

П.С. Радецкий, В.А. Никитин

Логарифмическая счетная линейка

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
П11

П11 **П.С. Радецкий**
Логарифмическая счетная линейка / П.С. Радецкий, В.А. Никитин – М.: Книга по Требованию, 2023. – 160 с.

ISBN 978-5-458-56924-8

ISBN 978-5-458-56924-8

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2023
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2023

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Нет никакой необходимости долго распространяться относительно важности расчетов в самых разнообразных областях современной техники. Достаточно указать на то, что небывалый прогресс в развитии техники настоятельно требует не только многочисленных, но вместе с тем и весьма быстрых расчетов. Эти расчеты, одинаково необходимые как для инженера-практика, так и для техника, работающего в производстве, будучи обыкновенно весьма просты и ясны по роду математических действий, тем не менее требуют иногда слишком много затраты времени и, самое главное, напряженного внимания со стороны производящего расчет. Само собою разумеется, что при этом решающее значение должен иметь выбор такого метода расчета, который бы давал возможность быстро, без утомления внимания, получать результаты, степень точности которых мы могли бы легко установить.

Одним из таких весьма удобных методов расчета несомненно является графический метод, сущность которого заключается в том, что входящие в расчет числовые данные графически выражаются через отрезки, углы или геометрические места и помощью геометрических построений мы по данным получаем искомый результат. Кроме легкости решения, графический метод имеет исключительное преимущество по своей наглядности.

Особое место среди графических методов занимает отдельная научно-прикладная дисциплина — номография¹⁾, которую можно определить, как обобщенное и расширенное учение о графических методах изучения и изображения функций.

¹⁾ От греческих слов νόμος — закон, γράφειν — писать.

С теоретической стороны логарифмическая счетная линейка должна быть изучена, как один из весьма важных случаев практического применения графических шкал, изучение которых составляет как бы введение в номографию. С этой точки зрения мы и рассмотрим один из употребительных в прикладной математике методов графического изображения функций помощью шкал. Теоретические обоснования методов расчета на линейке имеют то значение, что позволят читателю даже при небольшом знании математики не только совершенно ясно разобраться во всех приемах расчета на линейке, но и самому находить, какой прием надо употребить для подсчета той или иной формулы. Громадное большинство руководств по счетной линейке таких обоснований не содержит и, может быть, этим отчасти и объясняется то обстоятельство, что очень многие из инженеров и техников, пользующихся в своей практике логарифмической линейкой, ограничиваются только самыми простейшими действиями, даже не подозревая, какое универсальное значение может иметь логарифмическая линейка в практике технических расчетов.

Пожалуй, что с моей стороны несколько не будет преувеличенным утверждение, что степень развития техники в стране несомненно находится в прямом отношении с широким распространением счетной линейки, которая должна считаться простейшим, весьма удобным и доступным арифметическим счетным аппаратом, вполне пригодным для всяких технических расчетов.

§ 1. Графическое изображение функции одной независимой переменной помощью шкалы.

Функция одной независимой переменной вида:

$$y = f(x)$$

графически представляется обыкновенно в виде некоторой плоской кривой, отнесенной к прямоугольной системе координат.

Возьмем эту же функцию в виде уравнения:

$$y = \mu f(x), \dots \dots \dots (I)$$

которое мы будем называть уравнением шкалы, а μ модулем шкалы, причем μ есть совершенно произвольное число, выбранное только с таким расчетом, чтобы отрезок, равный единице, практически оказался удобным для откладывания значений функции на прямолинейной (в некоторых случаях на криволинейной) оси.

Для построения шкалы составим таблицу численных значений функции, соответствующих численным значениям независимой переменной, взятым через определенные промежутки:

$$\begin{array}{l} x = x_0 \quad x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n \\ y = f(x_0) \quad f(x_1) \quad f(x_2) \quad \dots \quad f(x_n) \end{array} \dots (II)$$

На горизонтальной, прямолинейной оси OX вправо от некоторой начальной точки O будем откладывать отрезки, равные:

$$\mu f(x_0); \mu f(x_1); \mu f(x_2) \dots \mu f(x_n), (III)$$

отмечая тонкими черточками, перпендикулярными оси OX , конец каждого отрезка, но обозначая эту черточку соответствующим значением независимой переменной: $x_0, x_1, x_2 \dots x_n$

Построенная таким образом шкала называется функциональной шкалой, так как она представляет графическое изображение функции одной независимой переменной.

