

Ф. Журдэн

Природа математики

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
Ф11

Ф11 **Ф. Журдэн**
Природа математики / Ф. Журдэн – М.: Книга по Требованию, 2016. – 184 с.

ISBN 978-5-458-49024-5

Предлагаемая в русском переводе книга написана с целью познакомить читателей, обладающих самыми ограниченными математическими знаниями, с современными взглядами на логическую природу математики. Задача эта трудная и насколько она правильно решена автором—судить читателю из того круга лиц, для которого она предназначена; читателю - математику трудно было бы ответить на этот вопрос и, критикуя книгу, он должен помнить, что она написана не для него. Не-математик, с другой стороны, должен иметь в виду, что рассматриваемые автором предметы принадлежат к числу самых абстрактных и трудных и от него потребуются при чтении напряженное внимание и, может быть, при первом чтении ему не удастся все понять. Книга, однако, вполне заслуживает чтения и всякого читателя даже и математика заставит серьезно подумать о вещах, на которые он, вероятно, прежде не обращал надлежащего внимания...

ISBN 978-5-458-49024-5

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2016

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2016

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА

Предлагаемая в русском переводе книга написана с целью познакомить читателей, обладающих самыми ограниченными математическими знаниями, с современными взглядами на логическую природу математики. Задача эта трудная и насколько она правильно решена автором—судить читателю из того круга лиц, для которого она предназначена; читателю - математику трудно было бы ответить на этот вопрос и, критикуя книгу, он должен помнить, что она написана не для него. Не-математик, с другой стороны, должен иметь в виду, что рассматриваемые автором предметы принадлежат к числу самых абстрактных и трудных и от него потребуется при чтении напряженное внимание и, может быть, при первом чтении ему не удастся все понять. Книга, однако, вполне заслуживает чтения и всякого читателя даже и математика заставит серьезно подумать о вещах, на которые он, вероятно, прежде не обращал надлежащего внимания. Взгляды на природу математики, о которых говорит автор, к сожалению, не только мало распространены среди

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА

образованных людей вообще, но и в среде математиков сделались достоянием лишь тех, кто ознакомился с новейшими работами о логических основаниях математических наук.

Перевод сделан по возможности точно; переводчик и редактор старались следовать за автором даже и там, где ход мыслей его и стиль представляли некоторые шероховатости. Лишь в двух—трех местах мы решились на более серьезные изменения—там где некоторые фразы казались нам недостаточно вразумительными.

Я оставил без поправок или пояснений большую часть исторических замечаний автора и только в трех местах счел нужным дать свои пояснения.

И. Тимченко.

ПРИРОДА МАТЕМАТИКИ

Вступление

Один выдающийся математик заметил однажды, что он никогда не бывал удовлетворен своим пониманием какой-либо математической теории до тех пор, пока не чувствовал себя в состоянии объяснить ее первому встречному. Это, может быть, и преувеличено; однако, нужно помнить, что удовлетворительное выяснение вопроса налагает обязанности на обе стороны. Каждый из нас вправе спросить математика: „Какая польза от математики?“ Я думаю и попытаюсь это доказать, что всякий имеет право предположить, что удовлетворительный ответ, если таковой сколько-нибудь вообще возможен, может быть выражен совершенно просто. Даже люди, посвятившие себя наиболее отвлеченной науке, как математика или философия, приспособлены главным образом для целей обыденной жизни; когда они думают, то думают по существу так же, как и прочие люди. Часто они обладают более высокой выучкой и технической легкостью мышления, происходя-

щей отчасти от упражнения, а отчасти благодаря употреблению приемов для правильной и быстрой мысли, заключающихся в системе знаков и правил обращения с ними, доставляемых математикой и современной логикой. Но тут нет действительных препятствий к тому, чтобы при известном терпении обыкновенный человек понял, говоря вообще, то, над чем работают математики, почему они этим занимаются и что представляет собою математика, насколько мы сами теперь знаем это.

Терпение—вот чего мы вправе требовать от спрашивающего. Это предполагает, что поставленный вопрос не является только риторическим, т. е. не есть выражение раздражения или скептицизма, высказанного ради воображаемого эффекта в форме вопроса. Если А не нравится высшая математика по той причине, что она, как он правильно усматривает, не может помочь в его бакалейной торговле, и он спрашивает с чувством отвращения „Что толку в математике?“, то он вовсе не ожидает ответа; он тотчас забывает об этом и начинает жаловаться на то, что запоздал обед. Мы, со своей стороны, сразу признаемся в том, что высшая математика не более полезна для бакалейной торговли, чем бакалейная торговля для кораблевождения; но это не может служить основанием для осуждения математики,

как предмета совершенно бесполезного. Я вспоминаю, что читал речь одного выдающегося хирурга, в которой он пропагандировал, что конечно похвально, распространение элементарного хирургического образования. „Высшая математика,—говорит он с большим самодовольством,—не поможет нам забинтовать сломанную ногу!“ Очевидно, что не поможет; но столь же очевидно, что хирургия не поможет свести счет;... или не поможет логически думать, или, наконец, не поможет совершить не менее трудный подвиг оценки остроты или шутки.

На вопрос о пользе математики мы можем ответить указанием на два очевидных последствия одного из ее применений: математика уменьшает число несчастий на море и увеличивает коммерческое преуспевание наций. Только немногие люди — любители, не обладающие особенно высоким умом, стали бы сомневаться в том, что эти два обстоятельства являются истинными благодеяниями для человечества. Однако, все мы, без исключения, вероятно поступаем так, как будто бы мы были уверены в истинности этого благодеяния. Я не хочу сказать, что математики ходят постоянно со спасательными поясами или же стоят за конторкой, обыкновенно они этим не занимаются. То, что я имею в виду, я сейчас попытаюсь изложить.

