

И.Т. Щеглов

**Начальные основания
Алгебры**

**С таблицами степеней чисел, от
1 до 1000**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
И11

И11 **И.Т. Щеглов**
Начальные основания Алгебры: С таблицами степеней чисел, от 1 до 1000 /
И.Т. Щеглов – М.: Книга по Требованию, 2014. – 508 с.

ISBN 978-5-458-34943-7

Курс начальных оснований Алгебры, предлагаемый здесь благосклонному вниманию почитателей математических наук, составлен автором не по какой ни есть известной программе, принятой в русских Учебных Заведениях, и не в таком объеме, в каком преподаётся в них начальная Алгебра. У автора не было цели дать этой книге назначение специальное, а потому и план для изложения предметов, которыми автор предложил ограничиться в этом курсе, принят такой, какой собственно для автора показался удобнее. Все известные Алгебры на русском языке, признаваемый у нас лучшими, составлены французскими авторами, каковы: Лакроа, Франкер, Бурдон, Лефербюр-де-Фурси, Мейер и Шоке, и прочие. И действительно, они ведут учащегося к цели, по видимому, путём удобнейшим, отличаются краткостью, лёгким изложением предметов, печатаются (на французском языке) изящно. Нет с 53 по 60 страниц.

ISBN 978-5-458-34943-7

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2014

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2014

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Курсъ начальныхъ основаній Алгебры, предлагаемый здѣсь благосклонному вниманію почитателей математическихъ наукъ, составленъ мною не по какой ни есть извѣстной программѣ, принятой въ русскихъ Учебныхъ Заведеніяхъ, и не въ такомъ объемѣ, въ какомъ преподается въ нихъ начальная Алгебра. У меня не было цѣли дать этой книгѣ назначеніе специальное; а потому и планъ для изложенія предметовъ, которыми я предположилъ ограничиться въ этомъ курсѣ, принять такой, какой собственно для меня показался удобнѣе.

Всѣ извѣстныя Алгебры на русскомъ языкѣ, признаваемые у насъ лучшими, составлены французскими авторами, каковы: *Лакроа*, *Франкеръ*, *Бурдонъ*, *Дефебюръ-де-Фурси*, *Мейеръ* и *Шоке*, и проч. И дѣйствительно, онѣ ведутъ учащагося къ цѣли, по видимому, путемъ удобнѣйшимъ, отличаются краткостію, легкимъ изложеніемъ предметовъ, печатаются (на французскомъ языкѣ) изящно. Предметы излагаются въ нихъ почти одни и тѣ же; разность замѣчается только въ расположеніи предметовъ Науки, въ полнотѣ и обработкѣ различныхъ статей.

Во всѣхъ нѣмецкихъ курсахъ даже начальной Алгебры, какіе мнѣ случалось читать, я находилъ не только иной способъ обработки предметовъ, но другое число предметовъ, чѣмъ я и воспользовался отчасти для составленія моего курса. Такимъ образомъ, не нарушая системы, я изложилъ совсѣмъ отдѣльно *Синтактику* (теорію переложеній, сочетаній, и проч.); за нею ввелъ начальныя основанія *Математической теоріи вѣроятностей*, въ такомъ размѣрѣ, въ какомъ находилъ ее почти во всѣхъ начальныхъ Алгебрахъ у нѣмецкихъ авторовъ, чего совсѣмъ нѣтъ въ новѣйшихъ Алгебрахъ французскихъ. Въ заключеніе, я помѣстилъ способъ рѣшенія численныхъ уравненій высшихъ степеней съ одною извѣстною. Для этого надлежало сообщить общія понятія о функціяхъ съ одною переменною, и показать только тѣ ихъ свойства, которыя особенно полезны для рѣшенія таковыхъ уравненій. А какъ это и было окончательною статьею, то не счелъ я нужнымъ говорить о дѣлимости многочленныхъ

рациональных функций, о симметрических функциях, объ исключеніи неизвѣстной между данными уравненіями высокихъ степеней, и о всемъ, что отъ этого зависитъ. По сей причинѣ выпущены изъ моего курса нѣкоторыя теоремы, помѣщаемыя въ новѣйшихъ иностранныхъ курсахъ, которыя превосходны въ теоріи, но затруднительны для начинающихъ, либо до крайности утомительны въ практикѣ. Въ замѣнъ этого, я принялъ другой путь, короче ведущій къ достиженію цѣли, мною предложенной, — способы менѣе сложные, на дѣлѣ удобоисполнимые.

