Д. Иваненко, А. Соколов

Классическая теория поля

Новые проблемы

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 51
ББК 22.1
Д11

Д. Иваненко
Д11 Классическая теория поля: Новые проблемы / Д. Иваненко, А. Соколов – М.: Книга по Требованию, 2013. – 479 с.

ISBN 978-5-458-32019-1

Книга посвящена классической (неквантовой) теории поля. Однако в ней используются математические методы, получившие своё развитие в квантовой механике. В частности показано, как с помощью g-функции находить функцию Грина и получать этими методами решения ряда задач классической электродинамики, в том числе имеющих большое практическое значение.Подробно освещён целый ряд новейших результатов, до сих пор отражённых только в журнальной литературе и в значительной части являющихся оригинальными исследованиями советских авторов. Так, изложены: проблемы теории "сверхсветового" электрона Черенкова, нелинейной электродинамики, собственной массы, теория l-процесса и би-поля, теория светящегося электрона. Последняя глава посвящена разбору проблем классической мезодинамики и тяготения.В втором издании переработано несколько параграфов, сделан ряд уточнений и добавлены ссылки на новейшую литературу. Книга предназначена для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов физических факультетов.

ISBN 978-5-458-32019-1

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Во втором издании общий план книги не подвергся существенному изменению. Наряду с исправлением замеченных опечаток, в некоторые параграфы был внесён ряд уточнений и добавлены ссылки на новейшую литературу. Однако физика элементарных частиц и полей, введением в теорию которых в значительной мере является наша книга, продолжает быстро развиваться, что побудило нас сделать более существенные дополнения в следующих пунктах.

Прежде всего, теория «светящегося» электрона дополнена рассмотрением сжатия орбит. Далее мы считали необходимым переработать материал, относящийся к происхождению и природе космического излучения и различных мезонов в связи с рядом работ, выполненных за последнее время в значительной мере советскими физиками. В частности, следует подчеркнуть, что открытие нейтральных мезонов (1950 г.) впервые подвело реальный фундамент под классическую мезодинамику, изложение которой занимает одно из центральных мест в нашей книге. Введённое прежде гипотетическое поле нейтральных мезонов получает теперь, во всяком случае с качественной стороны, экспериментальное подтверждение.

В теории ядерных сил сделано добавление, касающееся нового варианта устранения дипольной трудности в теории псевдоскалярных сил. Кроме того, особое внимание было обращено на недавние эксперименты по рассеянию быстрых нуклеонов, позволяющие сделать важные выводы о характере ядерных сил.

Мы ввели также дополнительный параграф, посвящённый новейшему объяснению сдвига энергетических уровней электронов в атомах, а также объяснению происхождения дополнительного магнитного момента электрона на основе квантовой теории вакуума, которая в некоторой степени проясняет также вопрос о природе собственной массы. Отметим ещё, что рассмотренное нами прежде в § 34 компенсирующее би-поле используется сейчас для устранения квантовых расходимостей. Этот пример ещё раз показывает значительную эвристическую силу предварительного исследования проблемы собственной массы при помощи классической теории.

В заключение авторы считают своим приятным долгом поблагодарить всех товарищей, которые сделали свои замечания по поводу первого издания. Авторы благодарны также редактору книги В. А. Лешковцеву за внимательное отношение к её второму изданию и за помощь при составлении указателя.

Физический факультет
Московского Государственного
Университета
им. М. В. Ломоносова

Д. Иваненко
А. Соколов

Ноябрь 1950 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ К ПЕРВОМУ ИЗДАНИЮ

Появление книги, посвящённой классической, т. е. неквантовой трактовке различных полей и элементарных частиц, несомненно требует пояснения. Наличие большого числа монографий и курсов, посвящённых теории электромагнитного и гравитационного полей, делает, казалось бы, излишним новое изложение классической теории. Кроме того, рассмотрение процессов с элементарными частицами, в частности мезонами, обычно почти тривиальным образом представляется требующим непременно квантовой теории.

Предлагаемая вниманию читателей книга ни в какой мере не предполагает заменить обычный курс электродинамики.

Одна из наших задач заключается в использовании некоторых математических методов квантовой теории для исследования классических явлений.

В связи с этим мы систематически излагаем теорию δ-функции (гл. I), с помощью которой можно описать различные особенности, связанные с зарядами (точечный заряд, поверхностный заряд и т. д.), а также дать новую трактовку функции Грина. Во второй и третьей главах мы развиваем математический аппарат, позволяющий использовать δ-функцию при решении ряда задач математической физики и электродинамики. Например, особенно просто с помощью теории δ-функции формулируется так называемый принцип излучения.

