

Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк

Алгебра

6 класс

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
Ю11

Ю.Н. Макарычев
Ю11 Алгебра: 6 класс / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк – М.: Книга по Требованию, 2013. – 224 с.

ISBN 978-5-458-35787-6

Настоящий учебник является переработанным вариантом учебника авторов Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюк, К.С. Миндюк, К.С. Муравина. Переработку осуществили Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова. Издание восьмое, переработанное.

ISBN 978-5-458-35787-6

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2013

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2013

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

8. Выполните действия:

- а) $3\frac{2}{15} + 1\frac{2}{5} : \frac{1}{3}$ $2\frac{1}{5}$; в) $4\frac{5}{6} - \frac{5}{8} - 2\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}$;
б) $\left(1\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) : 3\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$; г) $\left(4 - 2\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5}\right) : 3\frac{1}{3} - \frac{1}{3}$.

9. Найдите значение выражения:

- а) 25^2 ; в) $3,5^2$; д) $\left(\frac{1}{2}\right)^5$; ж) $\left(1\frac{1}{6}\right)^2$;
б) 12^3 ; г) $0,2^3$; е) $\left(\frac{2}{3}\right)^4$; з) $\left(2\frac{1}{2}\right)^3$.

10. Имеет ли смысл выражение:

- а) $6,3 : (2,5 \cdot 9 - 22,5)$; б) $(15 - 2,5 \cdot 6) : 4,2?$

11. Составьте какое-нибудь выражение, содержащее два знака действия, значение которого равно: а) 12; б) 0.

12. Используя три раза цифру 2, составьте выражение, значение которого равно: а) 6; б) 8; в) 3; г) 1.

13. Составьте числовое выражение для решения задачи: «Из двух населенных пунктов, расстояние между которыми 40 км, вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода. Какое расстояние будет между ними через 3 ч после выхода, если известно, что скорость одного пешехода 4 км/ч, а другого 5 км/ч?»

14. Решите задачу, составив выражение: «Один рабочий изготавливает за час 7 деталей, а другой 9 деталей. Сколько деталей они изготовят за 4 ч?»

15. Используя термины «сумма», «разность», «произведение» и «частное», прочитайте выражение:

- а) $8,5 - 7,3$; г) $5,6 + 0,9$; ж) $2,5 - (3,2 + 1,8)$;
б) $4,7 \cdot 12,3$; д) $2 \cdot 9,5 + 14$; з) $6,1 \cdot (8,4 : 4)$.
в) $65 : 1,3$; е) $(10 - 2,7) : 5$;

16. Запишите в виде выражения:

- а) сумму чисел 28 и 15; в) разность чисел 3 и 8,7;
б) произведение чисел 6 и 3; г) частное чисел 0,8 и 0,4.

Упражнения для повторения

17. Найдите 1% числа 240. Найдите 5%, 85%, 150% того же числа.

18. Найдите: а) 3% числа 500; б) 40% числа 15.

19. За несколько книг уплатили 5,2 р. Стоимость одной из книг составила 30%, а другой 45% израсходованных денег. На сколько копеек первая книга дешевле второй?

20. Площадь участка поля 80 га. Первый тракторист вспахал 40% этого участка, а второй 60% оставшейся части. Кто из них вспахал больше и на сколько гектаров?

21. На весь рейс шоферу отпустили 150 л бензина. Сколько литров бензина шофер израсходовал за рейс, если 12% его он сэкономил в пути?

2. ВЫРАЖЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМИ

Двигаясь со скоростью 60 км/ч, автомобиль за 2 ч пройдет 60·2 км, за 3 ч — 60·3 км, за 5 ч — 60·5 км. Вообще, за t ч он пройдет $60t$ км. Выражение $60t$ позволяет находить путь, пройденный автомобилем за разные промежутки времени t . Букву t в выражении $60t$ называют переменной, а само выражение $60t$ — выражением с переменной.

Приведем еще пример. Пусть длины сторон прямоугольника равны a см и b см. Тогда его площадь равна ab см². Выражение ab содержит две переменные a и b . Оно показывает, как находить площадь прямоугольника при различных значениях a и b . Например,

если $a=8$ и $b=11$, то $ab=8\cdot 11=88$;

если $a=25$ и $b=4$, то $ab=25\cdot 4=100$.

