М.С. Урмаев

Орбитальные методы космической геодезии

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 528
ББК 38.2
У69

Урмаев М.С.
У69 Орбитальные методы космической геодезии / М.С. Урмаев – М.: Книга по Требованию, 2013. – 254 с.

ISBN 978-5-458-29760-8

В монографии изложены вопросы применения орбитальных методов при определении координат пунктов наблюдения ИСЗ, а также для координатно-временной привязки результатов космических съёмок поверхности Земли. Приводятся используемые в космической геодезии системы отсчета, необходимые сведения из теории движения ИСЗ, методы вычисления матрицы изохронных производных, вопросы численного интегрирования дифференциальных уравнений движения ИСЗ.Книга предназначена для научных сотрудников и инженеров в области геодезии, геофизики, практической астрономии, геологии, которым в своей деятельности приходится использовать орбитальные измерения для определения орбит и координат пунктов. Она написана с расчетом на использование в качестве учебного пособия для студентов старших курсов геодезических вузов и университетов, изучающих космическую геодезию.

ISBN 978-5-458-29760-8

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Серия Книжный Ренессанс
www.samizday.ru/reprint

Обычно задача в такой общей постановке приводит к группе методов, называемых динамическими методами космической геодезии, в результате применения которых совместно определяются координаты станции наблюдения, элементы орбиты и постоянные, характеризующие внешнее гравитационное поле планеты.

В этой книге рассматриваются достаточно подробно все аспекты другой более частной задачи. Будем предполагать, что модели сил, действующих на искусственный спутник, известны a priori с точностью, обеспечивающей адекватность математической модели движения реальному движению, а по результатам наблюдений требуется определить координаты пунктов наблюдения и начальные условия интегрирования дифференциальных уравнений, описывающих движение. Задача в этой постановке приводит к группе методов, называемых орбитальными. Таким образом, орбитальными называются все методы космической геодезии, основанные на использовании теории движения ИСЗ и предполагающие известными модели действующих на ИСЗ сил. Если орбитальный метод реализуется на очень небольшом, например в 2—3 мин, интервале, то при экстраполяции положения и скорости ИСЗ достаточно ограничиться учетом лишь основных возмущений, что существенно облегчает задачу интегрирования дифференциальных уравнений движения. Такой способ получил название метода коротких дуг.

При решении ряда практических задач (особенно навигационных) часто полагают, что координаты и составляющие скорости ИСЗ для моментов измерений известны и не нуждаются в уточнении, в этом случае ИСЗ является своеобразным носителем координат и определение положений пунктов наблюдений сводится к решению обратных пространственных засечек.

Замечательным свойством орбитальных методов является их автономность, отсутствие необходимости в синхронизации наблюдений. При этом положение пунктов определяется в единой системе координат с началом в центре масс планеты. Таким образом, преимуществом их перед геометрическими методами является возможность определения «абсолютных» положений пунктов, в то время как геометрические методы всегда дают только относительные положения. Но орбитальные методы требуют точного знания моделей действующих сил и гораздо сложнее геометрических методов при математической обработке результатов измерений. Поэтому успешное развитие орбитальных методов тесно связано с успехами в смежных областях — в гравиметрии, физике атмосферы, астрометрии и т. д., а также с прогрессом современной вычислительной техники.

Отечественный опыт использования орбитальных методов в геодезических целях обобщен в книге Е. Г. Бойко, Б. М. Кленицкого, И. М. Ландис и Г. А. Устинова [17], а также в ряде статей. Развитие орбитальных методов в геодезии также во многом зависит от состояния теории движения искусственных спутников. Два последних десятилетия характеризуются бурным развитием этой прикладной отрасли небесной механики. Здесь прежде всего необходимо назвать работы советских ученых — Е. П. Аксенова [2, 3], В. Г. Демина [11], И. Д. Жонголовича [14, 15], В. Н. Брандина [5, 6], Ю. В. Плахова [40], Л. П. Пеллинена [39], Г. Н. Разоренова [6], П. Е. Эльясберга [59], В. Д. Ястребова [62] и многих других.

