

**В. А. Лай**

**Руководство к первоначальному обучению  
арифметике**

**Москва  
«Книга по Требованию»**

УДК 51  
ББК 22.1  
В11

В11 **В. А. Лай**  
Руководство к первоначальному обучению арифметике / В. А. Лай – М.: Книга по Требованию, 2024. – 416 с.

**ISBN 978-5-458-27483-8**

Пособие начала 20 века по методике преподавания математики в начальной школе.

**ISBN 978-5-458-27483-8**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2024  
© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



нашему мнѣнію, является весьма важнымъ и для русской методической литературы.

Все вышеизложенное побудило насъ смѣло и въ то же время съ сознаниемъ важности и серьезности предпринимаемаго дѣла взять на себя инициативу перевода и отвѣтственный трудъ редакторства его.

Переводъ выполненъ **А. С. Мусатовой** и **А. Н. Долговымъ**. Переводчики одинаково остерегались и «Сциллы неумѣстнаго сочинительства», или такъ называемаго вольнаго перевода, и «Харибды мертваго буквализма», ибо какъ то, такъ и другое въ равной мѣрѣ несовмѣстимо съ *вѣрностью* перевода.

В. А. Лай въ письмѣ ко мнѣ предложилъ выпустить въ исторической части изложеніе методики ариѳметики въ Германіи до послѣднихъ 25 лѣтъ, но я, въ виду крайней бѣдности въ русской литературѣ исторіи методики ариѳметики, счелъ небыло полезнымъ для русскихъ читателей знакомство и съ этимъ періодомъ нѣмецкой методики ариѳметики, тѣмъ болѣе, что русская методика ариѳметики находилась и доселѣ находится подъ сильнымъ вліяніемъ нѣмецкой.

Выпуская въ свѣтъ русскій переводъ «Führer'a», мы раздѣляемъ надежду автора, высказанную намъ въ письмѣ, что «удостоверенные результаты о первоначальномъ обученіи ариѳметикѣ сдѣлаются доступными широкимъ кругамъ русской народной школы», и вмѣстѣ съ тѣмъ выражаемъ увѣренность, что книга вызоветъ благосклонное вниманіе любознательныхъ читателей и присяжныхъ критиковъ, хотя бы и несогласныхъ по нѣкоторымъ какъ принципальнымъ, такъ и частнымъ вопросамъ съ авторомъ «Руководства», но дорожащихъ новымъ направленіемъ, оригинальнымъ методомъ и оригинальными положеніями (лишь бы все это, по мѣрѣ силъ и возможности, было обосновано), что, несомнѣнно присуще этой книгѣ.

«Руководство» Лая встрѣтило сочувствіе какъ среди педагоговъ-практиковъ, такъ и среди почти всѣхъ спеціально-педагогическихъ и спеціально-математическихъ журналовъ, а также среди нѣкоторыхъ серьезныхъ газетъ <sup>1)</sup>.

Несмотря на обиліе отзывовъ, никто изъ критиковъ не указалъ самаго существеннаго въ «Руководствѣ» Лая, что, по нашему мнѣнію, подлежитъ дополненію. Вслѣдствіе чего считаемъ нужнымъ кратко сказать здѣсь объ этомъ.

Это касается взгляда Лая на экспериментальную дидактику. По мнѣнію Лая, экспериментальная дидактика есть только учиты-

<sup>1)</sup> Выдержки изъ отзывовъ печати помѣщены на 2 стр. обложки этой книги.

ваемая съ помощью чиселъ преподавательская практика. Но разъ такъ, то дидактическій экспериментъ былъ бы *классный экспериментъ* и *массовый опытъ*. Но массовый опытъ, какъ совершенно справедливо заявляетъ проф. Э. Мейманъ <sup>1)</sup>: «1) всегда неизбѣжно менѣе точенъ, чѣмъ производимый въ психологической лабораторіи единичный опытъ; 2) онъ можетъ непосредственно дѣлать возможными только такіе эксперименты, съ помощью которыхъ опредѣляются внѣшніе результаты того или иного метода, при чемъ, однако, всегда долженъ оставаться совершенно ненадежнымъ обстоятельный анализъ того, какимъ образомъ *отдѣльныя лица* достигаютъ этихъ результатовъ. Поэтому 3) съ помощью *одного лишь* класснаго эксперимента мы никогда не можемъ окончательно разрѣшить вопроса о цѣнности дидактическихъ методовъ, такъ какъ результаты класснаго эксперимента нуждаются еще въ *истолкованіи*, опирающемся на анализъ условій опыта, а истолкованіе это всегда остается недостовѣрнымъ, потому что анализъ условій не можетъ быть выполненъ достаточно точно».