В этих трёх главах мы показываем, в частности, каким образом новые методы могут быть использованы для решения многих старых проблем. При этом мы предоставляем в руки читателей лишь рабочий аппарат, предлагая вниманию математиков более строгое обоснование всего нового формализма.

Классическая теория поля и элементарных частиц переживает за последние годы известное возрождение. Многие явления, открытые за последнее время: «сверхсветовой» электрон, «светящийся» электрон, а также другие эффекты, связанные с ускорением заряженных частиц, могут быть описаны в основном с помощью неквантовой релятивистской теории. Наряду с этим анализ далеко ещё не разрешённой проблемы собственной массы с классической точки зрения способствует более глубокому проникновению в физическую сущность этого вопроса и может во всяком случае сыграть эвристическую роль при дальнейшем развитии теории элементарных частиц. Всем этим проблемам мы посвящаем четвёртую главу нашей книги. Таким образом в этой главе читатель найдёт систематическое изложение ряда вопросов, которые были известны лишь по отрывочным журнальным статьям.

Наконец, пятая, последняя глава книги посвящена в основном проблемам, возникшим в связи с развитием классической теории мезонного поля. Хотя нейтральные мезоны, для которых непосредственно применима классическая трактовка, ещё с полной достоверностью не открыты, однако многие результаты и методы классической мезодинамики сохраняют силу также в строгой квантовой теории, трактующей как нейтральные, так и заряженные мезоны. Главное внимание мы обращаем здесь на вопрос о ядерных силах, представляющий одну из центральных проблем всей современной физики элементарных частиц. Сам по себе эффект взаимодействия частиц через поле имеет классическую природу, поэтому не удивительно, что многие результаты мезонной теории ядерных сил в основном могут быть получены уже из классической трактовки. Проблема рассеяния мезонов на нуклеонах (протонах и нейтронах) с учётом затухания, которая также рассматривается в этой главе, оказалась важной не только в теории прохождения космических лучей через материю, но также для исследования общих вопросов, связанных с природой собственной массы. Проблемы гравитационного поля затронуты лишь незначительным образом, главным образом потому, что исследования по тяготению, связанные с выяснением его роли в теории элементарных частиц, находятся ещё в стадии разработки.

Значительная часть всех этих вопросов впервые была рассмотрена советскими авторами.

Хотя наше изложение посвящено классической теории поля, но во всех главных пунктах мы даём указания на дальнейшие результаты, полученные при квантовом обобщении.

Таким образом наша книга, с одной стороны, может служить дополнением к известным курсам электродинамики и теории поля, а с другой, является введением в современную теорию элементарных частиц, опирающуюся при дальнейшем исследовании на квантовую механику.

Физический факультет
Московского Государственного
Университета
им. М. В. Ломоносова

Сентябрь 1948 г.

Д. Иваненко
А. Соколов

ГЛАВА I

ОБЩАЯ ТЕОРИЯ δ-ФУНКЦИИ

§ 1. Определение δ-функции

В современной классической и квантовой физике, наряду с непрерывно распределёнными плотностями, часто рассматриваются точечные массы, заряды, диполи и т. п.

Если стремиться сохранить весьма удобное с физической и математической стороны понятие плотности масс или зарядов также для точечных величин, то приходится пользоваться так называемой δ-функцией, которая была введена Дираком в 1926 г. Например, при линейном распределении заряда e вдоль оси x плотность равняется

$$\rho = \frac{de}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta e}{\Delta x}. \qquad (1,1)$$

Отсюда видно, что в случае точечного заряда, расположенного, например, в начале координат, плотность ρ будет равняться нулю везде, кроме точки $x=0$, в которой она обращается в бесконечность.

Введём функцию $\delta(x'-x)$, равную нулю во всех точках, кроме особой точки $x'=x$, где она обращается в бесконечность, притом так, чтобы интеграл от этой функции по всему промежутку оставался конечным и равнялся бы единице:

$$\int \delta(x'-x)\,dx' = 1\,^{*}). \qquad (1,2)$$

---

*) Здесь и в дальнейшем интеграл, написанный без пределов, берётся в интервале от $-\infty$ до $+\infty$.

