

Ж. Бертран

**Исторический очерк
открытия
дифференциального и
интегрального исчисления**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
Ж11

Ж11 **Ж. Бертран**
Исторический очерк открытия дифференциального и интегрального исчисления / Ж. Бертран – М.: Книга по Требованию, 2014. – 64 с.

ISBN 978-5-458-06831-4

"Предисловие" к "Дифференциальному исчислению" Бертрана, заключающее в себе изложение знаменитого спора между Лейбницем и Ньютоном о первенстве открытия. Перевод без изменений с последнего французского издания М. В. Пирожкова, бывшего преподавателя С.-Петербургской 10-ой гимназии.

ISBN 978-5-458-06831-4

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2014

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2014

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

озаглавленную: *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus*². Вотъ поистинѣ скромное заглавіе; читая его, можно подумать, что главнымъ преимуществомъ новаго метода является упрощеніе, вытекающее изъ устраненія необходимости освобождаться отъ знаменателей и радикаловъ: въ самомъ дѣлѣ, хотя послѣднія строки статьи и общають слѣдствія болѣе высокаго порядка, Лейбницъ, казалось, не подозрѣвалъ, что онъ открылъ одну изъ тончайшихъ и плодотворнѣйшихъ теорій, до какихъ только могъ дойти человѣческій умъ.

Въ этой первой Замѣткѣ излагаются, въ видѣ общихъ правилъ, методы, которые, будучи приложены къ несложному случаю, мало чѣмъ отличались бы отъ того, что уже было извѣстно. Ферматъ въ *Теоріи maxima et minima* (Fermat, *Theorie des maxima et minima*), Барроу въ своихъ *Лекціяхъ по геометріи* (Barrow, *Lectiones geometricae*), наконецъ, Слюзъ въ *Философскихъ запискахъ* (Sluze, *Transactions philosophiques*) пользовались аналогичными принципами; еще не предчувствуя цѣлаго удивительнаго ряда слѣдствій изъ нихъ, проникательные умы уже поняли ихъ важность. Дѣйствительно, Паскаль въ письмѣ къ Слюзу въ 1658 г. говорилъ о *чудесахъ новаго анализа* и какъ бы пророчествовалъ о новыхъ теоріяхъ въ слѣдующихъ словахъ: „Есть общія свойства для всѣхъ этихъ вещей, знаніе которыхъ открываетъ уму еще большія чудеса природы: главное изъ нихъ состоитъ въ постиженіи двухъ безконечностей, встрѣчающихся во всемъ, одной — безконечно-большой, другой — безконечно-малой”.

Вполнѣ поэтому естественно, что опубликованіе Лейбница не произвело непосредственнаго глубокаго

² Новый методъ для maxima et minima, а также для касательныхъ, обнимающій дробныя и ирраціональныя количества, и особый для нихъ родъ исчисленія.

впечатлѣнія, и не надо удивляться, что его современникъ Гюйгенсъ (Huyghens), одинъ изъ величайшихъ умовъ всѣхъ временъ, писалъ ему въ 1690 г., т.-е. шесть лѣтъ спустя послѣ опубликованія Замѣтки въ *Acta*: „Я имѣлъ время отъ времени кое-что изъ вашего новаго алгебраическаго исчисленія въ лейпцигскихъ *Acta*, но, находя его неяснымъ, я недостаточно въ него вникалъ для полнаго пониманія, а равно я думаю и самъ имѣть нѣкоторый равносильный методъ какъ для нахождения касательныхъ къ кривымъ линіямъ, гдѣ обычныя правила или бесполезны, или примѣняются съ большимъ трудомъ, такъ и для многихъ другихъ изслѣдованій”.

Два мѣсяца спустя онъ писалъ снова: „Я старался со времени моего послѣдняго письма понять ваше *Дифференціальное исчисленіе*, и настолько успѣлъ, что сталъ разбираться, но всего лишь два дня тому назадъ, въ приведенныхъ вами примѣрахъ..., и даже распозналъ основаніе этого исчисленія и всего вашего метода, который я считаю очень хорошимъ и очень полезнымъ. Однако я думаю имѣть нѣчто равносильное, какъ я вамъ писалъ въ послѣдній разъ”.

И только три года спустя, 17 сентября 1693 г., онъ ему пишетъ наконецъ: „Узнайте, милостивый государь, что я сдѣлалъ нѣкоторые успѣхи въ вашемъ превосходномъ дифференціальномъ исчисленіи, полезностью котораго я все болѣе и болѣе наслаждаюсь”.