Вслѣдствіе этого, признавая классный экспериментъ полезнымъ и должнымъ, не слѣдуетъ считать его достаточнымъ, а *необходимо дополнять его аналитически-дидактическимъ экспериментомъ надъ отдѣльнымъ ребенкомъ*.

Считаемъ нужнымъ оговориться, что для удобства русскихъ читателей германскія названія монетъ (марки и пфенниги) замѣнены русскими названіями—рублями и копейками, безъ измѣненія чиселъ, приводимыхъ Лаемъ.

Что касается той особенности въ книгѣ Лая, что въ ней при умноженіи множитель иногда поставленъ раньше множимаго, т.-е. наоборотъ, чѣмъ у насъ, то мы оставили эту особенность безъ измѣненія, ибо она, съ одной стороны, общепринята не только въ нѣмецкой, но и французской, англійской и американской литературахъ, а съ другой стороны—не представляетъ затрудненія и для русскихъ читателей.

Д. Волковскій.

Москва.

1915 г., 10-го іюля.

---

<sup>1)</sup> «Лекціи по экспериментальной педагогикѣ», ч. III, стр. 7, 9—10. Переводъ съ нѣмецкаго подъ редакціей прив. доц. Н. Д. Виноградова, Москва, 1910 г., ц. 1 р. 25 к.

## ПРЕДИСЛОВІЕ АВТОРА КЪ 3-МУ ИЗДАНІЮ.

Въ моей книжкѣ «Führer durch den Rechtschreibunterricht» я впервые попытался основать систему преподаванія на результатахъ дидактическихъ опытовъ надъ классами; настоящее же сочиненіе «является дальнѣйшимъ практическимъ доказательствомъ того, что *новѣйшая психологія и дидактико-психологическіе опыты* имѣютъ громадное значеніе въ методикѣ преподаванія отдѣльныхъ предметовъ, въ научномъ обоснованіи и естественномъ построеніи ея, а также въ достиженіи наилучшихъ результатовъ преподаванія». (Предисловіе къ 1-му изданію, декабрь 1897 г.)

Съ теченіемъ времени этотъ взглядъ все болѣе и болѣе прививается, даже среди математиковъ и специалистовъ въ области обученія счисленію и математикѣ. Подробности читатели найдутъ въ настоящей работѣ; здѣсь же достаточно будетъ привести слѣдующія убѣдительныя данныя. Проф. Гэфлеръ (Höfler) въ своей «Didaktik der Mathematik» высказываетъ сожалѣніе, что учителя, получившіе математическое образованіе, недостаточно освѣдомлены въ вопросѣ о логическихъ и психологическихъ основаніяхъ своей науки; то же можно сказать и о многихъ учителяхъ народной школы. Далѣе: въ настоящее время образовалась «международная коммиссія по математическому образованію», нѣмецкая группа которой, руководимая проф. Клейномъ (Klein), развила оживленную и плодотворную дѣятельность и издала довольно большое число работъ по дидактикѣ, между прочимъ работу Вернике—«Philosophische Propädeutik und mathematischer Unterricht» (Wernicke) и работу Каца—«Psychologie und mathematischer Unterricht» (Katz), въ которыхъ указывается, что настоящая книга является первымъ экспериментальнымъ изслѣдованіемъ въ данной области. При первомъ появленіи этой работы основные выводы ея кое-къмъ отбрасывались; зато теперь ее признали «первой экспериментальной работой, прокладывающей новые пути» и перевели на норвежскій языкъ. Все болѣе крѣпнеть убѣжденіе, что для успѣшной борьбы съ предвзятыми сужденіями о происхожденіи чиселъ, счетѣ, числовыхъ рядахъ, объ устномъ и письменномъ счисленіи и т. д., а также для освѣщенія нѣкоторыхъ проблемъ, имѣющихъ огромное значеніе на практикѣ, необходимо обратиться къ психологіи и теоріи познанія, подобно тому, какъ это сдѣлано въ настоящемъ новомъ изданіи нашей работы.

