И.К. Кикоин

Журнал Квант 1986

№9

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 50
ББК 22
К38

Кикоин И.К.
К38 Журнал Квант 1986: №9 / И.К. Кикоин – М.: Книга по Требованию, 2024. – 68 с.

ISBN 978-5-458-31033-8

ISBN 978-5-458-31033-8

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2024
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Серия Книжный Ренессанс
www.samizday.ru/reprint

Жозеф Луи Лагранж

К 250-летию со дня рождения

Кандидат физико-математических наук С. Г. ГИНДИКИН

Письмо из Турина. В августе 1755 г. великий Эйлер (1707—1783) получил из Турина письмо от 19-летнего Лагранжа, который и прежде писал ему. У Эйлера, несомненно, уже успело сложиться мнение, что его корреспондент является талантливым сформировавшимся математиком, несмотря на его молодость. И все же содержание последнего письма поразило ученого.

С конца XVII века внимание математиков все более привлекали задачи, которые сейчас принято называть *вариационными*, а тогда обычно называли *изопериметрическими*. Все началось с задачи о *брахистохроне* — кривой наибыстрейшего спуска между двумя точками. Эту задачу поставил Иоганн Бернулли (1667—1748). Впрочем, задачи о кривых, обладающих теми или иными свойствами максимума-минимума, возникали и раньше: окружность при заданной длине ограничивает фигуру наибольшей площади (изопериметрическое свойство, отсюда и название класса задач), прямая — кратчайшее расстояние между точками и т. д. Число таких задач росло, математики с удовольствием решали их, подбирая свой «ключ с секретом» к каждой из них.

Однако стиль эпохи расцвета дифференциального и интегрального исчисления требовал попытаться найти общий метод, сформировать исчисление для решения изопериметрических задач. Такой метод нащупал в 1732 г. сам Эйлер. Его основное наблюдение состояло в том, что кривые, являющиеся решением этих задач, отвечают решениям некоторых дифференциальных уравнений. В выводе этих уравнений он видел основную задачу. Трудность здесь состояла в том, что речь шла о поиске экстремальной кривой (а не экстремальной точки) и поэтому известные приемы поиска экстремума были неприемлемы. Лишь окольным путем, заменив кривые на ломаные, Эйлеру удалось преодолеть эту трудность.

Но Лагранж, с решительностью, присущей молодости, отважился применить именно к кривым основную схему поиска экстремума из обычного анализа. Эта схема, как знает сейчас любой девятиклассник, состоит в замене функции $y=f(x)$ на ее главную часть $dy=f'(x)dx$ (ее *дифференциал*) с последующим решением уравнения $dy=0$ (то есть $f'(x)=0$). Лагранж придумал соответствующее понятие для кривой l, обозначил его δl (по аналогии с dy); позже δl стали называть *вариацией*. Уравнение $\delta l=0$ и привело его сразу к тем дифференциальным уравнениям — их теперь называют *уравнениями Эйлера-Лагранжа*,— к которым Эйлер шел кружным путем.

Короткой информации Эйлеру было достаточно, чтобы оценить все преимущества усовершенствований Лагранжа. Письмо Лагранжа возродило и у самого Эйлера интерес к экстремальным задачам. Уже в 1756 г. он делает в Берлинской академии два сообщения, связанные с методом Лагранжа. В том же году Лагранж по представлению

Эйлера был избран иностранным членом этой академии — редкая честь для молодого ученого, который еще не успел опубликовать своих трудов.

Эйлер не торопится публиковать свои новые результаты, предоставляя своему молодому коллеге, не торопясь, подготовить к печати свою работу. Он разъясняет свою позицию в письме от 10 октября 1759 г.:

«Твое аналитическое решение изопериметрической проблемы содержит, насколько я вижу, все, чего только можно желать в этой области, и я чрезвычайно рад, что эта теория, которой после первых моих попыток я занимался едва ли не один, доведена тобой до величайшего совершенства. Важность вопроса побудила меня к тому, что я с помощью твоего освещения сам вывел аналитическое решение. Я, однако, решил скрывать это, пока ты не опубликуешь свои результаты, так как я никоим образом не хочу отнимать у тебя часть заслуженной тобой славы».

Замечательный пример научной этики!

Письмо Эйлера добавило решимости Лагранжу опубликовать сделанное, и во II томе «Туринских записок» за 1761—1762 гг. появляется его мемуар «Опыт нового метода для определения максимумов и минимумов неопределенных интегральных формул». В 1764 г. публикует свои результаты и Эйлер, предваряя публикацию словами:

«После того как я долго и бесплодно трудился над решением этого вопроса, я с удивлением увидал, что в «Туринских записках» задача эта решена столь же легко, как и счастливо. Это прекрасное открытие вызвало у меня тем большее восхищение, что оно значительно отличается от данных мною методов и значительно их превосходит по простоте».

Заметим, что Эйлер не упоминает предшествовавшей переписки. Эйлер предлагает называть новый метод «вариационным исчислением» по аналогии с дифференциальным исчислением.

Таким был научный дебют Лагранжа. В одном отношении он уникален. Известны и другие примеры, когда великие математики получали первые крупные результаты в том же возрасте, что и Лагранж. Однако при этом речь шла обычно о решении конкретных задач. Интерес же к совершенствованию метода как такового приходит с годами. Мы же видим, что уже в первой работе Лагранжа проявилось то, что будет всегда отличать его в дальнейшем: полное прояснение ситуации, совершенствование метода, поиск первопричины ценится выше конкретных задач.