Любознательнаго читателя прошу не считать излишнимъ, что я въ начальныхъ основаніяхъ Алгебры, изложивши теорію уравненій высшихъ степеней съ одною неизвѣстною, много распространился надъ рѣшеніемъ численныхъ уравненій. Это сдѣлано по уваженію единственно къ новымъ способамъ вычисленія корней дѣйствительныхъ несоизмѣримыхъ, такъ и мнимыхъ, каковы: способъ Ньютоновъ исправленный, и способъ Фогеля. Последний способъ еще недавно сдѣлался извѣстенъ, да и первый совѣтъ не въ томъ видѣ излагается въ разныхъ курсахъ, какъ здѣсь. Кроме того, что эти способы отличаются вѣрностію и особенною простотою, они любопытны и по одной своей новости. Но, чтобы можно было ими пользоваться безъ утомительности при разрѣшеніи численныхъ уравненій, не превышающихъ 10-й степени, я составилъ двѣ таблицы, изъ которыхъ въ одной находятся первая пять степеней чиселъ отъ 1 до 1000; а во второй— слѣдующія пять степеней, но только для чиселъ двузначныхъ отъ 1 до 100. Ни въ одномъ курсѣ не находилъ я таблицъ этого рода (кроме таблицъ квадратовъ и кубовъ), а между тѣмъ, онѣ чрезвычайно полезны не только для быстрого вычисленія корней численныхъ уравненій, но и во множествѣ другихъ случаевъ какъ въ Алгебрѣ, такъ и въ другихъ вычисленіяхъ, гдѣ логарифмы оказываются недостаточными. Таблицы эти составлены тщательно и повѣрены. Не смотря на это, я не осмѣливаюсь утверждать, чтобы не остались въ нихъ гдѣ нибудь погрѣшности, а потому желательно, чтобы, для общей пользы, кто ни есть, хотя изъ одного любопытства, занялся ихъ повѣркою. Всякая открытая погрѣшность будетъ принята мною съ благодарностію.

И. Щ.

ОГЛАВЛЕНИЕ.

ВВЕДЕНИЕ.

ПЕРВОНАЧАЛЬНЫЯ ПОНЯТІЯ И ОПРЕДѢЛЕНІЯ.

	СТРАВ.
Предметъ Алгебры. Общеі знаки для чиселъ. Знаки сложенія, вычитанія, умноженія и дѣленія. Коэффициенты. Степени и показатели ихъ.	1
Алгебраическія количества, ихъ члены; количества одночленные, двучленные, и проч., и многочленные. Многочлены однородные и смѣшанные. Степени однородныхъ многочленовъ. Сокращеніе многочленовъ чрезъ совокупленіе подобныхъ членовъ въ одинъ. Употребленіе скобокъ.	3

АЛГЕБРИЧЕСКІЯ ДѢЙСТВІЯ.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

СЛОЖЕНІЕ И ВЫЧИТАНІЯ АЛГЕБРИЧЕСКИХЪ КОЛИЧЕСТВЪ.