Послѣдняя является существенно переработанной и содержитъ новыя изслѣдованія и данныя, которыя добавляются къ прежнимъ, подкрѣпляя, углубляя и расширяя ихъ; это вообще одно изъ ти-

ничныхъ достоинствъ новыхъ изданій работъ по экспериментальной педагогикѣ. Въ частности здѣсь имѣются новыя данныя: о развитіи числовыхъ представленій и счетѣ у ребенка, съ начала его жизни до поступленія его въ школу, сравнительное изслѣдованіе по счисленію у нормальныхъ и малоуспѣвающихъ учениковъ, о типахъ воспріятія при обученіи счисленію, у педагоговъ и математиковъ (типы математиковъ), о сущности письменнаго и устнаго счисленія, о «функциональномъ мышленіи» въ первоначальномъ обученіи ариѳметикѣ, о психологическихъ процессахъ при выполненіи основныхъ ариѳметическихъ дѣйствій. Наша книга показываетъ, какимъ путемъ математическая абстракція идетъ отъ счисленія надъ тѣлами къ счисленію на приборахъ, къ счисленію по положенію и на цифрахъ, а дальнѣйшая абстракція въ алгебрѣ и анализѣ, выполненная Дедекиндомъ, Кронекеромъ и другими математиками, приводитъ къ тому, что натуральное число, за возникновеніемъ и сущностью котораго мы слѣдимъ, становится основаніемъ всей математики. Она показываетъ также, какимъ образомъ геометрія положенія на полѣ абака можетъ быть использована при первоначальномъ обученіи ариѳметикѣ.

Книга хочетъ быть частью «жизненной школы»: она пытается замѣнить методъ «даванія» методомъ отыскиванія и стремится «воспитать въ ученикахъ, путемъ распространеннаго предметнаго счисленія, самостоятельность и самодѣятельность въ численномъ воспріятіи, переработкѣ и изображеніи своего опыта и наблюденій въ области природы и жизни людей».

Трудности элементарнаго обученія ариѳметикѣ, которое логически такъ просто и понятно, обыкновенно не замѣчаются и не дооцѣниваются тѣми, у кого отсутствуютъ необходимыя свѣдѣнія по психологій дѣтей и первобытныхъ народовъ, а также по теоріи познанія. Настоящая книга стремится не только вскрыть всѣ эти трудности, но и помочь преодолѣть ихъ, давая общіе учебные планы, а частью даже и подробно разработанные планы уроковъ, которыхъ нерѣдко нехватаетъ начинающему. Письма педагоговъ-практиковъ, получаемыя мною какъ отъ моихъ соотечественниковъ, такъ и изъ заграницы, показываютъ, что настоящая книга даетъ учителямъ возможность не только сберечь время и силы, но и углублять преподаваніе, а также достигать лучшихъ результатовъ, особенно при занятіяхъ со слабыми учениками.

Пожелаемъ же, чтобы этимъ воспользовалось, на благо подрастающаго поколѣнія, возможно большее число учителей!

Карлсруэ, февраль 1914 г.

*В. А. Лай.*

## В В Е Д Е Н І Е.

Какъ, еще новая книга о методѣ преподаванія ариѳметики?!—Но вѣдь сами методисты утверждаютъ, что методъ преподаванія ариѳметики въ народной школѣ окончательно выработанъ и что онъ «является основнымъ и наиболѣе блестящимъ отдѣломъ всей педагогики»<sup>1)</sup>.

Всѣ дороги ведутъ въ Римъ; я самъ создаю свой методъ.

«Мой милый другъ, теорія сѣда,  
А жизни дерево вѣкъ зелено златое»...

(Гёте, Фаустъ, ч. I).

Подобнаго рода сужденія часто приходится слышать даже въ настоящее время.