Три года спустя послѣ перваго опубликованія Лейбница и когда большинство геометровъ, недостаточно освоившихся съ новымъ ученіемъ, все еще были не въ состояніи оцѣнить его важность и постичь его глубину, Ньютонъ опубликовалъ безсмертный трудъ, который для нашихъ даже дней содержитъ въ себѣ превосходныя приложенія. Онъ въ немъ постоянно употребляетъ методъ флюксій, покоящійся, подъ

другимъ видомъ, на той же идеѣ, какъ и методъ дифференціаловъ.

Ньютонъ въ своей теоріи уподобляетъ перемѣнныя величины точкамъ въ движеніи, скорость которыхъ, или флюксія, служитъ ему для изученія закона одновременныхъ разсматриваемыхъ имъ измѣненій.

Какъ мы должны были привести имя Фермата, чтобы отмѣтить идею до Лейбница, аналогичную идеѣ дифференціаловъ, точно такъ же справедливо указать здѣсь на аналогію ученія о флюксіяхъ съ идеями, развитыми Робервалемъ (Roberval) въ его *Теоріи сложныхъ движеній* (*Theorie des mouvements composes*). Хотя Роберваль и ошибался въ изложеніи принциповъ, приложенія, имъ сдѣланныя, точны и многочисленны. Онъ предупредили, по крайней мѣрѣ, на тридцать лѣтъ великое открытіе, которое должно было ихъ похоронить. Ньютонъ не упоминаетъ о Робервалѣ, работы котораго онъ, безъ сомнѣнія, не зналъ, но онъ точно признаетъ тождество своего ученія съ ученіемъ о дифференціалахъ и, не отмѣчая предшествующаго опубликованія Лейбница, онъ не оспариваетъ независимости его открытія. Трудно признать это яснѣе, чѣмъ дѣлаетъ самъ Ньютонъ въ слѣдующихъ выраженіяхъ:

„Въ письмахъ, которыми я обмѣнялся десять лѣтъ назадъ съ искуснымъ геометромъ Лейбницемъ, я ему сообщалъ, что владѣю методомъ для опредѣленія maxima и minima, для проведенія касательныхъ и для рѣшенія другихъ подобныхъ же вопросовъ, и что этотъ методъ удавался такъ же хорошо для ирраціональныхъ выраженій, какъ и для прочихъ, и когда я скрылъ отъ него этотъ методъ подъ анаграммою, выражавшею слѣдующую фразу: „дано уравненіе, содержащее флюенты, найти флюксіи, и обратно“, онъ мнѣ отвѣтилъ, что равнымъ образомъ нашелъ аналогичный методъ, который мнѣ и сообщилъ и который отличался отъ

моего только словами и обозначеніемъ".

Ничего нѣтъ рѣшительнѣе этихъ строкъ, написанныхъ Ньютономъ въ самый моментъ опубликованія имъ впервые своего ученія. Приводимые имъ факты никогда, притомъ, не оспаривались. До своего перваго опубликованія Лейбницъ обмѣнялся дружескими сообщеніями съ авторомъ книги: „Принципы" и получилъ нѣкоторые изъ его результатовъ, при чемъ, однако, со стороны Ньютона не было желанія открывать Лейбницу приведшій къ нимъ методъ.

Впрочемъ, сохранилось два письма, на которыя намекаетъ цитированное мѣсто. Одно изъ нихъ относится ко времени за двѣнадцать лѣтъ до опубликованія Лейбница, но оба они были ему сообщены только въ 1676 г., т.-е. за восемь еще лѣтъ до статьи въ *Acta Eruditorum*. Эти письма почти исключительно посвящены изложенію открытій, относящихся къ рядамъ, и содержатъ изложеніе только задачи, рѣшенной по методу флюксій, при чемъ самый методъ былъ скрытъ подъ шифромъ, изъ котораго Лейбницъ, несмотря на свою проникаемость, не могъ извлечь никакого свѣдѣнія.

Равнымъ образомъ мы имѣемъ отвѣтъ Лейбница, написанный десятью мѣсяцами позднѣе, 21 июня 1677 г.; изъ него видно, что онъ уже владѣлъ теоріей дифференціаловъ. Далекій отъ желанія преувеличивать важность своихъ результатовъ, придавая имъ таинственный видъ, и чуждый боязни, чтобы его открытія не облегчали открытій соперника, онъ сообщаетъ ясно всѣ свои идеи и текстъ задачъ, для которыхъ онъ еще жаждетъ рѣшенія. Единственной его виною было опубликовать семь лѣтъ спустя рѣшеніе тѣхъ же самыхъ задачъ безъ заявленія, что Ньютонъ также умѣлъ ихъ рѣшать и первый извѣстилъ его объ этомъ.