<i>Сложеніе</i> одночленовъ и многочленовъ	7
<i>Вычитаніе</i> . Правило знаковъ при вычитанія многочленовъ	8
Общія понятія о <i>количествахъ отрицательныхъ</i> , и ихъ значеніи въ разныхъ случаяхъ	9
<i>Умноженіе</i> одночленовъ. Правила коэффициентовъ, показателей и знаковъ. Доказательство, что $ab=ba$	11
<i>Умноженіе</i> многочленовъ. Общее правило.	14
Примѣры	—
<i>Дѣленіе</i> одночленовъ. Правила коэффициентовъ, знаковъ и показателей при дѣленіи	16
Показатели нуль и отрицательные	18
<i>Дѣленіе</i> многочленовъ. Общее правило	19
Примѣры	20
<i>Дѣлимость чиселъ</i> . Начала, по которымъ заключаютъ о дѣлимости	24
Дѣлимость степеней и двучленовъ	27
<i>Общій наибольшій дѣлитель</i> , и его разысканіе между одночленами и многочленами. Примѣры	29
<i>Алгебраическія дроби</i> . Незмѣняемость дроби отъ помноженія или раздѣленія обѣихъ ея частей на одно и тоже число	33
Сокращеніе дробей: чрезъ постепенное исключеніе общихъ множителей, и посредствомъ общаго наибольшаго дѣлителя. Примѣры	35
Приведеніе дробей къ общему знаменателю	37

Сложеніе, вычитаніе, умноженіе и дѣленіе дробей; примѣры для сокращенія дробныхъ выводовъ	38
Замѣненіе дроби отъ сложенія (или вычитанія) обѣихъ ея частей съ какимъ ни есть числомъ	40

ГЛАВА ВТОРАЯ.

УРАВНЕНІЯ И НЕРАВЕНСТВА.

Общія понятія объ уравненіяхъ; раздѣленіе уравненій	42
---	----

I. УРАВНЕНІЯ ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ СЪ ОДНОЮ НЕИЗВѢСТНОЮ.

Приведеніе уравненія въ простѣйшій видъ чрезъ перенесеніе членовъ его изъ одной части въ другую, и освобожденіе отъ дробей. Общее правило для рѣшенія сихъ уравненій	44
Примѣры	45
Различіе уравненій отъ явныхъ равенствъ	47
Исслѣдованіе рѣшенія общаю уравненія первой степени съ одною неизвѣстною. Рѣшенія $\frac{m}{0}$, $\frac{0}{0}$. Случаи, когда рѣшеніе $\frac{0}{0}$ не означаетъ неопредѣленности	48
Задачи	51
Символическія рѣшенія задачъ: отрицательныя, $\frac{a}{0}$, $\frac{0}{0}$; ихъ значенія.	58

II. УРАВНЕНІЕ ПЕРВОЙ СТЕПЕНИ СЪ ДВУМЯ, ТРЕМЯ, И БОЛѢЕ НЕИЗВѢСТНЫМИ, КОГДА ЧИСЛО НЕИЗВѢСТНЫХЪ РАВНО ЧИСЛУ УРАВНЕНІЙ.

Рѣшенія опредѣленныхъ.	60
Рѣшенія этихъ уравненій: 1) по способу подстановленія, 2) по способу сравненія, 3) по способу сокращенія чрезъ сложеніе и вычитаніе, и 4) по способу Безу	61
Общій способъ.	70
Задачи	75
Замѣчанія относительно рѣшеній отрицательныхъ, нулевыхъ, $\frac{a}{0}$ и $\frac{0}{0}$. Задача о курьерахъ	83
Выводъ начала неопредѣленныхъ предстолицъ	89

III. О НЕРАВЕНСТВАХЪ.

Дѣйствія надъ неравенствами	90
Приложеніе неравенствъ къ исслѣдованію формулъ	93

IV. УРАВНЕНІЯ СЪ ДВУМЯ, ТРЕМЯ И БОЛѢЕ, НЕИЗВѢСТНЫМИ, КОГДА ЧИСЛО НЕИЗВѢСТНЫХЪ БОЛѢЕ ЧИСЛА ДАННЫХЪ УРАВНЕНІЙ.

Неопредѣленный анализъ 4-й степени	96
Рѣшеніе уравненія $ax+by=c$ въ цѣлыхъ, положительныхъ числахъ	97
Задачи	—

ГЛАВА ТРЕТЬЯ.