Возникло новое направление в науке о космосе — экспериментальная космическая баллистика. В работе [6] рассматриваются математические аспекты космической баллистики и, в частности, систематически излагаются теория и свойства переходных матриц (матрицантов), необходимые для корректной алгоритмизации орбитального метода. В связи с развитием теории определения орбит космических аппаратов возникли также новые проблемы — корректности постановки, адекватности математической модели движения и наблюдаемости, т. е. установления однозначного соответствия между множеством фазовых состояний космического аппарата и множеством измерений. При этом решается вопрос о возможности определения орбиты при данном составе измерений и одновременно оптимизируются как состав измерений, так и расположение измерительных пунктов и частота и время измерений. Последовательное изложение этих вопросов можно найти в работах [5], [6].

Все большее значение при решении задач реализации орбитальных методов приобретают методы статистической обработки траекторных измерений и применение теории ошибок и метода наименьших квадратов при определении орбит. Этот вопрос исследуется в работах П. Е. Эльясберга [59], Б. Ф. Жданюка [13], В. И. Мудрова и В. Л. Кушко [33, 34]. Весьма важны также принципиальные вопросы уравнительных вычислений и оценки точности полученных результатов, а также методы решения переопределенных нелинейных систем, рассмотренные в работах В. Д. Большакова [4], Л. В. Кантаровича [18], Линника Ю. В. [29] и других ученых, работающих в области математической обработки геодезических измерений.

Большой вклад в разработку методов космической геодезии и, в частности, орбитального метода внесли труды зарубежных ученых Г. Вейса [10, 45], В. Каулы [19, 20], П. Эскобала [61], И. Козаи [23], К. Арнольда [63], М. Бурши [9] и многих других.

ГЛАВА 1

ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОРБИТАЛЬНЫХ МЕТОДОВ В КОСМИЧЕСКОЙ ГЕОДЕЗИИ

§ 1. Системы отсчета, постоянные и единицы

В исследованиях, учитывающих закономерности движения ИСЗ относительно центра масс Земли, необходимо задать инерциальную систему отсчета, по отношению к которой массивные физические объекты, не подверженные действию внешних сил, перемещаются по прямым линиям и с постоянной скоростью.

Строго говоря, геоцентрические системы отсчета не являются инерциальными вследствие движения Земли вокруг Солнца и ускоренного движения самого Солнца в пространстве. Но если рассматривать движение искусственного спутника Земли, который перемещается в пространстве вместе с Землей, то движение Земли не отразится на основных динамических уравнениях. Таким образом, при решении ряда вопросов, связанных с теорией движения ИСЗ, удовлетворительной можно считать геоцентрическую систему координат, оси которой привязаны к далеким звездам или галактикам.

В качестве такой практически инерциальной системы координат будем принимать среднюю экваториальную систему координат, фиксированную для некоторой эпохи T_0 данными фундаментального каталога положений и собственных движений ряда звезд. Располагая значениями постоянных прецессии, можно воспроизводить эту систему отсчета для любой другой эпохи.

Наиболее точной фундаментальной системой современности является система ярких звезд FK-4, созданная на основании меридианных наблюдений этого столетия.

1. Фундаментальная система координат.

В фундаментальной инерциальной системе координат начало o (рис. 1) располагается в центре масс Земли. Ось x направлена к средней точке весеннего равноденствия $\Upsilon_{\text{ср}}$ в эпоху T_0, а ось z перпендикулярна к среднему экватору эпохи T_0. В космических исследованиях в качестве эпохи T_0 принята эпоха $T_0=1950{,}0$, т. е. начало Бесселева тропического года 1950, которому соответствует момент всемирного времени $22^h05^m42^s$ 31 декабря 1949 г. или юлианская дата JD = 2 433 282,4234.

В дальнейшем будем пользоваться модифицированными юлианскими днями (MJD), которые отсчитываются от юлианского дня 2 400 000,5; тогда

$$\mathrm{MJD} = \mathrm{JD} - 2\,400\,000{,}5,$$

и эпоха T_0 фундаментальной системы определится как $T_0 = 33\,281{,}9234$ MJD.