Трудно, дѣйствительно, не сопоставить заглавія Замѣтки Лейбница со слѣдующимъ мѣстомъ изъ письма Ньютона:

„Къ тому же, онъ только не останавливается на уравненіяхъ, заключающихъ одно или два неопредѣленныхъ количества подъ радикалами, но и безъ всякаго преобразованія такихъ уравненій (что потребовало бы въ большинствѣ случаевъ огромной работы) касательная опредѣляется непосредственно. То же происходитъ въ *maxima* и *minima*".

Это мѣсто дѣлаетъ права Ньютона неоспоримыми и склонило бы вѣсы въ его сторону, если бы непремѣнно требовалось высказаться за того или другого изъ двухъ соперниковъ. Съ другой стороны, установленъ принципъ, что въ вопросахъ пріоритета первенство опубликованія создаетъ безусловное право; и это мнѣніе, энергичнымъ выразителемъ котораго явился Паскаль, рѣшило бы вопросъ, наоборотъ, въ пользу Лейбница.

„Съ того момента, говоритъ онъ, какъ открытіе опубликовано, нельзя ни убѣдить другихъ въ томъ, что оно найдено безъ этой помощи, ни увѣриться въ этомъ самому, потому что такое свѣдѣніе измѣняетъ познанія и направленіе ума: они уже болѣе не тѣ, что были раньше; даже новые пути не служили бы доказательствомъ, такъ какъ извѣстно, что насколько легко уже открытое приводитъ къ другимъ методамъ, настолько же трудно открывать это въ первый разъ; такимъ образомъ вся честь заключается въ первомъ твореніи, всѣ остальные подозрительны; чтобы только не подвергнуться такому подозрѣнію, лица, принимающія вещи въ надлежащемъ свѣтѣ, утаиваютъ свои собственные открытія, разъ имъ стало извѣстно, что другой опередилъ ихъ уже съ ними, хотя бы и имѣлись нѣкоторыя доказательства тому, что они этого не знали, предпочитая скорѣе лишиться этого небольшого преимущества, чѣмъ навлечь на себя столь

непріятный упрекъ".

Но эти строки, такія ясныя и такія справедливыя, нельзя, однако, приложить ни къ Лейбницу, ни къ Ньютону. Паскаль не предвидѣлъ случая, когда авторъ открытія самъ сначала освѣдомилъ бы о немъ, скрывая секретъ своего метода, того, который долженъ опубликовать его первымъ. Письмо Ньютона, сообщенное Лейбницу, сохраняло, очевидно, всѣ его права, и самъ Паскаль не посовѣтовалъ бы ему *утаить* свое открытіе. Если можно предсказать по аналогіи мнѣніе Паскаля, то должно даже думать, что скорѣе Лейбницу былъ бы данъ подобный совѣтъ. Въ самомъ дѣлѣ, онъ съ большою жестокостью обрушился на Торричелли (Torricelli) за то, что тотъ первый опубликовалъ квадратуру циклоиды, найденную раньше Робервалемъ, но не опубликованную, и безъ положительнаго доказательства поспѣшно заговорилъ о плагиатѣ. Между этимъ и занимающимъ насъ вопросомъ большое сходство; его меньше изучали, потому что предметъ спора менѣе важенъ, но причины къ призыву тѣ же самыя, и мы не можемъ поступить лучше, какъ привести мнѣніе англичанина Валлиса (Wallis), который, защищая Торричелли противъ страстныхъ нападокъ Паскаля, этимъ самымъ оправдалъ заранѣе поведеніе Лейбница.

„Мы, конечно, обязаны болѣе Торричелли, который сдѣлалъ доступными открытія, пусть даже совершенныя, чѣмъ Робервалю, скрывшему свои; и мы спрашиваемъ, нужно ли было бы потому только, что Роберваль не хотѣлъ опубликовывать своихъ открытій, чтобы и Торричелли не опубликовывалъ своихъ?"