Поясним сказанное примером, взяв для этого простейшую функцию:

$$y = x^2 \dots \dots \dots (Ia)$$

Составляем таблицу численных значений функции для следующих значений независимой переменной:

$$\begin{array}{l} x = 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \\ y = 0 \quad 1 \quad 4 \quad 9 \quad 16 \quad 25 \quad 36 \quad 49 \quad 64 \quad 81 \quad 100 \end{array} (IIa)$$

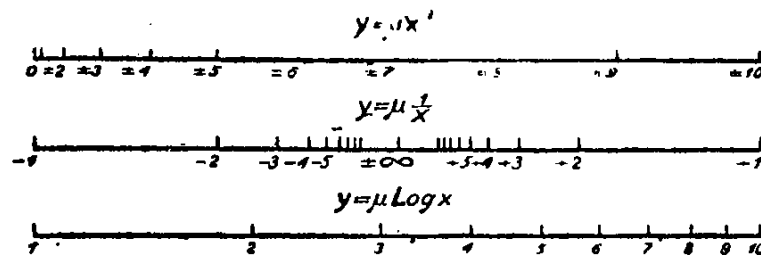
Возьмем уравнение шкалы для данной функции:

$$y = \mu x^2 \dots \dots \dots (Ib)$$

где для модуля мы можем взять, например, значение $\mu = 1$ mm. На горизонтальной оси вправо от начальной точки O будем откладывать отрезки, равные:

$$0; 1; 4; 9; 16 \dots 100 \text{ mm} \dots (IIIa)$$

и концы этих отрезков обозначим соответственно числами $0; 1; 2; 3; 4 \dots 10$, тогда получим шкалу, графически изображающую данную функцию $y = x^2$ (черт. № 1).



Черт. 1.

Мы могли бы составить для отрицательных значений независимой переменной такую таблицу:

$$\begin{array}{l} x = 0; -1; -2; -3 \dots -10 \\ y = 0; 1; 4; 9 \dots 100 \end{array}$$

Это свойство функции $y = \mu x^2$ на функциональной шкале может быть отмечено тем, что у значений независимой переменной ставятся знаки $+$ и $-$.

В качестве другого примера возьмем шкалу:

$$y = \mu \frac{1}{x}.$$

На основании сказанного будет ясно построение этой шкалы. (черт. 1).

Совершенно аналогично мы можем построить и другие функциональные шкалы, например:

$$y = \mu x^3; y = \mu \sqrt{x}; y = \mu \sqrt[3]{x}; y = \mu \frac{1}{x^2} \text{ и т. п. } ^1)$$

Полученные шкалы служат примерами, так называемых, неравномерных шкал, т.-е.

¹⁾ При построении шкал весьма удобно пользоваться миллиметровой бумагой. Модуль выбирается в соответствии с масштабом шкалы.

таких шкал, у которых расстояния между двумя последовательными черточками на оси не одинаковы.

Р а в н о м е р н а я ш к а л а, т.-е. такая шкала, у которой расстояния между двумя последовательными черточками на оси одинаковы, может рассматриваться, как частный случай общего уравнения шкал:

$$y = \mu f(x),$$

когда $f(x) = x$.

Таким образом общее уравнение равномерных шкал будет:

$$y = \mu x \quad \dots \dots \dots (IV)$$

Полагая $\mu = 10 \text{ mm}$, получаем обыкновенный масштаб с делениями на миллиметры и сантиметры.

Если на трубке термометра расстояние между температурой таяния льда и температурой кипения воды разделим на 100 равных частей, то получим равномерную шкалу термометра Цельсия.