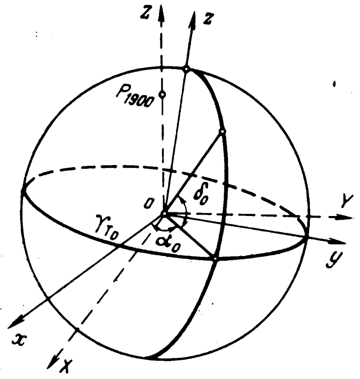

Рис. 1

Преобразование системы отсчета для любой другой эпохи T будем выполнять на основании следующей формулы ортогональных преобразований:

$$\bar{\mathbf{r}}_T^0 = \mathbf{\Pi}\bar{\mathbf{r}}_{T_0}^0, \qquad (1.1)$$

где $\bar{\mathbf{r}}_{T_0}^0$ — единичный вектор направления на звезду, отнесенный к равноденствию T_0, но исправленный поправками за собственное движение звезды за промежуток $(T—T_0)$; $\bar{\mathbf{r}}_T^0$ — единичный вектор направления на звезду в средней инерциальной системе отсчета на эпоху T, $\mathbf{\Pi}$ — ортогональная матрица прецессии.

Таким образом,

$$\bar{\mathbf{r}}_{T_0}^0 = \begin{pmatrix} \cos\alpha_0 \cos\delta_0 \\ \sin\alpha_0 \cos\delta_0 \\ \sin\delta_0 \end{pmatrix}_{T_0}, \qquad (1.2)$$

где α_0 и δ_0 — прямое восхождение и склонение звезды, отнесенные к равноденствию эпохи T_0 и положению на эпоху T,

$$\bar{\mathbf{r}}_T^0 = \mathbf{\Pi}\begin{pmatrix} \cos\alpha_0 \cos\delta_0 \\ \sin\alpha_0 \cos\delta_0 \\ \sin\delta_0 \end{pmatrix}_{T_0}. \qquad (1.3)$$

Ортогональная матрица прецессии $\mathbf{\Pi}$ определяется по формуле [46]

$$\mathbf{\Pi} = \begin{bmatrix} -\sin\varkappa\sin\omega + \cos\varkappa\cos\omega\cos\nu & -\cos\varkappa\sin\omega - \sin\varkappa\cos\omega\cos\nu & -\cos\omega\sin\nu \\ \sin\varkappa\cos\omega + \cos\varkappa\sin\omega\cos\nu & \cos\varkappa\cos\omega - \sin\varkappa\sin\omega\cos\nu & -\sin\omega\sin\nu \\ \cos\varkappa\sin\nu & -\sin\varkappa\sin\nu & \cos\nu \end{bmatrix}, \qquad (1.4)$$

где эйлеровы углы $\varkappa$, ω и ν определяются из выражений

$$\left.\begin{aligned} \varkappa &= 0{,}063107''(\mathrm{MJD} - 33\,282{,}0), \\ \omega &= 0{,}063107''(\mathrm{MJD} - 33\,282{,}0), \\ \nu &= 0{,}054875''(\mathrm{MJD} - 33\,282{,}0); \end{aligned}\right\} \qquad (1.5)$$

в формулах (1.5) MJD — модифицированная юлианская дата, соответствующая эпохе T.

2. Гринвичская система координат.

Для определения положений объектов, вращающихся вместе с Землей, необходимо располагать геоцентрической системой координат, жестко фиксированной в теле Земли. В качестве земной геоцентрической системы координат будет применять гринвичскую систему координат $oXYZ$, которая определяется следующим образом (см. рис. 1).

Начало координат расположено в центре масс Земли, ось Z направлена к среднему северному полюсу Земли 1900—1905 гг. Ось X лежит в плоскости земного экватора и направлена в точку пересечения среднего гринвичского меридиана со средним экватором 1900—1905 гг.