Естествознание занято в очень значительной мере уменьшением излишней траты мускульного и умственного труда в тех случаях, когда мы хотим использовать с той или иной целью известные опытные факты. Факты иногда бывают крайне полезны. Так, например, для моряка, потерявшего землю из вида, очень полезно знать положение звезд и солнца днем и ночью. В противном случае, он не сможет определить своего местоположения. Для этой цели некоторые лица, служащие в определенном учреждении, издают периодически *Морской Календарь*, *Nautical Almanac*, заключающий в себе положения звезд и других объектов, видимых в телескоп, для каждого дня и ночи, на много лет вперед. Такой *Календарь*, очевидно, облегчает ведение заморской торговли и делает более безопасными продолжительные путешествия в открытом море. Но *Морского Календаря* не было бы, не будь науки астрономии; сведений по астрономии, приложенных к практике, не было бы, если бы мы не умели делать наблюдений над солнцем, луною и звездами и не научились представлять результаты тысяч таких наблюдений в удобной и сжатой форме. Коротко говоря,—если бы мы не могли достигнуть экономии нашей умственной и телесной деятельности, запоминая инося при себе две или три коротких формулы, вместо толстых

книг, полных подробностей; и, наконец, этой экономии нашей деятельности мы не смогли бы достигнуть, не будь математики.

Сказанное об астрономии можно одинаково отнести ко всем другим естественным и математическим наукам; истинная сущность их есть уменьшение траты мускульной и умственной энергии. В науке есть еще много неисследованных вопросов, ожидающих обработки мыслителя, и этот труд мы сможем осуществить лишь в том случае, если надлежащим образом организуем приемы нашего мышления, т. е. если сумеем избежать напрасной траты нашей энергии.

Эта маленькая книжка не преследует цели дать, подобно учебнику, собрание математических методов и примеров. Прежде всего здесь сделано то, чего обыкновенно в учебниках не делают, а именно: показано, как и почему эти методы возникли. Все эти методы суть просто средства удобного управления длинной и сложной цепью рассуждений, придуманные сознательно или бессознательно ради экономии умственного труда. Как будет описано в четвертой главе, эти рассуждения, примененные к предсказаниям явлений природы, опираясь на математику, часто дают поразительные результаты. При всем том, методы математики по своей сущности являются чисто логическими, хотя и подсказываются часто явле-

ниями природы. Здесь слово „логический“ означает нечто большее, чем традиционное учение, состоящее из ряда отрывков той науки о рассуждении, которая была создана гением Аристотеля и которая после него превратилась в сухую доктрину, не развивающуюся дальше, ввиду отсутствия гения у его последователей. Современная логика—наука, выросшая вместе с математикой. После того, как она сама приняла форму по образцу математики, стало ясно, что не только рассуждения, но и математические идеи являются по своей природе чисто логическими.

В этой книге я буду уделять мало внимания деталям элементарной арифметики, геометрии и алгебры, так как это делается во многих руководствах, но займусь рассмотрением таких идей, как, например, понятие об отрицательном числе, которым пользуются эти учебники, не подвергая их достаточно подробному рассмотрению. Затем я дам довольно полное изложение развития аналитических методов и рассмотрю известные принципы.

Я надеюсь, что сумею показать, что процесс математического творчества есть нечто живое и растущее. Некоторые математики прожили долгую жизнь полные спокойной и непоколебимой веры, — ибо вера в математике, как я покажу, всегда была нужна,—другие жили мало, полные горячего энтузиазма, и т. д., и в большей своей

части вера математиков была связана с большими заблуждениями.

Теперь мы переходим ко второму предмету этой книги. В исторической части мы увидим, что действительные рассуждения, приводившиеся математиками при построении своих методов, часто не согласовались с правилами логики. Как же в таком случае можно говорить, что математические рассуждения являются по своей природе логическими? Ответ на это заключается в том, что одно и то же слово „математика“ обычно употребляется в двойном смысле. Как выяснится в последней главе, я буду отличать „математику“—т. е. методы, применяющиеся для открытия известных истин, от „Математики“—совокупности открытых истин. Когда мы при помощи внешних свидетельств или предположений пройдем через этап отыскания того, как выросла математика из задач, подсказанных явлениями природы, как падение камня, и заметим при этом, как нечто очень абстрактное и неосвязаемое, но и очень реальное, выделилось из этих задач, мы сможем обратить наше внимание на решение задачи о природе Математики, не заботясь уже больше о том, как исторически постепенно появилось у нас ясное сознание существования Математики,—предмета, существующего отдельно от приложения его к естествознанию.

Для исследователя история имеет громадную ценность в отношении поучительности, но, с точки зрения чисто логической, она представляет собою нечто чуждое открытиям. Предположите, что вы математик; то, что вы едите, окажет значительное влияние на ваше открытие; но вы сразу видите, как было бы нелепо сказать, будто важное открытие того, что 2 , сложенное с 3 , составляет 5 , зависит от хорошего обеда из бараньих котлет и хлеба с вареньем.—Приемы работы и жизненные привычки математиков, связующие нити внушения, проходящие через их деятельность, влияние на их деятельность совместной работы других людей—все это любопытно для исследователя, так как доставляет ему примеры исследования и внушает ему новые идеи; но это—обстоятельства психологического порядка, а не логического.

Совершенно справедливо и естественно считать, что лучший способ ознакомления с новыми идеями состоит в том, чтобы изучить тот путь, по которому развивалось познание этих идей. Этим прежде всего мы и займемся. При этом я и выставлю свои собственные взгляды, которые вкратце сводятся к следующему. Каждый значительный успех в развитии математики, который мы будем здесь рассматривать, возник из потребностей естествознания или же явился под