Съ другой стороны, нѣкоторые выдающіеся методисты утверждаютъ, что въ «выборѣ. расположеніи и преподаваніи матеріала, т.-е. во всей методикѣ обученія, царитъ полный хаосъ: одинъ взглядъ не согласуется съ другимъ, и даже самые простые вопросы не свободны отъ противорѣчій»<sup>2)</sup>. Далѣе: «Отысканіе *принциповъ* преподаванія ариѳметики представляетъ собою весьма благодарную задачу; найденные принципы позволили бы проч-

---

<sup>1)</sup> Kallas, Die Methodik des elementaren Rechenunterrichts. Mittau. 1889.

<sup>2)</sup> Beetz, Das Wesen der Zahl als Einheitsprinzip des Rechenunterrichts. Wiesbaden. 1897.

нѣе обосновать преподаваніе, развитіе котораго шло эмпирическимъ путемъ, и привели бы на практикѣ къ лучшимъ *результатамъ*»<sup>1)</sup>. Кроме того, многіе педагоги и методисты раздѣляютъ мнѣніе *Линднера*, что методика безъ психологіи является слѣпой рутинной, и вполне согласны съ утвержденіемъ испытаннаго практика *Дѳрфелда*: «*вѣрная теорія представляетъ собою лучшее, что только можно пожелать для практики*».

И мы считаемъ себя въ правѣ вновь предложить нашимъ самоувѣреннымъ коллегамъ цѣлый рядъ вопросовъ, касающихся первоначальнаго обученія счету. Увѣрены ли они въ томъ, что изъ всѣхъ дорогъ, ведущихъ въ Римъ, — одна и только одна является кратчайшей и лучшей! Не думаютъ ли они, что по избранной ими дорогѣ ходили и до нихъ, что путь этотъ уже давно признанъ окольнымъ? Потрудились ли они отдать себѣ отчетъ въ *возникновеніи* и *сущности* числовыхъ представленій и основныхъ арифметическихъ дѣйствій? Знаютъ ли они, что вопросъ о «числѣ» является одной изъ наиболѣе трудныхъ проблемъ, надъ разрѣшеніемъ которыхъ работали великіе мыслители всѣхъ временъ? Познакомились ли они съ тѣми взглядами на возникновеніе и сущность числа, которые были высказаны философами и были положены педагогами въ основу методики? Не позабыли ли они основать «свой собственный методъ» на возникновеніи и сущности числа? Не лишень ли этотъ методъ надежнаго фундамента? Признаютъ ли они, что построеніе наглядныхъ пособій и выработка системы преподаванія зависятъ отъ степени пониманія процесса возникновенія числа? Сознаютъ ли они, что многіе основные вопросы педагогики до сихъ поръ не только не разрѣшены, но и не поставлены нѣкоторыми методистами? Знаютъ ли они, что цѣнность ихъ системы преподаванія

---

<sup>1)</sup> *Sternier, Geschichte der Rechenkunst. München, 1891.*

можно численно опредѣлить и сравнить съ цѣнностью иныхъ системъ преподаванія, т.-е. что только *опытъ* можетъ дать намъ рѣшительные отвѣты на спорные вопросы?

Каковы бы ни были отдѣльные отвѣты на поставленные вопросы, все же несомнѣнно, что знакомство съ различными взглядами на обученіе ариѳметикѣ и на возникновеніе и сущность числа—крайне полезно. Методика ариѳметики, встрѣчающаяся, правда, во множествѣ отдѣльныхъ видовъ, все же есть нѣчто существующее. А если мы хотимъ правильно понять что-либо существующее, то мы должны ознакомиться съ исторіей его возникновенія. Исторія первоначальнаго преподаванія ариѳметики раскроетъ намъ слабыя стороны современной системы обученія, предохранитъ насъ отъ многихъ ошибокъ, укажетъ намъ, на что должны мы обратить вниманіе при улучшеніи преподаванія, и совершенно ясно покажетъ намъ, что мы устанавливаемъ пока только принципы методики, а потому совершенно еще не въ силахъ *окончательно* выработать ее. И въ то же время она поддержитъ насъ въ нашей попыткѣ закончить настоящую основную работу, имѣющую цѣлью облегчить тяжелый трудъ дѣтей, обучающихся ариѳметикѣ.

Кромѣ того, она покажетъ намъ, гдѣ и какъ должны мы примѣнять дидактическіе опыты, это новое орудіе педагогическаго изслѣдованія.