Переход от фундаментальной системы координат эпохи $T_0=$ $=1950{,}0$ к гринвичской системе осуществляется в такой последовательности:

1) фундаментальная система с учетом действия прецессии воспроизводится для эпохи T;

2) с учетом действия нутации от средней системы координат эпохи T переходят к истинной системе этой же эпохи;

3) с учетом координат δx_p и δy_p мгновенного полюса Земли эпохи T относительно среднего полюса 1900—1905 гг. ось Z истинной системы координат эпохи T направляется в средний полюс Земли 1900—1905 гг., после чего плоскость oXY совпадет с плоскостью среднего экватора 1900—1905 гг.;

4) выполняется поворот системы координат вокруг нового положения оси Z на угол, численно равный истинному звездному времени S в Гринвиче для эпохи T.

Таким образом, переход от инерциальной системы координат эпохи $T_0=1950{,}0$ к гринвичской системе координат можно представить в виде соотношения

$$\mathbf{R}_G = |\,r\,|\,\mathbf{SPN\Pi}\bar{\mathbf{r}}^0_{T_0}, \tag{1.6}$$

где $\mathbf{\Pi}$ — матрица прецессии, $\mathbf{N}$ — матрица нутации, $\mathbf{P}$ — матрица, учитывающая движение мгновенного полюса, $\mathbf{S}$ — матрица поворота вокруг направления в средний полюс на угол, численно равный истинному звездному времени в Гринвиче, $|r|$ — геоцентрическое расстояние объекта, $\bar{\mathbf{R}}_G$ — вектор положения объекта в гринвичской системе координат

$$\mathbf{R}_G = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}. \tag{1.7}$$

Матрица прецессии $\mathbf{\Pi}$ получается на основании формулы (1.4). Матрица нутации $\mathbf{N}$ определяется по формуле

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\mu & -\Delta\nu \\ \Delta\mu & 1 & -\Delta\varepsilon \\ \Delta\nu & \Delta\varepsilon & 1 \end{bmatrix}, \tag{1.8}$$

где $\Delta\mu$, $\Delta\nu$ и $\Delta\varepsilon$ — составляющие нутации по прямому восхождению, склонению и наклону эклиптики. С погрешностью менее 0,2″ для вычисления этих углов могут быть использованы следующие выражения:

$$\left.\begin{aligned}\Delta\mu &= 10^{-6}\,[-76{,}7\sin A + 0{,}9\sin 2A - 5{,}7\sin 2B - 0{,}9\sin 2C];\\ \Delta\nu &= 10^{-6}\,[-33{,}3\sin A + 0{,}4\sin 2A - 2{,}5\sin 2B - 0{,}4\sin 2C];\\ \Delta\varepsilon &= 10^{-6}\,[44{,}7\cos A - 0{,}4\cos 2A + 2{,}7\cos 2B + 0{,}4\cos 2C];\end{aligned}\right\} \tag{1.9}$$

где углы A, B и C вычисляются так:

$$\left.\begin{aligned}A &= 12{,}1128^{\circ} - 0{,}0529539^{\circ}\,t;\\ B &= 280{,}0812^{\circ} + 0{,}9856473^{\circ}\,t;\\ C &= 64{,}3824^{\circ} + 13{,}1763960^{\circ}\,t,\end{aligned}\right\} \tag{1.10}$$

а аргумент $t = \mathrm{MJD} - 33282{,}0$.

Матрица **P** имеет вид

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \delta x_p \\ 0 & 1 & -\delta y_p \\ -\delta x_p & \delta y_p & 1 \end{bmatrix}, \tag{1.11}$$

где δx_p и δy_p — координаты мгновенного полюса относительно среднего полюса 1900—1905 гг., выраженные в радианах.

Значения δx_p и δy_p координат мгновенного полюса периодически публикует Международное бюро времени (BIH) в Circulaires BIH, издаваемых в Париже, причем Circulaire B и D дают наблюденные значения координат полюса, а Circulaire C — их экстраполированные значения.

Матрица **S** имеет вид

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \cos S & \sin S & 0 \\ -\sin S & \cos S & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{1.12}$$

где S — истинное звездное время в Гринвиче.