Если в выражение с переменными подставить вместо каждой переменной ее значение, то получится числовое выражение. Выполнив указанные в нем действия, получим число. Это число называют значением выражения с переменными при выбранных значениях переменных. Так, число 88 есть значение выражения ab при $a=8$ и $b=11$, число 100 есть значение этого выражения при $a=25$ и $b=4$.

Рассмотрим выражение $x(x+1)$. Для любого x можно вычислить соответствующее ему значение этого выражения. В таких случаях говорят, что выражение имеет смысл при всех значениях переменной.

Некоторые выражения имеют смысл не при всех значениях переменных. Так, дробь $\frac{2b}{b-3}$ при $b=3$ не имеет смысла. В этом случае $b-3=0$, а на нуль делить нельзя. При всех остальных значениях b это выражение имеет смысл.

22. Найдите значение выражения:

а) $9x(x-8)+13$ при $x=3$; в) $k+\frac{2}{3}\left(k-\frac{1}{5}\right)$ при $k=2$;

б) $(p+0,6)(p-0,6)$ при $p=1,4$; г) $5,5-(4m+1)$ при $m=\frac{1}{2}$.

23. Заполните таблицу, вычислив значения выражений $3x-1$ и $-3x+1$ для указанных значений x :

x	-2	-1	0	1	2	4	5
$3x-1$							
$-3x+1$							

24. Найдите значения выражений $10-2y$ и $10+2y$ и запишите их в соответствующие клетки таблицы:

y	-3	-1	0	2	3	4	6
$10-2y$							
$10+2y$							

25. Значения переменной x равны 5, 3, 0, -3 и 10. Найдите соответствующие значения выражений $(2x-5)x$ и $2x-(x+5)$.

26. Какие значения принимают сумма $x+y$ и произведение xy при следующих значениях переменных:

а) $x=1,2$, $y=-2,5$; в) $x=0,1$, $y=0,2$;
 б) $x=-0,8$, $y=3$; г) $x=-1,4$, $y=-1,6$?

27. Найдите значение выражения $5m-3n$, если:

а) $m=-\frac{2}{5}$, $n=\frac{2}{3}$; б) $m=0,2$, $n=-1,4$.

28. Вычислите значение выражения $\frac{1}{2}x-y$, если:

а) $x=2,4$, $y=0,8$; в) $x=4,8$, $y=-2,1$;
 б) $x=-3,6$, $y=5$; г) $x=-4,4$, $y=-3$.

29. Заполните таблицу значений выражения $a-2b$:

a	5	-2	4	1	6
b	-3	3	0	-1	4
$a-2b$					

30. При некоторых значениях x и y значение выражения $x - y$ равно 0,7. Какое значение принимает при тех же x и y выражение:

а) $y - x$; б) $\frac{1}{x-y}$?

31. Вычислите значение выражения:

а) $(2m + 6)n$ при $m = -2\frac{1}{2}$, $n = 3$;

б) $x - 2xy$ при $x = 5$, $y = -1$;

в) $ax - 3y$ при $a = 10$, $x = -5$, $y = -\frac{1}{3}$;

г) $ax + bx + c$ при $a = \frac{1}{2}$, $x = 2$, $b = -3$, $c = 5,8$.

32. В классе 35 учеников. Каждый из них получил бесплатно учебники по математике стоимостью 0,55 р. и остальные учебники общей стоимостью n р. Сколько денег было израсходовано, чтобы обеспечить этот класс учебниками?

33. Опытное поле разбили на два участка. Площадь первого участка a га, а второго b га. С каждого гектара первого участка собрали 32 ц пшеницы, а с каждого гектара второго участка 40 ц. Сколько пшеницы собрали с обоих участков? Вычислите при $a = 120$ га и $b = 80$ га.

34. На стройке работало 5 бригад, по a человек в каждой, и 3 бригады, по b человек в каждой. Сколько человек работало на стройке? Вычислите при $a = 25$ и $b = 32$.

35. Составьте выражения для вычисления площади каждой фигуры, изображенной на рисунке 1.

36. Ребро куба равно a м. От этого куба отрезали прямоугольный параллелепипед, высота которого равна h м (рис. 2). Найдите объем оставшейся части.