Паскаль по другому поводу самъ оправдываетъ такое поведеніе своимъ собственнымъ примѣромъ. Роберваль рѣшилъ трудную задачу относительно нѣкоторыхъ частей цилиндрическихъ поверхностей, но ничего не пожелалъ о ней опубликовывать, чтобы,

говорилъ онъ, сохранить свое открытіе на случай необходимости. „Какъ только онъ узналъ, говоритъ Паскаль, что я ее рѣшилъ, онъ заявилъ, что не претендуетъ болѣе на это открытіе и ничего никогда не опубликуетъ о немъ по той причинѣ, что, ни разу не представивъ рѣшенія, онъ долженъ предоставить его тому, кто первый это сдѣлалъ. Я очень хотѣлъ бы, прибавляетъ Паскаль, чтобы всѣ такъ поступали". Но, какъ бы то ни было и къ какому бы мнѣнію мы ни пришли, нужно отдать справедливость Ньютону, что при этихъ первыхъ опубликованіяхъ онъ былъ безупреченъ. Упомянуть о правѣ Лейбница раздѣлить съ нимъ честь открытія, было все, что онъ долженъ былъ сдѣлать, и онъ сдѣлалъ это безъ всякихъ разсужденій и оговорокъ. Можно замѣтить, что онъ не говоритъ о статьѣ въ лейпцигскихъ *Acta*, но, быть можетъ, онъ о ней и не зналъ.

Лейбницъ, съ своей стороны, принялъ съ самую чистосердечною искренностью точныя завѣренія своего противника относительно болѣе ранняго права на его открытіе; онъ даже, повидимому, очень мало заботился о сравненіи обѣихъ доктринъ: по крайней мѣрѣ, только въ 1694 г., т.-е. десять лѣтъ спустя послѣ Замѣтки въ *Acta Eruditorum* и семь лѣтъ спустя послѣ опубликованія книги „*Принципы*", пишетъ онъ Гюйгенсу:

„Я не знаю, когда увижу трудъ, только-что опубликованный Валлисомъ. Не сдѣлаете ли мнѣ одолженія скопировать мѣста, въ которыхъ Ньютонъ даетъ новыя открытія. Я не прошу собственно его приѣма нахожденія рядовъ, но если онъ даетъ способы для обратнаго предложенія о касательныхъ или что-нибудь въ этомъ родѣ, такъ какъ, сообщая мнѣ нѣкогда объ этомъ, онъ скрылъ свой методъ подъ анаграммою".

И нѣсколькими недѣлями позже:

„Прежде всего благодарю васъ за сообщеніе труда Валлиса, касающагося Ньютона. Я вижу, что его

исчисленіе согласуется съ моимъ, но я думаю, что разсмотрѣніе разностей и суммъ болѣе свойственно уму. Мнѣ кажется, что Валлисъ говоритъ довольно холодно о Ньютонѣ и въ такомъ тонѣ, что эти методы было бы не трудно извлечь изъ лекцій Барроу (Barrow). Когда что-нибудь сдѣлано, легко говорить: *И мы это могли...*"

Въ томъ же мѣсяцѣ онъ писалъ въ *Журналъ Ученыхъ*: „Нужно отдать справедливость Ньютону (которому многимъ обязаны астрономія, геометрія и оптика), что и въ этомъ, какъ стало потомъ извѣстно, онъ имѣлъ кое-что подобное свое".

Предыдущій рассказъ вскрываетъ правдоподобно всю истину. Въ немъ никоимъ образомъ нельзя было предвидѣть матеріала для долгаго процесса, который спустя болѣе столѣтія все еще обсуждался со страстностью. Въ самомъ дѣлѣ, вопросъ о приоритетѣ былъ поднятъ слишкомъ поздно; столь скромный видъ, подъ которымъ Лейбницъ представилъ свое открытіе, безспорно показываетъ, какъ мало важности придавалъ онъ ему вначалѣ. Значеніе ихъ труда росло мало-помалу какъ въ глазахъ самихъ авторовъ, такъ и въ глазахъ ихъ учениковъ, и когда методъ безконечно-малыхъ измѣнилъ весь видъ науки, они ближе всмотрѣлись въ свои права, строго потребовали ихъ обратно, и вскорѣ прибѣгли къ открытой войнѣ. Но не принимая участія въ этой распрѣ, которая ведется еще по настоящее время, ограничимся пересказомъ нѣкоторыхъ фактовъ, слишкомъ извѣстныхъ, чтобы возможно было пройти ихъ молчаніемъ. Къ тому же, кропотливыя изслѣдованія, къ которымъ не разъ обращались, привели вопросъ къ его исходному пункту; потомство, равно почтительное къ памяти обоихъ знаменитыхъ изслѣдователей, признало за каждымъ изъ нихъ ту долю славы, которая выпала ему вначалѣ, по самому признанію его соперника, и геометры, оцѣнивая обѣ теоріи, какъ вполнѣ равносильныя, изучаютъ ту и

другую въ ихъ источникѣ, извлекая пользу изъ различія въ точкахъ зрѣнія, облегчающаго ихъ пониманіе и освѣщающаго ихъ философію.

