

Миланкович М.

**Математическая
климатология и
астрономическая теория
колебаний климата**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 82-3
ББК 84-4
М11

М11 **М. М.**
Математическая климатология и астрономическая теория колебаний климата
/ Миланкович М. – М.: Книга по Требованию, 2022. – 207 с.

ISBN 978-5-519-96447-0

ISBN 978-5-519-96447-0

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2022

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2022

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

ВВЕДЕНИЕ

Под климатологией обычно понимают изучение и описание среднего состояния и нормальных изменений погоды в различных местах земной поверхности. Необходимые для этого данные получаются путем статистической обработки многолетних непосредственных метеорологических наблюдений. Поэтому климатология в ее современном состоянии является чисто эмпирической наукой. Только в метеорологии мы имеем переход к теории, так как эта наука стремится объяснить явления погоды на основе законов физики и таким образом открыть зависимость между климатическими явлениями и их основными причинами.

Важнейшей причиной всех тепловых явлений на земной поверхности и в атмосфере является солнечная радиация, ее пространственное распределение, обусловленное формой земной поверхности, и ее изменения со временем, связанные с обращением Земли вокруг Солнца и вокруг своей оси. Движение Земли вызывает смену времен года, так же как и смену дня и ночи. Угол падения солнечных лучей на земную поверхность изменяется в течение суток и в течение года, а также при переходе из одной широты на другую. Вместе с ним изменяется и количество тепла, приносимого солнечными лучами какому-либо месту земной поверхности, а следовательно, и тепловое состояние этого места и прилегающего к нему слоя воздуха. Неудивительно поэтому, что этот угол наклона, выражаемый греческим словом *κλίμακιν* (наклонять), послужил основой для слова „климат“.

Количество солнечной радиации, ее изменения со временем, влияние атмосферы на нее и тепловые результаты этой радиации — эти основные компоненты климата Земли — доступны точному математическому исследованию, так что можно чисто *теоретически* построить схему климата, определяемого одной лишь солнечной радиацией. Такой фиктивный климат земного шара, полученный в результате чисто теоретических расчетов, игнорирующих все посторонние воздействия, называется *солярным*, или *математическим*, климатом. Эти названия указывают на происхождение понятия и на метод его изучения. Соллярному климату и посвящена предлагаемая книга.

Теоретический раздел учения о климате возник очень недавно, поскольку лишь во втором десятилетии нашего века мы получили первые надежные данные измерений солнечной радиации и поскольку к этому же периоду относится установление математической связи между солнечной радиацией и температурой атмосферы.

Однако эта новая область климатологии уже добилась немаловажных успехов. Она дает возможность глубоко проникнуть в механизм тепловых явлений не только на Земле, но и на других планетах и

тем самым позволяет выйти далеко за пределы нашего непосредственного наблюдения.

Это относится не только к пространству, но и ко времени, так как к числу значительнейших достижений этой новой отрасли науки надо отнести изучение климатов геологического прошлого Земли. Именно поэтому в данной книге будет рассмотрена проблема палеоклимата.

Совершенно ясно, что в силу самой природы предмета в изложении не удалось обойтись без применения математики; но чтобы сделать результаты доступными и нематематику, в конце каждого раздела добавлено краткое резюме, в котором в простой доступной форме изложены все окончательные выводы.

Вся тема разбита на три раздела.

В первом разделе изучается и описывается солнечная радиация и ее изменения со временем, без учета влияния атмосферы. Приход солнечного тепла в данный момент определяется только взаимным положением Земли и Солнца, и дело сводится к решению геометрической задачи. Изменения количества солнечного тепла со временем зависят только от относительного движения Земли и Солнца и описание их представляет астрономическую задачу, которую мы можем разрешить с той точностью, которую нам дают методы небесной механики. Таким путем мы можем исследовать математически не только суточный и годовой ход солнечной радиации, но и ее вековой ход. В связи с этим мы можем назвать первый раздел астрономическим.