Поэтому мы изложимъ прежде всего, какъ создаются числовыя представленія у первобытныхъ народовъ и дѣтей, а затѣмъ обратимся къ исторіи основныхъ методовъ обученія счету. Воззрѣнія, усвоенныя педагогами, теоріи возникновенія и сущности числовыхъ представленій и основныхъ ариѳметическихъ дѣйствій, созданныя философами и педагогами, частью использовавшими данныя народной и дѣтской психологіи,—все это дастъ намъ матеріаль, достаточный для *созданія гипотезъ*; это и будетъ первой ступенью экспериментально-дидактическаго изслѣ-

дованія; вторую ступень составит постановка и выполненіе *опытовъ*, подтверждающихъ основныя гипотезы; наконецъ, третьей ступеню явится *примѣненіе* результатовъ выполненныхъ опытовъ. Къ этому мы добавимъ нѣкоторыя новыя данныя объ устномъ и письменномъ счисленіи, которыя позволяютъ существенно улучшить постановку первоначальнаго обученія ариметикѣ.

---

# **I. Степень экспериментально-дидактического изслѣдованія.**

**Матеріаль для созданія гипотезъ относительно понятія числа и основныхъ ариѳметическихъ дѣйствій. Созданіе гипотезъ.**

---

## **A) Матеріаль для созданія гипотезъ.**

### **1. Возникновеніе чиселъ и счисленія у различныхъ народовъ.**

#### *а) Соотношеніе между предметнымъ обученіемъ и обученіемъ ариѳметикъ.*

Съ неумолимой послѣдовательностью царствуютъ въ природѣ причина и дѣйствіе: всѣ предметы подвергаются измѣненіямъ, всѣ испытываютъ уменьшеніе и увеличеніе, или принимаютъ новую группировку. Представимъ себѣ теперь первобытный народъ, борющійся за свое существованіе. Многія измѣненія въ окружающей его обстановкѣ,—вспомнимъ хотя бы о поискахъ пищи и борьбѣ съ врагами,—оказываютъ могущественное вліяніе на благосостояніе и нужды человѣка, а нѣкоторые

являются даже необходимымъ условіемъ его существованія. Поэтому человекъ, еще въ очень раннемъ періодѣ, былъ вынужденъ воспринимать одушевленные и неодушевленные предметы, силы и явленія природы и человѣческой жизни по ихъ *количеству и величинѣ*: отъ этого въ значительной мѣрѣ зависѣли приносимыя ими благо или зло. Онъ былъ вынужденъ воспринимать и представлять себѣ вещи не только качественно, но и количественно, — *численно*; онъ долженъ былъ образовывать изъ пріобрѣтенныхъ числовыхъ представленій новыя, путемъ увеличенія или уменьшенія первыхъ, — онъ вынужденъ былъ считать. Здѣсь мы сталкиваемся съ запутанными и еще мало разработанными вопросами преподаванія ариѳметики и математики вообще.

Духовную жизнь ребенка, съ одной стороны, и совокупность учебнаго матеріала — съ другой, можно сравнить съ отдѣльнымъ живымъ организмомъ: его органы и функціи соотвѣтствуютъ объектамъ преподаванія. При нормальныхъ условіяхъ процессы развитія отдѣльныхъ органовъ, т.-е. предметовъ преподаванія, находятся въ постоянномъ взаимодействіи. Какую же роль играетъ обученіе счету въ воспитаніи при естественномъ и культурно-руководимомъ развитіи дѣтской души? Въ какомъ взаимодействіи находится оно съ другими органами и функціями организма?

Эти вопросы приводятъ къ основному дидактическому принципу, выведенному въ другомъ мѣстѣ. Здѣсь же можно только указать на него: анатомія, фізіологія, біологія, психологія, теорія познанія, педагогическія наблюденія. — все показываетъ намъ, что каждое ощущеніе, каждая мысль и чувство стремятся или перейти въ движеніе или остановить его, стремятся вызвать соотвѣтствующую даннымъ условіямъ духовную или физическую дѣятельность, стремятся произвести «выразительное движеніе». Каждое впечатлѣніе стремится къ проявленію, пытается привести въ