Тогда δ-функция будет связана с плотностью заряда ρ точечного источника простым соотношением:

$$\rho(x) = e\,\delta(x). \tag{1,3}$$

Учитывая, что δ-функция во всех точках, кроме особой, равняется нулю, мы можем вместо равенства (1,2) написать для участка $a < b$:

$$\int_a^b \delta(x'-x)\,dx' = \begin{cases} 1; & b > x > a, \\ 0; & x > b \text{ или } x < a. \end{cases} \tag{1,4}$$

Точно так же для непрерывной в рассматриваемой области функции $f(x)$ легко получить соотношение*):

$$\int_a^b f(x')\,\delta(x'-x)\,dx' = \begin{cases} f(x); & b > x > a, \\ 0; & x > b \text{ или } x < a. \end{cases} \tag{1,5}$$

Действительно, применяя теорему о среднем значении, имеем при $b > x > a$:

$$\int_a^b f(x')\,\delta(x'-x)\,dx' = f(x+\alpha\varepsilon)\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon} \delta(x'-x)\,dx', \tag{1,6}$$

$$|\alpha| \leqslant 1, \quad \varepsilon > 0,$$

откуда непосредственно следует равенство (1,5), если мы примем во внимание (1,4) и будем стремить ε к нулю.

δ-функция, определённая подобным образом, выходит за рамки величин рассматриваемых в классическом анализе. Точно так же указанные интегралы нельзя понимать в смысле определения обычного интеграла.

Оказывается всё же, что интегралы с δ-функциями можно связать или с интегралом Стильтьеса или рассматривать их как результат некоторого предельного перехода от обычного интеграла.

---

*) Предельный случай $x = a$ или $x = b$ требует дополнительного исследования и зависит от конкретной конструкции δ-функции. Более подробно см. § 4, формулу (4,15).

§ 2. δ-функция и интеграл Стильтьеса

Интеграл Стильтьеса *) определяется как предел следующей суммы:

$$I = \int_a^b f(x)\, d\Phi(x) =$$

$$= \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f\left(a + k\frac{b-a}{n}\right) \Delta\Phi\left(a + k\frac{b-a}{n}\right). \qquad (2,1)$$

Это выражение можно наглядно трактовать как обобщённый момент типа $f(x)$, обязанный распределению некоторых величин (например, масс, зарядов и т. д.), характеризуемых функцией $\Phi(x)$. При $f(x) = x$ имеем момент первого порядка, при $f(x) = x^2$, x^3 и т. д. — квадратичный момент и моменты высших порядков.

Если $\Phi(x)$ имеет интегрируемую производную

$$d\Phi(x) = \Phi'(x)\, dx, \qquad (2,2)$$

то интеграл Стильтьеса будет сводиться к обычному интегралу:

$$I = \int_a^b f(x)\, \Phi'(x)\, dx. \qquad (2,3)$$

Однако интеграл Стильтьеса имеет смысл и в таких случаях, когда функция распределения $\Phi(x)$ не является непрерывной, и, вообще говоря, может быть определён при весьма общих предположениях о характере разрывов функции $\Phi(x)$.

Например, возьмём случай разрывной функции:

$$\Phi(x) = \gamma(x) = \begin{cases} +\frac{1}{2}; & x > 0, \\ -\frac{1}{2}; & x < 0. \end{cases} \qquad (2,4)$$

В этом случае приращение функции $\gamma(x)$ во всех точках равно нулю $[\Delta\gamma(x) = 0]$, кроме точки $x = 0$, где это приращение обращается в единицу: $\Delta\gamma(0) = 1$.

---

*) Об интеграле Стильтьеса см. В. И. Смирнов, Курс высшей математики, т. IV, Гостехиздат, 1948.

Подставляя (2,4) в (2,1), получим:

$$\int_a^b f(x)\, d\gamma(x) = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} f(x_k)\, \Delta\gamma(x_k), \tag{2,5}$$

где $x_k = a + k\frac{b-a}{n}$ и, кроме того, предполагается, что точка разрыва $x=0$ лежит внутри интервала a, b, т. е. $a < 0 < b$.

Переходя к пределу в выражении (2,5), получим:

$$\int_a^b f(x)\, d\gamma(x) = f(0); \quad a < 0 < b. \tag{2,6}$$

Сравнивая (2,6) с формулой (1,5) и полагая в последней особую точку x' лежащей в начале координат ($x'=0$), видим, что δ-функция в качестве подинтегрального фактора может быть определена как производная от разрывной функции:

$$\delta(x) = \frac{\partial\gamma(x)}{\partial x} = \gamma'(x). \tag{2,7}$$

Очевидно, такое определение вполне соответствует наглядному смыслу δ-функции, исчезающей везде, кроме точки разрыва.

Таким образом, если стремиться придерживаться известной и строго разработанной математической теории, то можно было бы δ-функцию вовсе не вводить, а пользоваться интегралом Стильтьеса. Однако это было бы в большинстве случаев чрезвычайно громоздко и примерно соответствовало бы систематическому использованию теории пределов и бесконечных сумм вместо дифференциального и интегрального исчисления. Кроме того, формализм δ-функции позволяет оставаться на почве более привычных приёмов классического анализа, допуская простые обобщения на пространство многих измерений, и даёт удобное описание сложных разрывов мультипольного типа, встречающихся в физике.