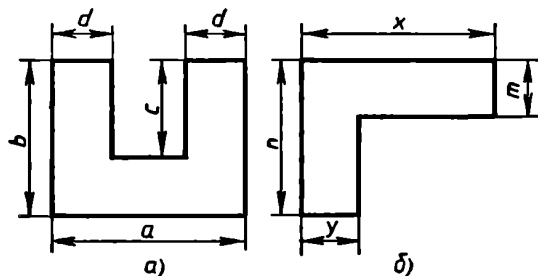


Рис. 1

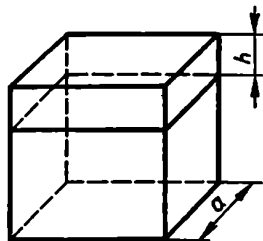


Рис. 2

37. Прочитайте, пользуясь терминами «сумма», «разность», «произведение» и «частное», выражения:

- | | | |
|--------------|---------------|------------------------|
| а) mx ; | г) $(a+5)x$; | ж) $\frac{a}{b} + c$; |
| б) $n-a$; | д) $m-8a$; | з) $ab+bc$; |
| в) $10+ab$; | е) $2x+1$; | и) $(a-b)(a+b)$. |

38. Запишите в виде выражения:

- | | |
|---|---|
| а) сумму чисел b и c ; | е) разность числа m и частного чисел x и y ; |
| б) разность чисел a и m ; | |
| в) квадрат числа x ; | ж) произведение суммы чисел a и b и числа c ; |
| г) куб числа y ; | |
| д) сумму числа x и произведения чисел a и b ; | з) произведение числа a и суммы чисел x и y . |

39. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

- а) $5y+2$; б) $\frac{18}{y}$; в) $\frac{1}{x-7}$; г) $\frac{m-1}{4}$; д) $\frac{7a}{3+a}$; е) $\frac{2b}{10-b}$?

Упражнения для повторения

40. Найдите число, если известно, что 3% этого числа равны 1,8.

41. После снижения цен на 30% стоимость часов стала равной 21 р. Сколько стоили часы до снижения цен?

42. Перевыполнив план на 15%, завод выпустил за месяц 230 станков. Сколько станков должен был выпустить за месяц завод по плану?

3. ФОРМУЛЫ

Для решения многих задач в общем виде составляют формулы, выражающие зависимости между переменными. Приведем примеры.

Пример 1. Пусть сторона квадрата равна a см. Тогда его площадь равна a^2 см². Обозначив площадь квадрата (в квадратных сантиметрах) буквой S , получим формулу

$$S = a^2.$$

Пример 2. Всякое четное число m равно некоторому целому числу n , умноженному на 2:

$$m = 2n.$$

При этом для каждого целого числа n число m , полученное по формуле $m = 2n$, является четным. Эту формулу называют формулой четного числа.

Пример 3. Если тело движется с одной и той же скоростью v м/с, то за t с оно пройдет vt м. Обозначив пройденный телом путь (в метрах) буквой s , получим формулу, выражающую зависимость между путем, скоростью и временем движения:

$$s = vt.$$

Обычно по смыслу задачи бывает ясно, какие значения могут принимать переменные в формулах. Например, в формуле площади квадрата $S = a^2$ переменная a может принимать любое положительное значение, но не может равняться нулю или принимать отрицательные значения. В формуле четного числа $m = 2n$ переменная n может принимать любые целые значения и не может принимать дробные значения.

43. Составьте формулу для вычисления периметра прямоугольника. Найдите по этой формуле периметр прямоугольника, стороны которого равны: а) 4,2 м и 3,5 м; б) 60 дм и 8 дм; в) 8,6 см и 1,2 см; г) 0,5 дм и 66 см.

44. Сформулируйте правило для нахождения периметра квадрата и запишите его в виде формулы. Найдите с помощью этой формулы периметр квадрата, если его сторона равна: а) 7,5 см; б) 2,1 дм; в) 0,7 м; г) 3,2 км.

45. Число a составляет $p\%$ числа b . Выразите a через p и b . Составьте задачу, которую можно решить с помощью полученной формулы, и решите ее.

46. Длину в дюймах можно выразить в сантиметрах по формуле $y = 2,54x$, где x — число дюймов, а y — соответствующее число сантиметров. Сколько сантиметров в одном дюйме? Составьте таблицу значений y для $x = 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40$.

47. Масса 1 см³ вещества равна ρ г. Составьте формулу для вычисления массы m вещества в граммах, если его объем равен V см³. Найдите по формуле массу: а) 240 см³ пробки, для которой $\rho = 0,18$; б) 120 см³ серебра, для которого $\rho = 10,5$.

48. Двигаясь со скоростью v км/ч, автомобиль пройдет s км за t ч. Составьте формулу для вычисления скорости автомобиля. Пользуясь этой формулой, найдите v , если:

а) $s = 270$, $t = 2$; б) $s = 240$, $t = 3$; в) $s = 315$, $t = 3,5$.