Истинное звездное время в Гринвиче можно определить по формуле

$$S = \tilde{S} + \Delta\mu, \tag{1.13}$$

где $\tilde{S}$ — среднее звездное время в Гринвиче, а $\Delta\mu$ — нутация по прямому восхождению.

С точностью до 0,2″ для вычисления истинного звездного времени можно использовать формулу Ньюкомба, представляющую звездное время как функцию среднего солнечного времени и принятую Международным Астрономическим Союзом (МАС).

С учетом нутации $\Delta\mu$ по прямому восхождению формула Ньюкомба имеет вид

$$S = 100{,}075542^\circ + 360{,}985647348^\circ t + 0{,}2900^\circ \cdot 10^{-12} t^2 - \\ - 4{,}392^\circ \cdot 10^{-3} \sin A + 0{,}053^\circ \cdot 10^{-3} \sin 2A - \\ - 0{,}325^\circ \cdot 10^{-3} \sin 2B - 0{,}050^\circ \cdot 10^{-3} \sin 2C, \qquad (1.14)$$

где аргументы A, B и C и t определяются формулами (1.10).

На практике обсерватории определяют звездное время по своим наблюдениям и вычисляют S по формуле (1.14). Время, полученное из непосредственных наблюдений, образует систему UTO, не являющуюся равномерной временной шкалой вследствие движения мгновенного полюса, сезонных вариаций скорости вращения Земли, обусловленных метеорологическими причинами, а также вековым замедлением скорости вращения Земли из-за приливного трения и ее флуктуациями, связанными с солнечной активностью.

Обсерватории, объединенные в Международную службу движения полюсов (МСДП), определяют две поправки к UTO — поправку $\Delta\lambda$, обусловленную отклонением мгновенного полюса относительно среднего, и поправку ΔT_s, обусловленную сезонными вариациями скорости вращения Земли. Введение этих поправок образует соответственно системы $UT1 = UTO + \Delta\lambda$ и $UT2 = UT1 + \Delta T_s$. Система UT2 является квазиравномерной шкалой, наилучшим образом приближающейся к равномерной шкале времени.

Шкала атомного времени ТА получается на основании использования молекулярных и атомных высокостабильных эталонов для регулировки кварцевых часов. Эта шкала практически равномерна (с точностью до 10^{-11}), тогда как единица времени, определяемая по гелиоцентрическому движению Земли, имеет точность 10^{-9}. За 1 атомную секунду принят промежуток времени, в течение которого происходит 9192631770 колебаний атома цезия.

В СССР принята шкала атомного времени ТА-1. Она основана на двух кварцевых часах, которые регулируются цезиевым эталоном частоты. Нуль-пункт шкалы ТА-1 совпадает с моментом 1964, янв. 1, 12^hUT2, для этого момента ТА-1=UT2. Разность шкал UT2—ТА-1 публикуется в бюллетенях «Эталонное время».

Поскольку сезонные вариации скорости вращения Земли не подчиняются каким-либо закономерностям, не существует и аналитических формул, связывающих ТА-1 и UT2.

Однако существует шкала всемирного согласованного времени TUC, которая введена для согласования шкал времени ТА и UT2 при помощи одних и тех же сигналов времени.

3. Геодезические системы координат.

Геодезические системы координат определяются геодезическими координатами B_0, L_0 и H_0 в исходном пункте и параметрами $\tilde{a}$ и $\tilde{e}$ (большая полуось и эксцентриситет) принятого референц-эллипсоида. Поскольку до недавнего времени реализация гринвичской системы координат была невозможна, в геодезических работах использовались и используются геодезические координаты. Они могут быть заданы в форме прямоугольных координат ($X_г$, $Y_г$, $Z_г$) либо криволинейных (B, L, H), связь между которыми устанавливается формулами (рис. 2)

$$\mathbf{R}_г = \begin{pmatrix} X_г \\ Y_г \\ Z_г \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N+H)\cos B \cos L \\ (N+H)\cos B \sin L \\ [N(1-\tilde{e}^2)+H]\sin B \end{pmatrix} = R_г \begin{pmatrix} \cos\Phi\cos L \\ \cos\Phi\sin L \\ \sin\Phi \end{pmatrix}, \quad (1.15)$$