Часовой или секундный циферблат представляет также равномерную шкалу, нанесенную по окружности.

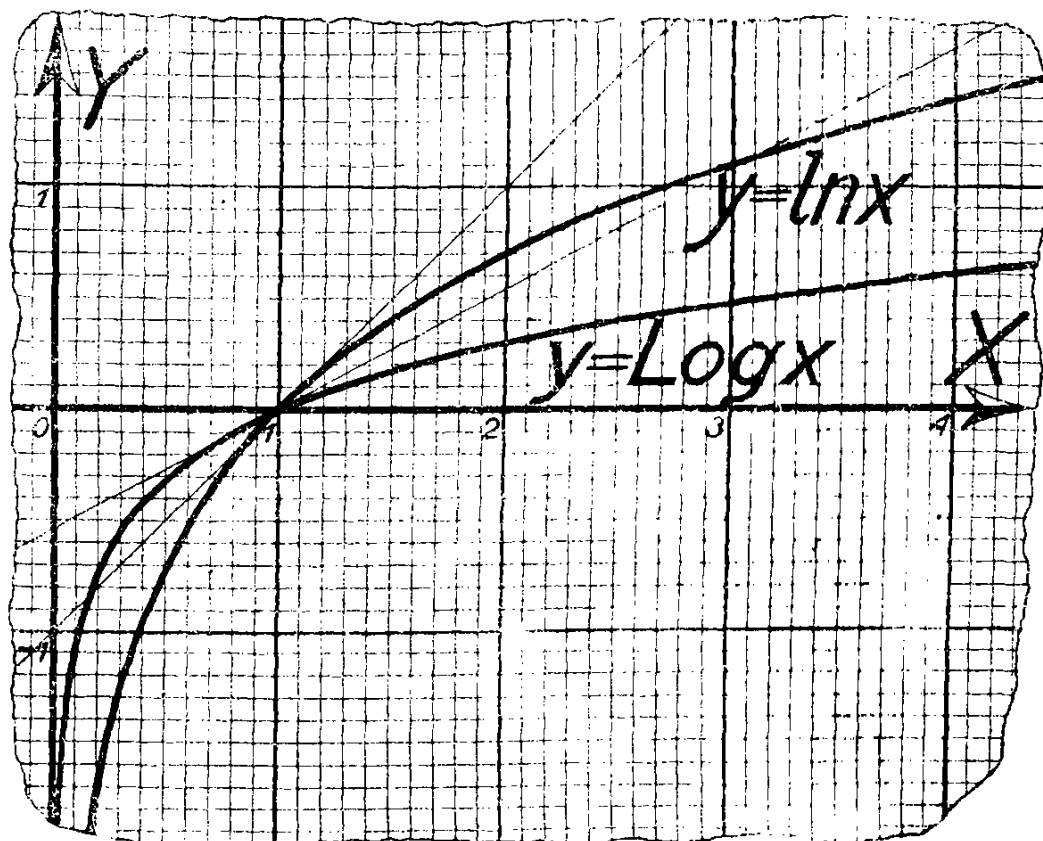
§ 2. Логарифмическая шкала.

Таблицы десятичных логарифмов графически могут быть изображены несколькими способами. Если, например, числа мы возьмем за абсциссы, а соответствующие им логарифмы за ординаты прямоугольной системы координат, то получим ряд точек. Соединив эти точки непрерывной кривой, получим, так называемую, логарифмическую кривую (*curva logistica*). При помощи этой кривой можно находить по данным числам их логарифмы и обратно (черт. 2). При помощи этой кривой графически можно также легко показать переход от десятичной системы логарифмов к какой-нибудь другой системе, напр., переход к натуральным (неперовым) логарифмам, а также обратно от натуральных к десятичным.

На черт. 2-ом видно, что кривая:

$$y = \ln x$$

пересекает ось OX в точке $(1,0)$ и касательная к кривой в этой точке образует с осью OX угол в 45° .



Черт. 2.

