

Р.М. Смаллиан

Принцесса или тигр

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 82-053.2
ББК 74.27
Р11

Р11 **Р.М. Смаллиан**
Принцесса или тигр / Р.М. Смаллиан – М.: Книга по Требованию, 2023. – 220 с.

ISBN 978-5-518-15341-7

ISBN 978-5-518-15341-7

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2023
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2023

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Рэймонд М. Смаллиан всю свою профессиональную жизнь занимается вещами, так или иначе связанными с логикой вообще и гёделевой теоремой в частности. В своих математических работах он предложил несколько вариантов формальных систем, в которых идея Гёделя реализуется, по мнению коллег, особенно красиво. В своих же популярных книжках, как эта и предыдущая (Как же называется эта книга?—М.: Мир, 1981), он, подобно каждому писателю, пользуется неведомыми свойствами нашего мозга, чтобы заставить любого терпеливого читателя изумляться, застывать в ожидании, радостно предвкушать и вообще волноваться по поводу вещей, довольно сухих по меркам здравого смысла. Иногда профессор Смаллиан слегка перебарщивает—я не смог заставить себя решать задачки про упырей. Но в лучших головоломках книга заставляет работать речевую и образную системы восприятия так, что они смешно мешают друг другу, вроде ног сороконожки в известной истории.

Логика, оторванная от своего естественного носителя—человеческого мозга, заморожена в микросхемах современных компьютеров. В человеческой голове она живет совершенно иначе, и вечные попытки человечества понять самое себя постоянно возвращают нас к раздумьям, которым посвящена эта книжка. Модели, которые в ней предлагаются, бывают смешны то своей простотой, то эксцентричностью. Смех от души над собственной логикой целителен во многих конфликтах.

Ю. И. Манин

Предисловие

Из множества занятных писем, присланных мне после выхода в свет моей первой книги логических головоломок (названия ее я никак не упомяну!), одно принадлежало десятилетнему сыну довольно известного математика, с которым я в свое время учился в школе. В письме предлагалась весьма изящная и оригинальная задача, навеянная некоторыми задачками из моей книжки, которую мальчик прочитал в захлеб. Я сразу же позвонил отцу, решив поздравить его с таким умницей. Но тот, прежде чем позвать к телефону самого парнишку, стал заговорщически шептать в трубку: «Ему страшно нравится твоя книга! Но когда будешь с ним толковать, не проговорись, что эта штука называется математикой — в школе он ее просто ненавидит! Чуть заподозрит, что твоя книжка математическая, тут же забросит ее подальше».

Я вспомнил об этой истории потому, что она представляет собой иллюстрацию странного, но распространенного явления. Множество людей, с которыми я сталкивался, утверждали, что ненавидят математику, и в то же время с азартом накидывались на любую логическую или математическую задачу, которую я им подсовывал, стоило лишь облечь ее в форму занимательной головоломки. Я бы ничуть не удивился, если бы хорошие сборники головоломок оказались одним из лучших лекарств против так называемого «страха перед математикой». Более того, любой учебник математики вполне можно переписать в форме набора занимательных задач. Я иногда воображал, что бы произошло, если бы Евклид представил свои классические «Начала» именно в таком виде. Например, вместо того чтобы сформулировать в качестве теоремы утверждение о

равенстве углов, лежащих в основании равнобедренного треугольника, а затем строго доказать эту теорему, Евклид начал бы так: «Задача. Дан треугольник с двумя равными сторонами. Всегда ли у него есть два равных угла? Если да, то почему, если нет, то тоже почему? (Решение смотри на странице такой-то.)» А потом и все остальные теоремы постарался бы изложить в таком же духе. Такая книжка вполне могла бы оказаться одним из самых популярных сборников задач в истории!

Вообще-то мои собственные сборники задач отличаются тем, что меня в первую очередь привлекают задачи, связанные с наиболее глубокими и важными результатами логики и математики. Так, истинной целью моей первой книги логических задач было желание дать широкому читателю хотя бы скромное представление о том, в чем же суть великой теоремы Гёделя. Книжка, которую вы держите в руках сейчас,—следующий шаг в этом направлении. Многие факты и задачи из нее я использовал в одном из своих курсов лекций, озаглавленном «Головоломки и парадоксы». Тогда-то один из моих студентов заметил мне: «Знаете, профессор, ваша книга — особенно ее третья и четвертая части — читается прямо как какой-то математический роман. Ничего подобного я раньше не встречал!»