Во втором разделе изучается влияние атмосферы на солнечную радиацию и выводится зависимость между температурой и инсоляцией; в результате оказывается возможным построить схему солярного климата земного шара. Этот раздел основан на законах и теориях физики и поэтому может быть назван, в противоположность первому, физическим.

Третий раздел посвящен изучению изменений климата в отдаленном прошлом Земли, поскольку эти изменения обусловлены изменениями количества получаемой Землей солнечной энергии. Здесь будет показано, что смена климатов четвертичной эпохи с ее несколькими ледниковыми и межледниковыми периодами может быть столь полно объяснена с помощью изучения солярного климата тех времен, что можно даже построить астрономически обоснованную хронологию четвертичной эпохи.

1. ОБЛУЧЕНИЕ ЗЕМЛИ БЕЗ УЧЕТА ВЛИЯНИЯ АТМОСФЕРЫ

§ 1. Солнечная постоянная. Закон облучения. Вообразим сферу, центр которой совпадает с центром Солнца и радиус которой ρ достаточно велик для того, чтобы мы могли считать солнечные лучи перпендикулярными к элементу поверхности сферы. Пересечение оси вращения Солнца с этой сферой даст нам полюс, а пересечение с ней плоскости экватора Солнца — экваториальный круг сферы; положение любой точки этой последней определится с помощью гелиографической широты φ и гелиографической долготы ψ , отсчитываемой от какого-либо фиксированного начального меридиана.

Обозначим через dW количество лучистой энергии, протекающее за время dt через единицу поверхности нашей сферы; тогда за единицу времени через ту же единицу поверхности пройдет количество энергии, равное

$$J = \frac{dW}{dt}.$$

Эта величина называется потоком энергии, или *напряжением солнечной радиации*, в рассматриваемом месте.

Можно заранее предполагать, что величина J является функцией не только радиуса ρ , но и координат φ и ψ и времени t , так как поверхность Солнца неоднородна в различных местах и меняется с течением времени, что не может не влиять на излучение.

Однако наблюдения до сих пор не обнаружили зависимости напряжения радиации от гелиографической широты, вероятно, потому, что Земля в своем годовом движении отклоняется от плоскости солнечного экватора не больше чем на 7° гелиографической широты к северу и югу. Плоскость солнечного экватора составляет с плоскостью земной орбиты угол в $7^\circ 10'$. Установление зависимости J от времени t и гелиографической долготы ψ еще является предметом исследования. Повидимому, можно считать установленным, что Солнце является звездой переменной яркости и что интенсивность его излучения подвержена колебаниям. Но чтобы не усложнять наших дальнейших рассуждений этой недостаточно проверенной гипотезой, мы предположим, что эти, во всяком случае незначительные, колебания исключены введением средней величины напряжения солнечной радиации, вычисленной для достаточно длинного промежутка времени. Мы предполагаем таким образом, что величина солнечной радиации, падающей на поверхность нашей сферы, не зависит от времени и координат.

Опишем вокруг солнца другую сферу с радиусом a , равным среднему расстоянию Земли от Солнца или большой полуоси земной орбиты; тогда неизменный поток энергии J_0 , проходящий через единицу

этой сферической поверхности, называется *солнечной постоянной*. Эта величина выражается в тепловых единицах, так что мы можем дать такое определение: *солнечной постоянной называется то количество лучистой энергии Солнца, которое проходит в единицу времени через единицу поверхности, перпендикулярной к лучам и удаленной от Солнца на длину большой полуоси земной орбиты, причем предполагается, что вся энергия переходит в тепло*. За единицу времени обычно принимают 1 мин., за единицу поверхности — 1 см^2 и за единицу количества тепла — 1 кал .