Действительно, tg угла, образованного касательной к кривой с осью OX , равен производной функции $y = \ln x$, т. е.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{x},$$

т. к. в точке $(1,0)$ $x = 1$, то

$$\operatorname{tg} \alpha = 1 = \operatorname{tg} 45^\circ.$$

Вообще $\operatorname{tg} \alpha$ есть модуль для перехода от одной системы логарифмов, к другой системе.

Если возьмем кривую, представляющую функцию:

$$y = \operatorname{Log}_{10} x,$$

то $\operatorname{tg} \alpha_B = \frac{\operatorname{Log}_{10} e}{x}$. В точке (1,0) $x = 1$ и

$$\operatorname{tg} \alpha_B = \operatorname{Log}_{10} e = 0,43429.$$

По $\operatorname{tg} \alpha_B$ легко найдем, что

$$\alpha_B = 23^\circ 28',5.$$

Таким образом вообще:

$$\operatorname{Log} x = m \ln x = 0,43429 \ln x.$$

Отсюда мы видим, что ордината любой точки кривой $y = \operatorname{Log} x$ приблизительно в 0,43 раза меньше той же ординаты кривой $y = \ln x$.

Представим теперь графически функцию

$$y = \operatorname{Log} x$$

помощью шкалы. Возьмем уравнение логарифмической шкалы:

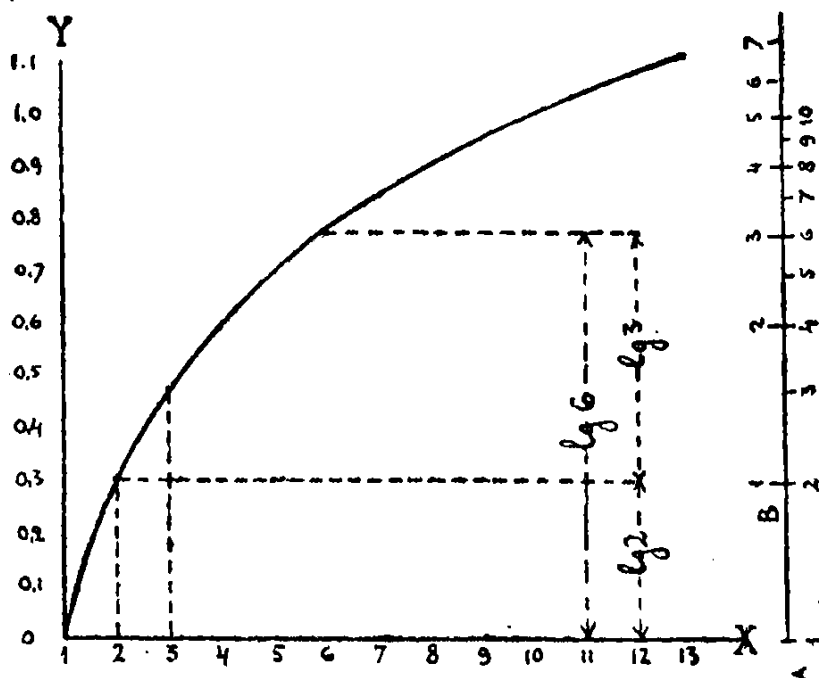
$$y = \mu \operatorname{Log} x.$$

Для обыкновенных линеек берется $\mu = 250$ mm. Имеются также карманные линейки с $\mu = 125$ mm и линейки с $\mu = 500$ mm и даже $\mu = 1000$ mm.

Составим таблицу для построения шкалы:

Число	$\operatorname{Log} x$	μ	Длина в mm
1	0,00000	250	0,00
1,01	0,00432	250	1,08
1,02	0,00860	250	2,15
.			
1,98	0,29667	250	74,17
1,99	0,29885	250	74,71
2,00	0,30103	250	75,26
.			
3,00	0,47712	250	119,28
.			
4,00	0,60206	250	150,52
.			
5,00	0,69897	250	174,74
.			
6,00	0,77815	250	194,54
.			
7,00	0,84510	250	211,28
.			