Мне кажется, что слова «математический роман» в этом случае весьма уместны. Действительно, большая часть книги написана в форме художественного повествования. Поэтому ее вполне можно было бы назвать как-то вроде «Тайна сейфа из Монте-Карло» — ведь в последней части книги речь идет о расследовании, в процессе которого инспектор Крейг из Скотланд-Ярда пытается подобрать комбинацию цифр, позволяющую открыть замок одного из сейфов в Монте-Карло, и тем предотвратить катастрофу. Когда все его усилия вскрыть сейф оказываются безуспешными, инспектор возвращается в Лондон, где по счастливой случайности вновь сталкивается с блестящим и чудаковатым изобретателем цифровых кодирующих машин. Они приглашают еще и специалиста по математической логике, и вскоре все трое погружаются в глубокие воды потока,

ведущего в самое сердце великого открытия Гёделя. Конечно же, замок сейфа из Монте-Карло оказывается «гёделевым», а его *modus operandi** прекрасно иллюстрирует фундаментальную идею Гёделя, влияние и результаты которой обнаруживаются во многих научных теориях, связанных с таким удивительным явлением, как процесс самовоспроизведения.

В конечном счете исследования Крейга и его друзей приводят к весьма примечательным математическим открытиям, не известным до настоящего времени ни ученому миру, ни тем более широкой публике,— это так называемые «законы Крейга» и «законы Фергюссона», которые впервые преданы гласности на страницах книги. Несомненно, они должны заинтересовать как любителей математики, так и логиков, лингвистов и специалистов по вычислительной технике.

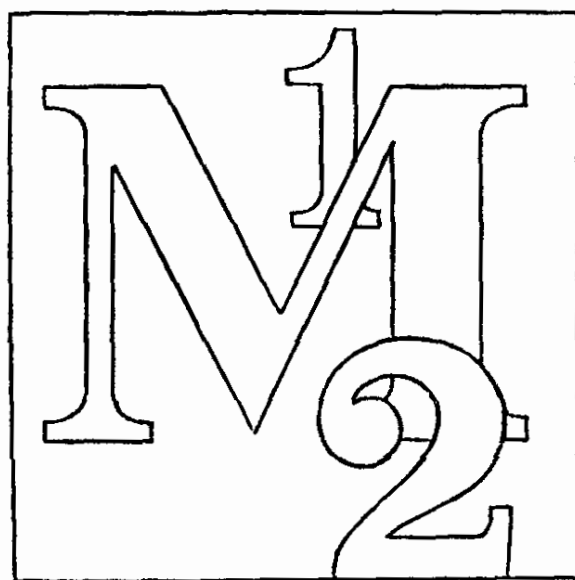
Книгу эту я писал с огромным удовольствием; хотелось бы, чтобы с таким же удовольствием ее и читали. Собираюсь написать еще несколько книг в том же духе. Наконец, я хочу поблагодарить моего редактора Энн Клоуз и технического редактора Мелвина Розенталя за ту неоценимую помощь, которую они мне оказали.

Элка-Парк, штат Нью-Йорк
Февраль 1982 г.

Рэймонд Смаллиан

* Принцип работы (лат.).

Часть первая
Принцесса
или тигр?



1 Задачи с подвохом — старые и новые

Начнем с нескольких арифметических и логических задач. Одни из них новые, а другие могут оказаться знакомыми читателю.

1. Сколько денег? Предположим, что у вас и у меня имеется одинаковая сумма денег. Сколько денег я должен вам дать, чтобы у вас стало на 10 долларов больше, чем у меня? (Решения всех задач приведены в конце каждой главы.)

2. Задача о конгрессменах. В некоем конгрессе заседают сто политических деятелей. Каждый из них либо продажен, либо честен. Нам известны следующие два факта:

1) По крайней мере один из конгрессменов является честным.

2) Из каждой произвольно выбранной пары конгрессменов по крайней мере один продажен.

Можно ли с помощью этих двух утверждений определить, сколько конгрессменов в этом конгрессе будут честными, а сколько — продажными?