НЕПРЕРЫВНЫ ДРОБИ.

Непрерывныя дроби: конечныя, безконечныя и періодическія	105
Разложене обыкновенной дроби въ непрерывную	106
Переходъ отъ непрерывной дроби къ обыкновенной	107
Законъ составленія послѣдующихъ приближеній изъ предшествующихъ	108
Слѣдствія: полная величина непрерывной дроби всегда находится между каждыми двумя послѣдовательными къ ней приближеніями	109
Виды разностей между послѣдовательными дробями приближеній, когда числители членовъ приближенія какія ни есть, или когда они всѣ единицы	111
Степень приближенія къ непрерывной дроби	114
Приближеніе	115
Приведеніе непрерывной <i>периодической дроби</i> въ уравненіе второй степени	117

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ.

ВОЗВЫШЕНІЕ АЛГЕБРИЧЕСКИХЪ КОЛИЧЕСТВЪ ВЪ КВАДРАТЪ.

Составленіе квадратовъ	117
Извлеченія квадратнаго корня изъ цѣлыхъ чиселъ	119
Приближенныя корни изъ чиселъ неполныхъ квадратовъ; ихъ полученіе: 1) посредствомъ дробей десятичныхъ, 2) дробей обыкновенныхъ, и 3) посредствомъ дробей непрерывныхъ	124
Квадратныя корни изъ дробныхъ чиселъ	129
Квадратные корни изъ <i>алгебраическихъ одночленовъ</i>	130
Счисленіе коренныхъ количествъ второй степени	131
Освобожденіе дробныхъ выраженій отъ квадратныхъ корней въ знаменателяхъ	133
Извлеченіе корней квадратныхъ изъ <i>многочленовъ</i>	134

ГЛАВА ПЯТАЯ.

А. УРАВНЕНІЯ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ СЪ ОДНОЮ НЕИЗВѢСТНОЮ.

1) Уравніе двучленное	137
2) Полное уравненіе 2-й степени; его рѣшеніе	138
Составъ квадратнаго уравненія изъ его корней	141
Изслѣдованіе корней полнаго уравненія $x^2+px+q=0$	142
— — — общаго уравненія $ax^2+bx+c=0$	143
Задачи	145

В. УРАВНЕНІЯ 2-й СТЕПЕНИ СЪ ДВУМА НЕИЗВѢСТНЫМИ, КОГДА ЧИСЛО НЕИЗВѢСТНЫХЪ РАВНО ЧИСЛУ ДАННЫХЪ УРАВНЕНІЙ.

Задачи	148
Приведеніе тричленныхъ уравненій $x^4+px^2+q=0$ и, вообще, $x^{2m}+px^m+q=0$ въ уравненія второй степени	152
Неопредѣленный анализъ 2-й степени, когда число неизвѣстныхъ болѣе числа уравненій. Рѣшенія наибольшія и наименьшія	154
Задачи	156

ГЛАВА ШЕСТАЯ.

ВОЗВЫШЕНИЕ ОДНОЧЛЕНОВЪ И МНОГОЧЛЕНОВЪ ВЪ ТРЕТЬЮ СТЕПЕНЬ.

Извлечения кубичнаго корня изъ чиселъ полныхъ кубовъ, и неполныхъ.
 Вычисленіе приближеннаго корня въ послѣднемъ случаѣ посредствомъ десятичныхъ дробей 159

Извлечения кубическаго корня изъ алгебраическихъ количествъ одночленныхъ и многочленныхъ 165

Уравненія третьей степени: неполныя и полныя 168

1) Корни уравненія $x^3 - c = 0$ —

2) Показать, что уравненіе $x^3 \pm bx - c = 0$ имѣетъ хотя одинъ дѣйствительный корень, и вывести условіе, по которому всегда можно узнать, когда въ этомъ уравненіи всѣ корни дѣйствительные, и когда только одинъ. 170

3) Приведеніе уравненія $x^3 + ax^2 + c = 0$ къ $x^3 + a'x + c' = 0$ 171

4) Рѣшенія полнаго уравненія $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ по способу Кардана 172

Рѣшеніе общаго уравненія 4-й степени по способу Декарта 174

Задачи 175

ГЛАВА СЕДЬМАЯ.