8,00	0,90309	250	225,77
...	...	...	...
9,00	0,95424	250	238,56
...	...	...	...
10,00	1,00000	250	250,00



Черт. 3.

Если мы отложим отрезки, данные в последнем столбце, на оси вправо от некоторой начальной точки и при концах их отметим соответствующие им числа, то мы получим логарифмическую шкалу, свойства которой рассмотрим в следующем параграфе.

На чертеже 1 представлена логарифмическая шкала.

Рассмотрим еще один метод построения логарифмической шкалы по графику функции:

$$y = \text{Log } x.$$

Для удобства построения мы будем по оси OX откладывать 1; 2; 3 . . . 10, а по оси OY в том же масштабе 0,1; 0,2; 0,3; . . . 1,0 (см. черт. 3).

Проведем ординаты, соответствующие целым значениям абсцисс до пересечения с кривой, и эти точки пересечения ординат с кривой спроектируем на ось OY . При этом получим двойную шкалу, по которой можно отсчитывать, с одной стороны, значения чисел, с другой стороны, значения соответствующих этим числам логарифмов.

§ 3. Свойства логарифмической шкалы.

В практике измерений или вычислений тех или иных величин мы всегда делаем ошибку (положительную или отрицательную), которая называется **абсолютной ошибкой**. Отсюда понятно, что численное значение абсолютной ошибки δx равно разности между точным значением величины X и ее приближенным значением x , полученным в результате измерения или вычисления, т. е.

$$\delta x = X - x \dots \dots \dots (1)$$

На самом деле мы сможем практически определить только предельное значение абсолютной ошибки, называемое **абсолютной погрешностью** и обозначаемое обыкновенно через Δx . Величина абсолютной погрешности совершенно не характеризует точности измерения и для этого вводится новое понятие об **относительной погрешности**, значение которой можем принять равным отношению величины абсолютной погрешности Δx к измеренному значению величины x .

Обозначив относительную погрешность через η , получим:

$$\eta = \frac{\Delta x}{x}.$$

Прилагая эти понятия к логарифмической шкале, получим следующее. В зависимости от предела точности графического построения шкалы и ограниченности восприятия нашего зрения при отсчете на логарифмической шкале мы каждый раз делаем ошибки, не превосходящие некото-

рого предельного значения, которое мы можем считать постоянным.

Беря вместо точных значений величины X , их приближенные значения x , получим:

$$\mu \operatorname{Log} X_1 - \mu \operatorname{Log} x_1 = \mu \operatorname{Log} X_2 - \mu \operatorname{Log} x_2 = \text{Const.}$$

Откуда:

$$\frac{X_1}{x_1} = \frac{X_2}{x_2} = C_1.$$

Составляя производную пропорцию, получим:

$$\frac{X_1 - x_1}{x_1} = \frac{X_2 - x_2}{x_2} = C_2.$$

Принимая разность $X - x$ равной абсолютной погрешности Δx , выводим отсюда основное и важнейшее свойство логарифмической шкалы:

$$\eta = \frac{\Delta x}{x} = \text{Const.},$$

т.е. относительная погрешность при отсчете на логарифмической шкале всегда одна и та же.

Так как:

$$\operatorname{Log}(x \cdot 10^n) = \operatorname{Log} x + n \text{ и } \operatorname{Log}\left(\frac{x}{10^n}\right) = \operatorname{Log} x - n,$$

где n есть некоторое положительное и целое число, то очевидным является второе, весьма важное свойство логарифмических шкал, заключающееся в определенной периодичности их делений. Вообще, если имеется логарифмическая шкала для значений чисел от 1 до 10, то можно по обе ее стороны вправо и влево представить ряд таких же шкал, идущих одна за другой, и такой ряд можно продолжать до бесконечности.

Эти два основных свойства логарифмической шкалы являются основой ее многочисленных и важных приложений.

§ 4. Основные уравнения шкал.

Рассмотрим зависимость между двумя переменными u и v , заданную уравнением вида:

$$v = f(u);$$