3. Старое вино в не слишком новые мехи. Бутылка вина стоит 10 долларов. Вино на 9 долларов дороже бутылки. Сколько стоит пустая бутылка?

4. Какова прибыль? Самое удивительное в этой задаче, что разные люди решают ее различными путями, каждый получает свой ответ и каждый с пеной у рта готов доказывать, что именно его ответ правильный.

Торговец купил некий товар за 7 долларов, продал его за 8, потом вновь купил за 9 долларов и опять продал его за 10. Какую прибыль он получил?

5. Задача о десяти любимцах. Самым поучительным в этой задаче является то, что, хотя она легко решается посредством элементарных алгебраических выкла-

док, ее можно решить вообще без всякой математики — лишь с помощью рассуждений. Более того, решение, подсказанное 'здравым смыслом, по-моему, гораздо интереснее и уж, конечно, более творческое, а также содержит больше информации, чем сугубо математическое решение.

Итак, десяти собакам и кошкам скормили 56 галет. Каждой собаке досталось 6 галет, каждой кошке — пять. Сколько было собак и сколько кошек?

Любой читатель, хотя бы немного знакомый с алгеброй, легко найдет ответ. Можно решить эту задачу и методом проб и ошибок. Ясно, что для числа кошек в задаче есть 11 возможностей (от 0 до 10). Перебрав все, легко найти правильный ответ. Однако если подойти к этой задаче толково, то оказывается, что есть еще одно удивительно простое решение, для которого не нужно ни алгебры, ни перебора вариантов. Поэтому я советую тем из вас, кто получит ответ по-своему, заглянуть в решение, приведенное в конце главы.

6. Большие и маленькие птицы. Вот еще одна задача, которая решается как алгебраически, так и с помощью рассуждений; я и тут предпочитаю здравый смысл.

В зоомагазине продают больших и маленьких птиц. Большая птица вдвое дороже маленькой. Леди, зашедшая в магазин, купила 5 больших птиц и 3 маленьких. Если бы она вместо этого купила 3 больших птицы и **5** маленьких, то потратила бы на 20 долларов меньше. Что стоит каждая птица?

7. Как плохо быть рассеянным. Следующая история произошла на самом деле.

Как хорошо известно, с вероятностью более 50% можно утверждать, что в группе, состоящей как минимум из 23 человек, всегда найдутся по крайней мере двое, у которых день рождения падает на одно и то же число. В свое время я преподавал математику в Принстонском университете и как-то занимался со студентами элементарной теорией вероятностей. Я объяснил своим слушателям, что если число людей в группе увеличить с 23 до 30, то вероятность того, что в

ней окажутся по крайней мере двое, которые родились в один и тот же день, окажется близка к единице.

— Но,—продолжал я,—поскольку вас здесь всего 19, то вероятность того, что у двоих из вас дни рождения совпадают, будет гораздо меньше 50%.

Тут один из студентов поднял руку:

— Бьюсь об заклад, профессор, что по крайней мере у двоих из присутствующих здесь дни рождения должны совпасть.

— С моей стороны было бы не очень честно принимать ваше пари,—ответил я.—Ведь теория вероятностей целиком на моей стороне.

— Это не имеет значения,—упорствовал студент.— Я все-таки готов с вами поспорить!

— Ну, ладно,—согласился я, надеясь преподать юному скептику достойный урок. Затем я стал по очереди опрашивать студентов, с тем чтобы каждый назвал дату своего рождения. Не успели мы выслушать и половину присутствующих, как вдруг вся аудитория, в том числе и я, покатались со смеху по поводу моей бестолковости.

Юноша, который так самоуверенно вступил со мной в спор, не знал даты рождения никого из присутствующих, за исключением, конечно, самого себя. Не догадаетесь ли вы, почему он был так уверен в своей правоте?

8. Республиканцы и демократы. В одной фирме каждый служащий является либо республиканцем, либо демократом. Как-то раз один из демократов решил перейти в республиканцы, и после того, как это произошло, в фирме оказалось ровно столько же республиканцев, сколько и демократов. Спустя несколько недель новоиспеченный республиканец решил вновь стать демократом, так что все вернулось в исходное состояние. Потом еще один республиканец также решил перейти в демократы—при этом демократов сразу стало вдвое больше, чем республиканцев. Сколько служащих в фирме?