О ВОЗВЫШЕНІИ ВЪ СТЕПЕНИ ВООБЩЕ, И ИЗВЛЕЧЕНІИ КОРНЕЙ.

I. Степени одночленовъ съ показателями цѣлыми 177

Переходъ отъ степеней одночленовъ къ ихъ корнямъ 178

A. Корни изъ полныхъ степеней; корни рациональные и мнимые 179

B. Корни изъ неполныхъ степеней; показатели дробные, числа и количества неизвлекаемыя 180

Переносъ радикала дроби въ одинъ числитель или въ знаменатель 182

Подведеніе множителей при корнѣ подъ коренной знакъ —

Приведеніе коренныхъ количествъ къ общему коренному показателю 183

Счисленіе коренныхъ количествъ: сложеніе и вычитаніе; умноженіе и дѣленіе —

Возвышеніе въ степени коренныхъ одночленовъ 185

Извлеченіе корней изъ коренныхъ одночленовъ 186

Употребленіе дробныхъ показателей вмѣсто коренныхъ знаковъ 187

Примѣчаніе. 188

Возвышеніе въ степени, умноженіе и дѣленіе корней мнимыхъ —

Дѣйствія надъ мнимыми выраженіями, вида $\alpha + \beta \sqrt{-1}$ 189

Модуль выраженія $\alpha \pm \beta \sqrt{-1}$. Свойства модулей 190

Значеніе выраженій $\frac{a^n - b^n}{a - b}$, $\frac{a^{-n} - b^{-n}}{a - b}$, $\frac{a^{\frac{m}{n}} - b^{\frac{m}{n}}}{a - b}$, въ случаѣ $a = b$ 191

II. Степени количествъ двучленныхъ и многочленныхъ. *Ньютоновъ биномъ* $(a+x)^n$, когда показатель n бываетъ цѣлымъ или дробь, положительный или отрицательный 192

Примененіе Ньютонова биномическаго ряда къ возвышенію въ степени количествъ двучленныхъ, тричленныхъ и, вообще, многочленныхъ 196

Вычисленіе корней изъ чиселъ посредствомъ ряда Ньютонова бинома. Примѣры: $\sqrt[3]{10}$, $\sqrt[5]{240}$, $\sqrt[100]{10}$ 200

Степени двучлена $a + b \sqrt{-1}$ 202

Приведение суммы $\sqrt{a+b\sqrt{-1}} \pm \sqrt{a-b\sqrt{-1}}$ къ виду $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$, гдѣ А и В суть количества дѣйствительныя 203

Непосредственное приведение формулы $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$ къ виду $a \pm b\sqrt{-1}$; слѣдствія изъ этого 204

Возвышеніе мнимыхъ выраженій: $\sqrt{-1}$, $\sqrt[4]{-1}$, $\sqrt{-\sqrt{-1}}$, $\sqrt[6]{-1}$, и т. д. въ цѣлыя степени 206

ГЛАВА ОСЬМАЯ.

ТЕОРІЯ ЛОГАРИМОВЪ.