Легче дать определение солнечной постоянной, чем измерить ее значение. Во втором разделе мы познакомимся с трудностями, стоящими на пути таких измерений. Несмотря на огромный затраченный труд, прошло много времени, прежде чем мы определили с достаточной точностью числовое значение этой важной постоянной; оно, повидимому, очень близко к 2 кал на 1 см^2 в 1 мин., так что для наших последующих выкладок мы примем везде округленное значение

$$J_0 = 2 \frac{\text{кал}}{\text{см}^2 \text{ мин}}. \quad (1)$$

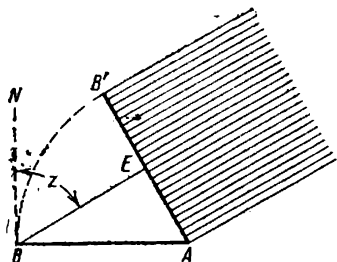


Рис. 1

Введение в случае необходимости небольших поправок в результаты выкладок не составляет никакого труда. Но в большинстве случаев оно не имеет никакого значения, так как при изучении количества тепла, получаемого от Солнца, важны прежде всего относительные величины, которые не изменяются. Для расчета же температур земной поверхности,

зависящих от количества солнечного тепла, значение 2 кажется наиболее подходящим, так что, если мы представим себе Землю в виде гигантского актинометра, этот актинометр всегда будет давать значение солнечной постоянной, равное двум.

Легко вывести зависимость величины J от расстояния ρ . Через поверхность сферы радиуса ρ за единицу времени протекает количество тепла $4\pi\rho^2 J$, а через поверхность сферы радиуса a $4\pi a^2 J_0$. Обе эти величины равны между собой, так как в мировом пространстве не происходит никакого поглощения энергии, и мы имеем

$$\frac{dW}{dt} = J = \frac{a^2}{\rho^2} J_0.$$

Принимая за единицу измерения расстояния ρ большую полуось земной орбиты a , как это мы будем делать в дальнейшем, мы можем написать предыдущее уравнение в виде

$$\frac{dW}{dt} = \frac{J_0}{\rho^2}.$$

До сих пор мы принимали, что солнечные лучи падают на рассматриваемый элемент поверхности AB' перпендикулярно (рис. 1). Если же это не имеет места и нормаль к этой поверхности составляет

Большой круг небесной сферы $HNZH'A$, лежащий в плоскости чертежа, представляет собой меридиан данной точки M ; угловая высота полюса N над горизонтом, измеряемая дугой NH , равна географической широте места φ , и поэтому $\text{arc } NZ = \frac{\pi}{2} - \varphi$. Если провести через северный небесный полюс N и через центр Солнца S большой круг NSB , то дуга BS этого круга называется *склонением* Солнца (δ), а сферический угол ZNS — *часовым углом* Солнца (ω).

В сферическом треугольнике NSZ , таким образом, будет

$$\text{arc } NS = \frac{\pi}{2} - \delta, \quad \text{arc } ZS = z, \quad \text{arc } ZN = \frac{\pi}{2} - \varphi, \quad \angle ZNS = \omega,$$

и мы имеем равенство:

$$\cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \omega. \quad (4)$$

Следовательно:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{J_0}{\rho^2} (\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \omega). \quad (5)$$

Написанное выше равенство справедливо только для положительных значений $\frac{dW}{dt}$, т. е. до тех пор, пока $z < \frac{\pi}{2}$. В тот момент, когда Солнце опускается под горизонт точки M , т. е. его зенитное расстояние становится равным $\frac{\pi}{2}$, поверхность Земли в точке M перестает получать солнечное тепло. Поэтому для всех значений переменных, которые дают $\frac{dW}{dt} < 0$, мы полагаем $\frac{dW}{dt} = 0$; функция $\frac{dW}{dt}$ оказывается, таким образом, разрывной, о чем мы не должны забывать¹⁾.

Обозначив через ω_0 часовой угол Солнца в данный момент на нулевом меридиане и считая, что долгота увеличивается с запада на восток так что

$$\omega = \omega_0 + \psi, \quad (6)$$

мы получим

$$\frac{dW}{dt} = \frac{J_0}{\rho^2} [\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos (\omega_0 + \psi)]. \quad (7)$$

Это уравнение дает нам закон распределения облучения по земной поверхности, если считать в нем φ и ψ переменными.