где N — радиус кривизны первого вертикала, Φ — геоцентрическая широта, причем

$$N = \frac{\tilde{a}}{\sqrt{1-\tilde{e}^2\sin^2 B}} = \tilde{a}\left(1+\frac{\tilde{e}^2}{2}\sin^2 B + \right.$$
$$\left. + \frac{3}{8}\tilde{e}^4\sin^4 B + \frac{5}{16}\tilde{e}^6\sin^6 B + \ldots\right). \quad (1.16)$$

Формулы обратного перехода имеют вид

$$\operatorname{tg} L = \frac{Y_г}{X_г}, \quad (1.17)$$

$$\operatorname{tg} B = \frac{Z_г + N\tilde{e}^2\sin^2 B}{X_г\cos L + Y_г\sin L}, \quad (1.18)$$

$$H = \frac{X_г}{\cos B\cos L} - N = \frac{Y_г}{\cos B\sin L} - N = \frac{Z_г}{\sin B} - N(1-\tilde{e}^2). \quad (1.19)$$

Вычисление геодезической широты B по формуле (1.18) выполняется методом последовательных приближений. При этом в качестве начального значения широты можно принять значение, полученное по формуле

$$\operatorname{tg} B^{(0)} = \frac{Z_г + \tilde{a}\tilde{e}^2\sin^2 B}{X_г\cos L + Y_г\sin L}. \quad (1.20)$$

В общем случае система геодезических координат сдвинута и развернута на небольшие углы относительно гринвичской системы координат. Начало геодезической системы координат не совпадает с центром масс Земли, так как его положение по отношению к поверхности Земли неизвестно. Разворот геодезической системы относительно гринвичской возникает вследствие ошибок астрономических определений при ориентации геодезической системы. Ошибка астрономической ориентации геодезической системы координат может быть представлена в виде трех составляющих — в азимуте dA, в плоскости мери-

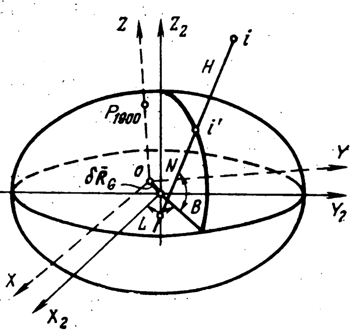

Рис. 2

диана $d\xi$ и плоскости первого вертикала $d\eta$. Эти углы невелики и во всяком случае не превышают погрешностей современных астрономических определений, т. е. 1—2″.

Таким образом, преобразование геодезических координат в гринвичские можно представить формулой
где

$$\bar{\mathbf{R}}_G = \mathbf{R}_г + \delta\bar{\mathbf{R}}_G + \Pi_a \delta\bar{\mathbf{R}}^0, \tag{1.21}$$

где $\bar{\mathbf{R}}_G = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$ — вектор положения в гринвичской системе координат; $\bar{\mathbf{R}}_г = \begin{pmatrix} X_г \\ Y_г \\ Z_г \end{pmatrix}$ — вектор положения в геодезической системе координат; $\delta\bar{\mathbf{R}}_G = \begin{pmatrix} \delta X \\ \delta Y \\ \delta Z \end{pmatrix}$ — вектор сдвига начала геодезической системы относительно начала гринвичской системы; $\delta\bar{\mathbf{R}}^0 = \begin{pmatrix} dA \\ d\xi \\ d\eta \end{pmatrix}$ — единичный вектор погрешностей ориентировки геодезической системы координат;