Общія понятія 208

Свойства логаримовъ 209

Превращеніе логаримовъ одной системы въ логаримы другой. Модуль 212

Способы вычисленія логаримовъ: А. Посредствомъ непрерывныхъ дробей. — В. посредствомъ разложенія логарима въ рядъ. Логаримы Неперова (гиперболическіе, натуральныя) 214

Отношеніе малыхъ разностей между логаримами 217

Обыкновенныя или Бригговы логаримы изъ цѣлыхъ чиселъ и десятичныхъ дробей. Значеніе характеристики въ обоихъ случаяхъ 218

Логаримы изъ обыкновенныхъ дробей. Арифметическое дополненіе 220

Расположеніе и употребленіе обыкновенныхъ логаримовъ Каллета, гдѣ объясняется: 1) какъ находить логаримъ данному числу, цѣлому или дроби, и 2) какъ находить число данному логариму, будетъ ли его характеристика положительная или отрицательная 220

Основаніе Неперовыхъ логаримовъ 226

Примѣненіе логаримовъ къ арифметическимъ исчисленіямъ: умноженію, дѣленію, возвышенію въ степени и извлеченію корней 227

Недостаточность логаримовъ съ 7-ю десятичными; предѣлъ ихъ точности. Способъ находить логаримъ какому угодно большому числу. Способъ находить всякому логариму число соотвѣтственное, имѣющее точность во многихъ десятичныхъ 229

Примѣненіе логаримовъ къ вычисленію алгебраическихъ формулъ 234

Примѣненіе логаримовъ къ рѣшенію неопредѣленно-степенныхъ уравненій —

ГЛАВА ДЕВЯТАЯ.

О ПРОГРЕССИЯХЪ.

А. ПРОГРЕССИЯ АРИФМЕТИЧЕСКАЯ: возрастающая и убывающая 236

Послѣдній членъ $l = a + r(n-1)$ прогрессіи. Суммы $S = (a+l) \frac{n}{2}$ членовъ прогрессіи. Выводы изъ этихъ формулъ 238

Задачи 239

Суммирование степеней членовъ прогрессіи арифметической 241

Суммирование рядовъ чиселъ фигурныхъ: треугольныхъ, треугольныхъ-пирамидальныхъ, квадратныхъ и квадратныхъ-пирамидальныхъ 243

Разложеніе даннаго числа на два, на три и болѣе чиселъ цѣлыхъ и положительныхъ всевозможными образами, и выводъ суммы этихъ разложеній. 246

	СТРАН.
В. Прогрессія геометрическая: возрастающая и убывающая	248
Выраженіе $l = aq^{n-1}$ ея послѣдняго члена	249
Сумма $S = \frac{lq - a}{q - 1} = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1}$ членовъ прогрессіи	250
Выводы изъ этихъ формулъ	—
Задачи	252
Сумма $S = \frac{a}{1 - q}$ членовъ прогрессіи, убывающей до бесконечности	253
Выраженіе всякаго числа посредствомъ бесконечнаго ряда членовъ прогрессіи убывающей	—
Обращеніе періодической дроби въ конечную, изъ которой она произошла	254

ГЛАВА ДЕСЯТАЯ.

ПРИЛОЖЕНІЕ ПРОГРЕССИИ И ЛОГАРИТМОВЪ КЪ ВЫЧИСЛЕНІЮ ПРОЦЕНТОВЪ И ДОХОДОВЪ РАЗЛИЧНАГО РОДА.

<i>Вопросъ первый.</i> Найти будущую цѣну капитала А, отданнаго въ ростъ на n лѣтъ, по $r\%$ съ рубля въ годъ	256
Выводы изъ формулы $S = A(1 + r)^n$	—
Задачи	257
Величина $S - A = A[(1 + r)^n - 1] - R$ дохода съ капитала А, обращавашагося n лѣтъ по $r\%$ съ рубля. Задачи	259
<i>Объ учёть.</i>	262
<i>Вопросъ второй.</i> Найти будущую цѣну капитала А по прошествіи n годовъ его обращенія, по $r\%$ съ рубля, когда ежегодно будутъ прилагаться къ нему или вычитаться изъ него, неравныя либо равныя суммы	263
Выводы изъ формулы $S = Aw^n \pm \frac{a}{r}(w^n - 1)$	—
Задачи	265
Общая понятія о вдовьихъ и сиротскихъ кассахъ, временныхъ и пожизненныхъ доходахъ	270
Случай: когда капиталъ А увеличивается, или уменьшается, количествомъ a періодически чрезъ δ годовъ	273

ГЛАВА ОДИНАДЦАТАЯ.