Вотъ что послужило поводомъ для знаменитаго спора, которому слишкомъ пылкіе друзья придали характеръ и важность настоящаго процесса.

Иванъ Бернулли (Jean Bernoulli), посвященный своимъ братомъ Яковомъ въ методы безконечно-малыхъ, предлагая геометрамъ знаменитую задачу о брахистохронѣ, объявилъ, по весьма распространенному обычаю того времени, что даетъ имъ шесть мѣсяцевъ для представленія рѣшеній, обязуясь свое въ теченіи этого времени держать въ секретѣ. Только Лейбницъ отвѣтилъ на призывъ Бернулли; но, сообщая ему свой методъ, онъ его просилъ, въ интересахъ науки, продолжить срокъ, чтобы дать возможность другимъ геометрамъ выказать свою проницательность; онъ прибавлялъ, что трудности задачи представляются ему такими, что онъ считаетъ возможнымъ указать заранѣе четыре или пять геометровъ, способныхъ въ то время ихъ преодолѣть, если бы они согласились за нее взяться. Fatio de Duillier, членъ Лондонскаго Королевскаго Общества, который, какъ свидѣтельствуя объ этомъ многія изъ его работъ, сдѣлалъ большіе успѣхи въ познаніи новыхъ методовъ, былъ, повидимому, глубоко уязвленъ тѣмъ, что Лейбницъ не посчиталъ его среди названныхъ имъ искусныхъ людей. Онъ горько жаловался на это въ сочиненіи, опубликованномъ въ 1699 г. подъ заглавіемъ *Lineae brevissimi descensus investigatio geometrica duplex*³, одновременно тамъ же порицая привычку Лейбница всегда адресоваться къ публикѣ. Кромѣ того, онъ заявляетъ, что самъ, въ 1687 г., нашель, посредствомъ своихъ собственныхъ размышленій, принципы и главные правила открытаго

³ Двойное геометрическое изслѣдованіе линіи кратчайшаго спуска.

Ньютономъ исчисленія флюксій, котораго Лейбницъ не является даже, по его словамъ, вторымъ авторомъ, какъ знаютъ это тѣ, кому извѣстна корреспонденція Ньютона и нѣкоторыя рукописныя статьи, которыхъ онъ не обозначаетъ.

Хотя характеръ у Duillier былъ, повидимому, тщеславный и пустой, и хотя одно лишь раздраженное самолюбіе вдохновило его на изслѣдованіе, окружившее его имя прискорбной извѣстностью, всѣ-же справедливость требуетъ признать его за человѣка съ истинными заслугами. Гюйгенсъ и Лейбницъ, имѣвшіе съ нимъ долгія отношенія, выказываютъ въ своей перепискѣ большое уваженіе къ его талантамъ⁴; несправедливо поэтому выставили его однимъ изъ тѣхъ невѣждъ, полныхъ зависти, которые способны, самое большее, слѣдовать за другими, сами же дать ничего не могутъ; въ особенности, зашли слишкомъ далеко, изображая его, какъ низкую и злую душу, и стараясь опозорить его память⁵.

Лейбницъ вмѣсто всякаго отвѣта

⁴«Я хорошо понимаю, что эти квадратуры кривыхъ и обратная задача о касательныхъ во многихъ случаяхъ могутъ быть чрезвычайно полезны; но видя успѣхи, какіе сдѣлали Лейбницъ, Фаціо и Ньютонъ въ разрѣшеніи этихъ задачъ, прежде чѣмъ я помыслилъ о нихъ, я предпочелъ лучше воспользоваться ихъ работою, чѣмъ приниматься самому за разысканія послѣ нихъ, особенно послѣ того, какъ Фаціо подаль мнѣ надежду на опубликованіе по этому предмету трактата Ньютона, который, по его мнѣнію, знаетъ въ немъ больше его и Лейбница вмѣстѣ».

(Письмо Гюйгенса къ Лопиталю (l'Hospital), 22 октября 1692 г.)

⁵ Не исправляя здѣсь его біографіи, упомянемъ лишь, что Fatio de Duillier исповѣдывалъ крайне экзальтированныя религіозныя мнѣнія; онъ вообразилъ въ себѣ даръ чудесъ и обѣщалъ воскресить публично мертваго. Ему это не удалось, и враги добились для него приговора къ позорному наказанію.