Полагая

$$\omega_0 + \psi = \psi_1, \quad (8)$$

т. е. отсчитывая географическую долготу от того меридиана, в плоскости которого находится Солнце, мы получим

$$\frac{dW}{dt} = \frac{J_0}{\rho^2} (\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \psi_1). \quad (9)$$

¹⁾ Точнее, функция $\frac{dW}{dt}$ непрерывна, а ее производные разрывны при $\cos z = 0$. Прим. перев.

Облучение достигает своего максимального значения $\frac{J_0}{\rho^2}$ в той точке земной поверхности, в которой одновременно $\cos \psi_1 = 1$ и $\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta = \cos(\varphi - \delta) = 1$.

Эта точка, в зените которой как раз находится Солнце, имеет координаты $\psi_1 = 0$, $\varphi = \delta$.

Облучение равно нулю для всех значений φ и ψ_1 , которые удовлетворяют уравнению

$$\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \psi_1 = 0$$

или

$$\cos \psi_1 = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta. \quad (10)$$

Отвлекаясь от эллипсоидальной формы Земли и считая ее правильным шаром, легко видеть, что это уравнение удовлетворяется для всех точек того круга, в котором солнечные лучи касаются земного шара. Так как размеры земного шара и Солнца очень малы по сравнению с взаимным расстоянием этих тел, то мы можем считать все солнечные лучи, падающие на Землю, параллельными; тогда уравнение (10) будет уравнением большого круга, полюсом которого служит упомянутая точка $\psi_1 = 0$, $\varphi = \delta$. Этот круг отделяет полностью облучаемую половину земной поверхности от необлучаемой, и мы его можем поэтому назвать *пограничным кругом облучения*.

Плоскость этого круга является ортогональной проекцией всего облучаемого полушария на эту плоскость, и общее количество получаемого Землей облучения, которое мы обозначим через J_p , будет равно площади этого круга, умноженной на протекающий через нее поток энергии J . Обозначая через r радиус Земли, имеем

$$J_t = \frac{J_0}{\rho^2} \pi r^2. \quad (11)$$

Деля это выражение на величину поверхности земного шара $4\pi r^2$, мы получим *среднее* облучение земной поверхности:

$$J_m = \frac{1}{4} \frac{J_0}{\rho^2}. \quad (12)$$

Только когда Солнце находится в плоскости экватора, т. е. когда $\delta = 0$, пограничный круг проходит через оба земных полюса. В этот момент облучение поровну распределяется между северным и южным полушариями. Обычно же последние получают неодинаковые количества тепла. *Полное облучение* обоих этих полушарий, которое мы будем обозначать соответственно через J_n и J_s , легко вычислить.

Пусть круг $ANA'S$ (рис. 3) представляет собой тот земной меридиан, в котором в данный момент находится Солнце; пусть N —север.

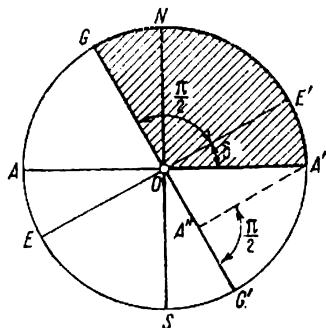


Рис. 3.