(Синтактика).

ПЕРЕЛОЖЕНІЯ, СОЧЕТАНІЯ И РАЗЛИЧНЫЯ СОЕДИНЕНІЯ ИЗЪ ДАННАГО ЧИСЛА БУКВЪ, И ОПРЕДѢЛЕНІЕ ИХЪ СУММЫ.

<i>Число перемѣщеній</i> изъ даннаго числа буквъ: 1) когда буквы неравны и 2) когда между ними есть нѣкоторыя равныя	274
<i>Число сочетаній</i> изъ n буквъ, по двѣ, по три, и т. д. 1) безъ повторенія, и 2) съ повтореніями каждой буквы	277
<i>Число различныхъ совокупленій</i> изъ даннаго числа n буквъ: 1) безъ повтореній, и 2) съ повтореніями каждой буквы	279
Задачи	281

ГЛАВА ДВѢНАДЦАТАЯ.

НАЧАЛЬНЫЯ ПОНЯТІЯ ОБЪ ИСЧИСЛЕНІИ ВѢРОЯТНОСТЕЙ.

1. *Вѣроятность протала, абсолютная.* Примѣры 284

2. *Вѣроятность относительная.* 292

3. *Вѣроятности сложныя:* а) что изъ двухъ, или болѣе возможныхъ случаевъ произойдетъ хотя одинъ 293

б) Вѣроятность встрѣчи возможныхъ случаевъ въ послѣдованіи двухъ или нѣсколькихъ современныхъ событій, либо ихъ появленіе одинъ за другимъ непосредственно въ ходу известнаго числа явленій 294

4. *Вѣроятность явленій, одно другимъ замѣняемыхъ* 299

Возрастаніе вѣроятности случая въ слѣдствіи повторенія того же дѣйствія, наприм. опыта, игры, и проч. 302

Примѣненіе сложной вѣроятности $W=1-(1-w)(1-w')(1-w'')\dots$ къ опредѣленію вѣроятнаго продолженія жизни двухъ, или болѣе, особъ въ данный промежутокъ времени —

5. *Вѣроятность явленій въ повторяемыхъ опытахъ* 304

Примѣры 306

ГЛАВА ТРИНАДЦАТАЯ.

О ФУНКЦІЯХЪ ВООБЩЕ.

Общія понятія. Раздѣленіе функцій 1) на алгебраическія, цѣлыя, дробныя, рациональныя и ирраціональныя, и 2) на функціи трансцендентныя 310

Непрерывность всякой функціи цѣлой, рациональной; разрывъ непрерывности въ функціяхъ другихъ видовъ 311

I. *Общій видъ цѣлой рациональной функціи съ одною переменною:* $x^n+Ax^{n-1}+\dots+U$, и ея свойства: 313

1) Отъ уменьшенія переменной x , послѣдній членъ U можетъ сдѣлаться болѣе суммы всѣхъ прочихъ; 2) отъ увеличенія x , первый членъ можетъ превзойти сумму всѣхъ прочихъ —

3) Видъ функціи отъ измененія x въ $x+h$ 315

Производные многочлены —

Приращеніе $f(x+h)-f(x)$ измененной функціи. Оно, съ уменьшеніемъ h , можетъ сдѣлаться менѣ всякой данной величины. Отсюда заключеніе, что взякая цѣлая, рациональная функція не иначе переходитъ изъ положительнаго результата въ отрицательный, какъ переступая чрезъ нуль 317

Примѣры 318

Наибольшія и наименьшія величины этихъ функцій 319

II. *Разложене цѣлой многочленной и рациональной функціи въ непрерывную дробь* 322

III. *Разложене неопредѣленно-степенной функціи a^x въ рядъ, расположенный по степенямъ ея переменной x* 324

Значеніе $\frac{a^x-a^z}{x-z}$, когда $x=z$ 326

Значеніе $\frac{l'(1+x)-l'(1+z)}{x-z}$, когда $x=z$ —

IV. *Обращенія рядовъ функцій съ одною переменною.* —

Выраженіе всякаго числа рядомъ, расположеннымъ по степенямъ ея логарифма 328

ГЛАВА ЧЕТЫРНАДЦАТАЯ.