Π_a — матрица преобразования, имеющая вид [45]:

$$\Pi_a = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \tag{1.22}$$

элементы которой определяются выражениями

$$\left.\begin{aligned}
a_{11} &= \sin B_0 \Delta Y_г - \cos B_0 \sin L_0 \Delta Z_г; \\
a_{12} &= \cos L_0 \Delta Z_г; \\
a_{13} &= -\cos B_0 \Delta Y_г - \sin B_0 \sin L_0 \Delta Z_г; \\
a_{21} &= -\sin B_0 \Delta X_г + \cos B_0 \cos L_0 \Delta Z_г; \\
a_{22} &= \sin L_0 \Delta Z_г; \\
a_{23} &= \cos B_0 \Delta X_г + \sin B_0 \cos L_0 \Delta Z_г; \\
a_{31} &= \cos B_0 \sin L_0 \Delta X_г - \cos B_0 \cos L_0 \Delta Y_г; \\
a_{32} &= \cos B_0 \Delta X_г + \sin B_0 \Delta Y_г; \\
a_{33} &= \sin B_0 \sin L_0 \Delta X_г - \sin B_0 \cos L_0 \Delta Y_г,
\end{aligned}\right\} \tag{1.23}$$

где $$\Delta X_г = X_г - X_г^0; \quad \Delta Y_г = Y_г - Y_г^0; \quad \Delta Z_г = Z_г - Z_г^0; \tag{1.24}$$

$X_г^0$, $Y_г^0$ и $Z_г^0$ — координаты начала геодезической системы.

Поскольку величины dA, $d\xi$ и $d\eta$ малы и их значения неизвестны, в дальнейшем будем предполагать, что разворот геодезической системы относительно гринвичской отсутствует и имеет место лишь сдвиг, т. е.

$$\mathbf{R}_G = \mathbf{R}_г + \delta\bar{\mathbf{R}}_G. \tag{1.25}$$

Координаты вектора $\delta\bar{\mathbf{R}}_G$ начала геодезической системы, приведенного к гринвичской системе, есть функции абсолютного уклонения отвеса (ξ_0, η_0 и ζ_0) в начальном пункте геодезической системы, составляющие которого в меридиане ξ_0, первом вертикале η_0 и по высоте ζ_0 выражены в линейной мере

$$\delta\bar{\mathbf{R}}_G = \begin{bmatrix} \delta X_0 \\ \delta Y_0 \\ \delta Z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin B_0 \cos L_0 & \sin L_0 & -\cos B_0 \cos L_0 \\ \sin B_0 \sin L_0 & -\cos L_0 & -\cos B_0 \sin L_0 \\ -\cos B_0 & 0 & -\sin B_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_0 \\ \eta_0 \\ \zeta_0 \end{bmatrix}. \tag{1.26}$$

4. Динамическая система координат (u, v, w). Как мы уже отмечали, движение космических аппаратов следует представлять в системе отсчета, принятой в качестве инерциальной, но в этом случае в основные динамические уравнения войдут члены, учитывающие косвенные лунно-солнечные возмущения, обусловленные прецессией и нутацией экваториальной плоскости Земли. Если же описывать движение КА в гринвичской системе координат, то в динамических уравнениях будут появляться члены, связанные с тем, что гринвичская система не является инерциальной.

Таким образом, для построения точных аналитических теорий движения необходим компромиссный выбор системы координат, в которой Земля, хотя и незначительно, перемещается, но возникающие из-за этого члены малы.

Такую квазиинерциальную динамическую систему координат предложил Г. Вейс [10]. Козаи доказал, что эта система координат является оптимальной для динамических исследований. В рассматриваемой системе координат (u, v, w) положение КА связано с равноденствием эпохи T_0=1950,0 и мгновенным экватором эпохи наблюдений T. При этом эклиптика вообще исключается из системы отсчета. Особенностью этой системы является то, что ее отклонения от инерциальной системы не влияют на короткопериодические возмущения от гравитационного поля Земли. Часовой угол точки весеннего равноденствия (звездное время), который связывает эту систему с гринвичской системой координат, является простой линейной функцией времени UT1 и называется модифицированным звездным временем (MST).

Началом динамической системы координат является центр масс Земли, ось w направлена в мгновенный полюс Земли в эпоху T, а ось u — в точку Υ', лежащую в плоскости истинного экватора эпохи T на угловом расстоянии $\mu + \Delta\mu$ (прецессия и нутация от 1950,0 до эпохи T) к востоку от истинной точки весеннего равноденствия Υ эпохи T. Таким образом, эта система не