ный, а S — южный полюс Земли, AA' — линия пересечения плоскости экватора с плоскостью чертежа. Пусть солнечные лучи падают по направлению $E'E$ так, что угол $A'OE'$ равен склонению δ . Тогда диаметр GG' , перпендикулярный к EE' , будет линией пересечения пограничного круга с плоскостью чертежа. Заштрихованный сектор $GOA'E'NG$ является ортогональной проекцией облучаемой части северного полушария на плоскость чертежа. Ортогональная проекция этой части на плоскость пограничного круга состоит из полуокруга, совпадающего с северной половиной пограничного круга, и полуэллипса с большой полуосью r и малой полуосью $OA'' = r \sin \delta$. Площадь этой проекции равна, следовательно,

$$\frac{\pi}{2} r^2 + \frac{\pi}{2} r^2 \sin \delta.$$

Умножая ее на величину нормального к ней потока энергии J , мы получим искомую величину облучения в северном полушарии J_n . Таким образом (помня, кроме того, что $J_n + J_s = J_t$)

$$J_n = \frac{J_0}{r^2} \frac{\pi}{2} r^2 (1 + \sin \delta) \quad (13)$$

и

$$J_s = \frac{J_0}{r^2} \frac{\pi}{2} r^2 (1 - \sin \delta). \quad (14)$$

Уравнение (9) дает также распределение облучения вдоль какой-либо параллели φ , если в этом уравнении считать переменным только ψ_1 . При этом ψ_1 представляет собой тот угол, который составляет радиус-вектор рассматриваемой точки E с радиусом OM (рис. 4). M есть та точка, в меридиане которой находится в данный момент Солнце. Из (9) следует, что облучение в двух каких-либо точках параллели, симметричных относительно M , одинаково. Центральные углы ψ_0 и $-\psi_0$ точек N_1 и N_2 , в которых облучение равно нулю, получаются из уравнения

$$\cos \psi_0 = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta. \quad (15)$$

Дуга $N_1 M N_2$ нашей параллели не облучается вовсе.

В дальнейшем для нас будет очень важно понятие *среднего облучения на данной параллели* (в данный момент). Эту величину, которую мы обозначим через $\bar{w}$, можно вычислить следующим образом.

Площадь очень узкой полосы земной поверхности, заключенной между параллелями φ и $\varphi + \Delta\varphi$, равна $df = 2\pi r^2 \cos \varphi d\varphi$, и солнечное излучение, падающее на элемент этой полосы, заключенный между меридианами ψ и $\psi + \Delta\psi$, равно $\frac{dW}{dt} r^2 \cos \varphi d\varphi d\psi$. Полное облучение, получаемое этой полосой, равно

$$r^2 \cos \varphi d\varphi \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} \frac{dW}{dt} d\psi,$$

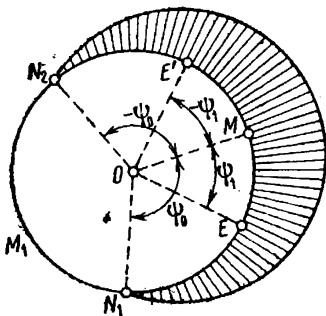


Рис. 4.

а среднее облучение w можно вычислить, деля предыдущее выражение на площадь df . Таким образом

$$w = \frac{1}{2\pi} \int_{-\psi_0}^{+\psi_0} \frac{dW}{dt} d\psi.$$

Подставив на место $\frac{dW}{dt}$ его выражение (9) и проинтегрировав, получим

$$w = \frac{1}{\pi} \frac{J_0}{\rho^2} (\psi_0 \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \sin \psi_0). \quad (16)$$

Угол ψ_0 можно вычислить по формуле (15), так что величина w зависит только от переменных во времени величин ρ и δ , т. е. от обращения Земли вокруг Солнца, но не зависит от суточного вращения Земли. То же относится, конечно, к величинам J_n и J_s .

§ 3. Суточный ход облучения. Квадратный сантиметр земной поверхности в точке, находящейся под широтой φ , получает в минуту количество тепла, равное, как было указано:

$$\frac{dW}{dt} = \frac{J_0}{\rho^2} (\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos \omega). \quad (17)$$

Если мы желаем изучить суточный ход этой величины, то мы можем положить ρ и δ неизменными, так как их изменение в течение такого короткого интервала времени очень незначительно. Примем обозначения:

$$\frac{J_0}{\rho^2} \sin \varphi \sin \delta = A \quad \text{и} \quad \frac{J_0}{\rho^2} \cos \varphi \cos \delta = B. \quad (18)$$