9. Еще один вариант задачи о «разноцветных шляпах». Три человека—А, В и С—обладают абсолютными

логическими способностями. Любой из них может из произвольного набора предпосылок мгновенно вывести все возможные следствия. Кроме того, каждый из них знает, что двое других мыслят абсолютно логично. Этой троице показали 7 марок: 2 красных, 2 желтых и 3 зеленых. Затем всем троем завязали глаза и каждому наклеили на лоб по марке, а оставшиеся 4 марки спрятали в коробку.

Когда у них сняли с глаз повязки, у А спросили: «Можете ли вы назвать хотя бы один цвет, которого на вас определено нет?» На что А ответил: «Нет». Когда тот же самый вопрос задали В, он также ответил: «Нет».

Можно ли с помощью имеющейся информации установить, какого цвета марки у А, В и С?

10. Задача для тех, кто умеет играть в шахматы. Мне хотелось бы обратить ваше внимание на интересный класс головоломок с шахматами, которые в отличие от обычных шахматных задач типа «белые начинают и дают мат в столько-то ходов» заставляют нас обращаться к предыстории позиции, то есть исследовать, как она возникла на доске.

Однажды инспектор Крейг из Скотланд-Ярда*, который интересовался такими задачами не меньше, чем Шерлок Холмс**, вместе с другом заглянул в шахматный клуб, где их внимание привлекла оставленная кем-то шахматная доска с фигурами.

— Те, кто разыгрывал эту партию,— заметил приятель Крейга,—судя по всему, совершенно не знакомы с правилами игры. Подобная позиция просто невозможна!

— Почему? — поинтересовался Крейг.

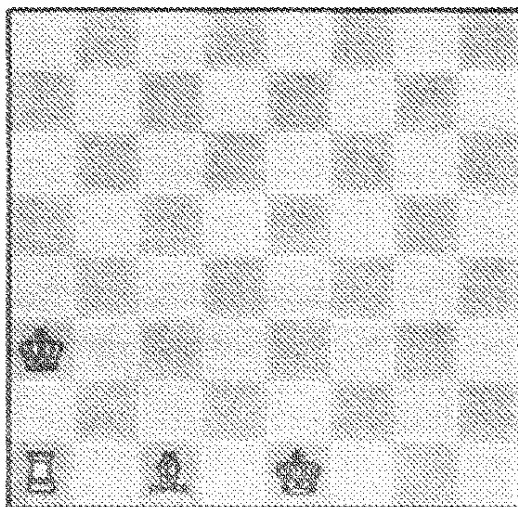
— Потому что черные находятся под шахом одновременно от белой ладьи и от белого слона. Как могли белые объявить такой шах? Если бы они просто

* Инспектор Крейг — герой моей предыдущей книги логических головоломок «Как же называется эта книга?» (М.: Мир, 1981).

** Многие задачи этого типа представлены в моей книге «The Chess Mysteries of Sherlock Holmes» («Шахматные тайны Шерлока Холмса»).

сделали ход ладьей, черный король уже находился бы под шахом от слона, а если бы они сходили слонем, то король еще перед этим должен был быть под шахом от ладьи. Поэтому такая позиция абсолютно нереальна!

Некоторое время Крейг внимательно изучал расположение фигур.



— Я думаю,— произнес он наконец,— это не так. Конечно, позиция весьма экстравагантна, но все же она вполне согласуется с правилами шахматной игры.

Тут Крейг оказался абсолютно прав! Данная позиция, хотя и выглядит на первый взгляд совершенно абсурдной, на самом деле вполне возможна, и мы можем даже указать последний ход белых. Что это был за ход?

Решения

1. Распространенный неправильный ответ — 10 долларов. Допустим теперь, что у каждого из нас, скажем, по 50 долларов. Если я дам вам 10 долларов, то у вас окажется 60 долларов, а у меня только 40. Следовательно, у вас будет на 20 долларов больше, чем у меня, а вовсе не на 10.

Итак, правильный ответ: 5 долларов.

2. Довольно распространенный ответ — 50 честных и 50 продажных. Другой сравнительно часто встречающийся ответ — 51 честный и 49 продажных. Оба этих ответа