49. Составьте формулу числа:

а) кратного 3; б) кратного 5; в) кратного 10.

50. Напишите формулу числа, кратного 7. Найдите по этой формуле два трехзначных числа, кратных 7.

51. Составьте формулу нечетного числа.

Упражнения для повторения

52. Сколько процентов составляет число 8 от числа 200?

53. В цехе работало 90 рабочих. В результате механизации ручного труда в цехе ту же работу стали выполнять 54 человека. На сколько процентов сократилось число рабочих в цехе?

54. Найдите значение выражения:

- а) $37,6 - 5,84 + 3,95 - 8,9$; в) $17,1 \cdot 3,8 : 4,5 \cdot 0,5$;**
б) $81 - 45,34 + 19,6 + 21,75$; г) $81,9 : 4,5 : 0,28 \cdot 1,2$.

§ 2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ

4. СВОЙСТВА ДЕЙСТВИЙ НАД ЧИСЛАМИ

Напомним основные свойства сложения и умножения чисел.

1. Переместительное свойство: для любых чисел a и b верны равенства

$$a + b = b + a, \quad ab = ba.$$

2. Сочетательное свойство: для любых чисел a , b и c верны равенства

$$(a + b) + c = a + (b + c), \quad (ab)c = a(bc).$$

3. Распределительное свойство: для любых чисел a , b и c верно равенство

$$a(b + c) = ab + ac.$$

Из переместительного и сочетательного свойств сложения следует, что в любой сумме можно как угодно переставлять слагаемые и произвольным образом объединять их в группы.

Например, в сумме $a + b + c + d$, где a , b , c и d — произвольные числа, можно объединить первое слагаемое с четвертым, а второе с третьим:

$$a + b + c + d = (a + d) + (b + c).$$

Из переместительного и сочетательного свойств умножения следует, что в любом произведении можно как угодно

переставлять множители и произвольным образом объединять их в группы.

Например, в произведении $abcd$, где a , b , c и d — произвольные числа, можно объединить первый множитель с третьим, а второй с четвертым:

$$abcd = (ac) \cdot (bd).$$

Распределительное свойство распространяется на случай, когда число умножается на сумму трех и более слагаемых. Например,

$$a(b + c + d) = ab + ac + ad$$

для любых чисел a , b , c и d .

Мы знаем, что вычитание можно заменить прибавлением числа, противоположного вычитаемому: $a - b = a + (-b)$. Это позволяет числовое выражение вида $a - b$ считать суммой чисел a и $-b$, числовое выражение вида $a + b - c - d$ считать суммой чисел a , b , $-c$ и $-d$ и т. п.

Для таких сумм также справедливы рассмотренные свойства действий. Например, применив к выражению $a(b - c + d)$ распределительное свойство умножения с учетом правила знаков, получим:

$$a(b - c + d) = ab - ac + ad.$$

Использование свойств действий иногда позволяет упрощать вычисления. Приведем примеры.

Пример 1. Найдём значение выражения $3,27 - 6,5 - 2,5 + 1,73$.

Это выражение является суммой чисел $3,27$, $-6,5$, $-2,5$ и $1,73$. Имеем: $3,27 - 6,5 - 2,5 + 1,73 = (3,27 + 1,73) + (-6,5 - 2,5) = 5 - 9 = -4$.

Пример 2. Найдём значение произведения $1,25 \cdot 4,3 \cdot 8$.

$$1,25 \cdot 4,3 \cdot 8 = (1,25 \cdot 8) \cdot 4,3 = 10 \cdot 4,3 = 43.$$

Пример 3. Найдём значение выражения $5\frac{2}{17} \cdot 17$.

$$5\frac{2}{17} \cdot 17 = \left(5 + \frac{2}{17}\right) \cdot 17 = 5 \cdot 17 + \frac{2}{17} \cdot 17 = 85 + 2 = 87.$$

55. Какие свойства действий позволяют, не выполняя вычислений, утверждать, что верно равенство:

- а) $247 + 35 = 35 + 247$; в) $14 + (16 + 97) = (14 + 16) + 97$;
б) $84 \cdot 19 = 19 \cdot 84$; г) $25 \cdot (4 + 7) = 25 \cdot 4 + 25 \cdot 7$

56. Вычислите наиболее рациональным способом:

- а) $3,17 + 10,2 + 0,83 + 9,8$; в) $15,21 - 3,9 - 4,7 + 6,79$;
б) $4,11 + 15,5 + 0,89 + 4,4$; г) $-4,17 + 3,8 - 5,83 - 3,3$.

