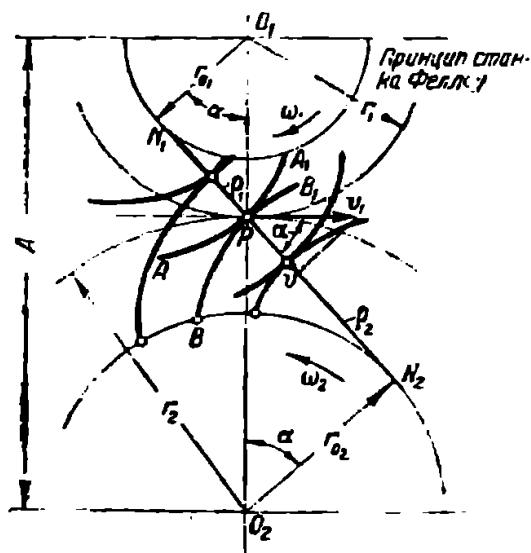
$$r_2 = \frac{r_{02}}{\cos \alpha}.$$

Где  $\alpha$  — угол зацепления передачи.

Расстояние  $A$  между центрами колёс определяется так:

$$A = r_1 + r_2 = \frac{1}{\cos \alpha} (r_{01} + r_{02}).$$

Следовательно, радиусы начальных окружностей и угол зацепления зависят исключительно от размера основных окружностей и расстояния между центрами колёс.



Фиг. 7. Образование эвольвенты посредством огибания её другой эвольвентой.

С изменением расстояния между центрами меняются угол зацепления и радиусы начальных окружностей, но отношение их остаётся неизменным, в силу чего остаётся неизменным и отношение угловых скоростей.

Эвольвента получается не только в результате развертки круга, но также и посредством огибания её другой эвольвентой.

Даны (фиг. 7) эвольвента  $A_1$ , основной окружности  $r_{01}$ , вращающейся равномерно со скоростью  $\omega_1$  вокруг центра  $O_1$ , и основная окружность  $r_{02}$ , которая также равномерно вращается со скоростью  $\omega_2$  вокруг центра  $O_2$ , причём справедливо отношение

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{02}}{r_{01}}.$$

В процессе вращения эвольвента  $A_1 A_1$  даёт ряд последовательных положений, огибающая  $B_1 B_1$ , которых является эвольвентой другой основной окружности  $r_{02}$ . Обе эвольвенты представляют сопряжённые профили.

Скорость перемещения  $v$  точки соприкосновения профилей по линии зацепления определяется окружной скоростью  $v_1$  обеих начальных окружностей и углу зацепления:

$$v = v_1 \cos \alpha.$$