ТЕОРИЯ УРАВНЕНИЙ ВЫСШИХЪ СТЕПЕНЕЙ СЪ ОДНОЮ НЕИЗВѢСТНОЮ.

Общая понятія. Уравненія рациональныя, ихъ общій видъ; уравненіе ирраціональное. Корень уравненія. Рѣшеніе алгебраическое и численное . . . 329

Всякое уравненіе, имѣющее видъ цѣлой рациональной функціи, имѣетъ корень $a + b\sqrt{-1}$, гдѣ a, b , числа дѣйствительныя, которыя въ частныхъ случаяхъ могутъ быть нулями (теорема Коши) 330

Если $x = a$ корень уравненія, то оно дѣлится на $x - a$ безъ остатка 333

Число корней въ уравненіи 334

Если $p + q\sqrt{-1}$ корень уравненія, то и $p - q\sqrt{-1}$ будетъ его корнемъ 335

Составъ уравненія изъ его корней 336

Зависимость знаковъ предъ членами уравненія отъ его дѣйствительныхъ корней, и обратно 338

Перемѣны и повторенія знаковъ между членами уравненія —

Преобразованіе $f(x) = 0$ въ $f(-x) = 0$ 339

Полное число перемѣнъ въ данномъ уравненіи $f(x)^m = 0$ и его $f(-x)^m = 0$ не можетъ быть больше показателя m степени, или больше числа его корней 340

Всякое полное уравненіе $f(x) = 0$ можетъ имѣть положительныхъ корней не болѣе того, сколько въ $f(x) = 0$, и не болѣе отрицательныхъ корней, сколько въ $f(-x) = 0$ находится перемѣнъ. А если всѣ его корни дѣйствительныя, то оно имѣетъ точно такое число положительныхъ корней, сколько перемѣнъ въ $f(x) = 0$, и столько отрицательныхъ, сколько перемѣнъ въ $f(-x) = 0$. (Декартово правило) 342

Признаки дѣйствительныхъ корней въ уравненіяхъ.

1. Когда уравненіе отъ какихъ нибудь двухъ подстановленій α, β , обращается въ два результата съ противными знаками, то между ними находится 1, 3, 5... или вообще, нечѣтное число корней; но если оба результата съ равными знаками, то между α, β либо нѣтъ корней, либо есть чѣтное число корней 345
 2. Всякое уравненіе нечѣтной степени имѣетъ по крайней мѣрѣ одинъ дѣйствительный корень 346
 3. Всякое уравненіе чѣтной степени, съ отрицательнымъ послѣднимъ членомъ, имѣетъ по крайней мѣрѣ два дѣйствительные корня съ противными знаками 347
 4. Когда въ уравненіи сумма коэффициентовъ положительныхъ равна или менѣе суммы отрицательныхъ —
 5. Всякое уравненіе нечѣтной степени, имѣющее послѣдній членъ положительный, и въ которомъ сумма коэффициентовъ положительныхъ менѣе суммы отрицательныхъ, имѣетъ три дѣйствительные корня. 348
- Признаки мнимыхъ корней, открываемые въ уравненіяхъ посредствомъ Декартова правила —*
- Если сумма W всѣхъ перемѣнъ въ $f(x)^m = 0$ и $f(-x)^m = 0$ менѣе показателя m степени; то $m - W$ показываетъ число мнимыхъ корней —
- Число $m - W$ мнимыхъ корней въ уравненіяхъ неполныхъ зависитъ отъ каждой изъ послѣдовательныхъ разностей $n - w, n' - w', \dots$ между числомъ не-