57. Найдите значение выражения:

- а) $8,91 + 25,7 + 1,09$; в) $7,15 - 9,42 + 12,85 - 0,58$;
б) $6,64 + 7,12 + 2,88$; г) $18,9 - 6,8 - 5,2 - 4,1$.

58. Выполните действие и объясните, какие свойства сложения были при этом использованы:

- а) $5\frac{1}{8} + 13\frac{3}{4}$; б) $19\frac{5}{6} + 10\frac{1}{3}$.

59. Найдите значение выражения:

- а) $5\frac{3}{4} - 2\frac{1}{7} + 1\frac{1}{4} - 4\frac{6}{7}$; б) $8\frac{2}{3} - 6\frac{3}{5} - 2\frac{2}{5} + 1\frac{7}{9}$.

60. Вычислите наиболее рациональным способом:

- а) $50 \cdot 1,34 \cdot 0,2$; в) $25 \cdot (-15,8) \cdot 4$;
б) $-75,7 \cdot 0,5 \cdot 20$; г) $0,47 \cdot 0,4 \cdot 25$.

61. Используя распределительное свойство умножения, выполните действие:

- а) $3\frac{1}{8} \cdot 5$; б) $7 \cdot 2\frac{3}{7}$; в) $2\frac{2}{5} \cdot 10$; г) $6 \cdot 4\frac{5}{12}$.

62. Найдите значение выражения:

- а) $3,5 \cdot 6,8 + 3,5 \cdot 3,2$; б) $12,4 \cdot 14,3 - 12,4 \cdot 4,3$.

63. Вычислите:

- а) $15,7 \cdot 3,09 + 15,7 \cdot 2,91$; б) $4,03 \cdot 27,9 - 17,9 \cdot 4,03$.

64. Докажите, что:

- а) сумма $24 \cdot 17 + 17 \cdot 6$ делится на 5;
б) сумма $34 \cdot 85 + 34 \cdot 36$ делится на 11.

Упражнения для повторения

65. Для детского сада купили a наборов карандашей и b альбомов для рисования. Набор карандашей стоит 25 к., а альбом на 10 к. дешевле. Какова стоимость покупки?

66. Автомобиль двигался t ч со скоростью 60 км/ч и p ч со скоростью 50 км/ч. Какова средняя скорость автомобиля?

5. ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЫРАЖЕНИЙ

Рассмотрим выражения $x(y+7)$ и $xy+7x$. Вычислим их значения при $x=9$ и $y=-2$:

$$x(y+7)=9 \cdot (-2+7)=45,$$

$$xy+7x=9 \cdot (-2)+7 \cdot 9=45.$$

Мы видим, что при $x=9$ и $y=-2$ соответственные значения выражений $x(y+7)$ и $xy+7x$ равны. Из распределительного и переместительного свойств умножения следует, что соответственные значения этих выражений равны при любых значениях переменных. О таких выражениях говорят, что они тождественно равны.

О п р е д е л е н и е. Два выражения называются тождественно равными, если при любых значениях переменных соответственные значения этих выражений равны.

При решении уравнений, вычислении значений выражений и в ряде других случаев одни выражения заменяют другими, тождественно равными им. Замену одного выражения другим, тождественно равным ему выражением, называют тождественным преобразованием или просто преобразованием выражения. Тождественные преобразования выражений с переменными выполняются на основе свойств действий над числами.

Мы уже встречались с тождественными преобразованиями выражений. К ним относятся, например, приведение подобных слагаемых, раскрытие скобок.

П р и м е р 1. Приведем подобные слагаемые в сумме $5x+2x-3x$.

Чтобы привести подобные слагаемые, надо, как известно, сложить их коэффициенты и результат умножить на общую буквенную часть.

Имеем:

$$5x+2x-3x=(5+2-3)x=4x.$$

Выполненное преобразование основано на распределительном свойстве умножения.

П р и м е р 2. Раскроем скобки в выражении $2a+(b-3c)$.

Воспользуемся правилом раскрытия скобок, перед которыми стоит знак «плюс»: если перед скобками стоит знак «плюс», то скобки можно опустить, сохранив знак каждого слагаемого, заключенного в скобки. Получим:

$$2a+(b-3c)=2a+b-3c.$$