Вследствие сказанного A и B — величины постоянные. Выражение для облучения единицы площади принимает вид

$$\frac{dW}{dt} = A + B \cos \omega, \quad (19)$$

в котором только часовой угол ω — переменная величина. *Суточный ход облучения*, таким образом, *математически представляется простой тригонометрической функцией часового угла ω , в которой при этом ω может принимать только такие значения, которые дают $\frac{dW}{dt} > 0$* , т. е. значения, заключенные между часовыми углами восхода и захода Солнца. Эти часовые углы вычисляются из уравнения

$$\cos \omega_0 = -\frac{A}{B} = -\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \delta. \quad (20)$$

Отрицательный корень $-\omega_0$ соответствует восходу, положительный $+\omega_0$ — заходу Солнца. Следовательно, уравнение (19) пригодно только для интервала $-\omega_0 < \omega < \omega_0$, а для всех остальных значений ω облучение равно нулю.

Таким образом геометрически суточный ход облучения представляется отрезком косинусоиды и отрезком прямой, совпадающей с осью абсцисс; последняя представляет облучение в тех точках, в которых косинусоида дает отрицательные значения ω . Середина интервала $(-\omega_0, +\omega_0)$ соответствует значению $\omega = 0$, т. е. моменту прохожде-

ния Солнца через меридиан, или истинному полудню. Средние значения ρ и δ за этот интервал совпадают поэтому с их значениями в истинный полдень; следовательно, эти последние могут быть подставлены в выражения для A и B .

Астрономические ежегодники, наряду с величинами ρ и δ для каждого среднего полудня центральных обсерваторий, содержат также часовые изменения этих величин, так что в случае необходимости можно принять во внимание и изменения величин A и B в течение дня.

Вследствие вращения земного шара вокруг оси небесная сфера вращается по отношению к наблюдателю в точке M с постоянной скоростью с востока на запад вокруг оси мира. Это движение называется суточным вращением небесного свода. Вследствие этого часового угла Солнца непрерывно изменяется. Величина ω зависит также и от годового движения Солнца, о котором речь будет ниже. Однако эта зависимость может быть полностью учтена при введении *истинного солнечного времени*. Истинным солнечным временем t_w называется точное значение часового угла Солнца, выраженное в единицах времени.

Обозначая интервал в $24^h = 1440^m$ через τ , имеем

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau} t_w, \quad (21)$$

и *суточный ход облучения тогда можно представить в виде*

$$\frac{dW}{dt} = A + B \cos \frac{2\pi}{\tau} t_w. \quad (22)$$

Если нужно представить этот суточный ход в функции *среднего солнечного времени* t , то необходимо принять во внимание, что

$$t_w = t - E, \quad (23)$$

где E — так называемое *уравнение времени*, таблицы которого тоже приводятся в астрономических ежегодниках.

Во всех приведенных уравнениях истинное и среднее солнечное время отсчитываются, конечно, от истинного и среднего полудня.

§ 4. Суточные количества радиации. *Суточным количеством радиации* (суточными суммами тепла) мы назовем то количество, которое падает в течение дня на единицу облучаемой поверхности в данной точке; обозначим его через W . Вследствие уравнения (23) $\frac{dt_w}{dt} = 1 - \frac{dE}{dt}$, так как мы можем пренебречь малыми по сравнению с единицей изменениями уравнения времени, то $\frac{dt_w}{dt} = 1$. Тогда $\frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dt_w} \frac{dt_w}{dt} = \frac{dW}{dt_w}$, и, принимая во внимание (21),

$$dt_w = \frac{\tau}{2\pi} d\omega.$$

Таким образом $\frac{dW}{dt} = \frac{2\pi}{\tau} \frac{dW}{d\omega}$, т. е. выражение (19) дает

$$dW = \frac{\tau}{2\pi} (A + B \cos \omega) d\omega. \quad (24)$$