Джузеппе Луиджи. Мы рассказали о первой великой работе Лагранжа, но все же стоит сказать несколько слов о более ранних событиях его жизни. Жозеф Луи Лагранж родился 25 января 1736 г. в Турине, в Италии. Впрочем, на родине его называли Джузеппе Луиджи. Его прадед приехал из Франции и поступил на службу к герцогу Савойскому, а дед и отец продолжали служить в должности казначея фабрик и строений. К рождению будущего математика семья разорилась.

«Если бы я был богат, я, вероятно, не достиг бы моего положения в математике; а в какой другой деятельности я добился бы тех же успехов?» — говорил впоследствии ученый.

Впрочем, поначалу семейные планы предназначали Жозефу Луи карьеру адвоката, и в 14 лет он определяется в Туринский университет. Однако вскоре он перешел в Артиллерийскую школу, что было связано с усилившимся интересом к математике. В 19 лет он — профессор математики в этой школе (по некоторым сведениям, еще раньше).

Вокруг Лагранжа сложился кружок молодых математиков и физиков, который позднее преобразовался в Туринскую академию наук. С 1759 г. начинают выходить «Философско-математические сборники частного Туринского научного общества», которые привыкли называть просто «Туринскими записками». Мы уже говорили, что во II томе записок появился мемуар Лагранжа о вариационном исчислении, а I том содержал две его работы, в том числе статью «Исследование о природе распространения звука».

Основания статики. Лагранж был душой Туринского кружка. Опубликованные в «Туринских записках» статьи его товарищей несут отчетливый след сильного влияния Лагранжа. Особенно это относится к статье Фонсене, который был, по-видимому, лишь соучастником предпринятого Лагранжем систематического продумывания основ механики. Потом с сюжета этой статьи начнется его знаменитая «Аналитическая механика». Речь здесь идет о сопоставлении двух важнейших начал статики: принципа рычага и принципа сложения сил, приложенных к одной точке. Архимед положил в основу этой теории рычага аксиому о равновесии рычага с равными плечами и грузами и о двойной нагрузке на точку опоры в этой ситуации. Многие авторы пытались уточнить и дополнить рассуждения Архимеда, но они, по словам Лагранжа, «нарушив простоту ...почти ничего не выиграли с точки зрения точности». Лагранж отмечает, что первую часть аксиомы естественно считать очевидной из соображений симметрии: «нельзя усмотреть основания, в силу которого один груз перетянул бы другой». Он, однако, не видит никаких логических оснований к тому, что нагрузка на точку опоры при этом должна быть равна обязательно сумме весов грузов:

«по-видимому, все механики рассматривали это допущение как результат повседневного наблюдения, которое учит нас, что тяжесть тела зависит только от его массы, но ни в какой мере не зависит от его формы».

Лагранж предлагает вывод второй половины аксиомы Архимеда из первой. Он рассматривает однородную треугольную пластину ABC, где основание AB равнобедренного треугольника горизонтально. Вершины A, B нагружаются равными грузами p, а вершина C грузом $2p$. Пластина опирается на среднюю линию MN, параллельную AB (рис. 1). Она будет находиться в равновесии, что следует из рассмотрения пары рычагов AC, CB с точками опоры M, N в силу первой части аксиомы Архимеда. Но тогда в равновесии будет и рычаг CF, где F середина AB с точкой опоры E — серединой CF (в ней пересекаются MN и CF). Следовательно, нагрузка в точке F должна быть равна грузу $2p$ в точке C (строго говоря, здесь применяется обращение первой части аксиомы Архимеда, которое легко выводится), а это в точности нагрузка на точку опоры в рычаге AB. Лагранж аккуратно отмечает, что прием с рассмотрением равновесия плоской пластины относительно стержня он почерпнул у Гюйгенса.

Далее, Лагранж рассматривает принцип сложения сил, приложенных к одной точке, который легко обосновывается при помощи рассмотрения сложения движения. Существенная разница в принципах состоит в том, что в одном случае силы прикладываются к разным точкам, а в другом — к одной. Тем не менее многие утверждения статики можно выводить как из одного принципа, так и из другого. Возникает желание вообще отказаться от принятия принципа рычага за аксиому, но Лагранжа настораживает, что все известные выводы аксиомы Архимеда из закона сложения сил весьма искусственные:

«...хотя, строго говоря, оба принципа рычага и сложения движений всегда приводят к одним и тем же результатам, интересно отметить, что наиболее простой случай для одного из этих принципов становится наиболее сложным для другого».

Интуиция позволила Лагранжу безошибочно обнаружить тонкое место, хотя он и не смог до конца объяснить его. Оно связано с взаимоотношением механики и геометрии. Дело в том, что закон сложения сил, приложенных к одной точке, не зависит от аксиомы параллельных, в то время как в пространстве Лобачевского нагрузка на точку опоры рычага всегда превышает сумму весов приложенных грузов. В выводе второй половины аксиомы Архимеда используется утверждение о том, что высота равнобедренного треугольника пересекается со средней линией в ее середине; а это опирается на аксиому параллельных и не справедливо в геометрии Лобачевского. По-видимому, Лагранж еще не знал этого, хотя известно, что он размышлял над проблемой V постулата.

Принцип наименьшего действия. Во II томе «Туринских записок» вслед за мемуаром о вариационном исчислении была помещена статья Лагранжа «Приложение метода, изложенного в предыдущем мемуаре, для решения различных задач динамики». И здесь Лагранж следует по стопам Эйлера. В 1744 г. Мопертюи (1698—1759) сформулировал очень общий и туманный принцип, согласно которому все в природе, включая механическое движение, происходит так, чтобы некоторая величина — действие — достигала своего минимального значения. Эйлер для случая движения точки в центральном поле превратил это неопределенное утверждение в совершенно точное, определив действие в этом случае как интеграл скорости по пути $\int v\, ds$. Лагранж обобщил принцип Эйлера на случай произвольной системы точек, между которыми имеются связи и которые взаимодействуют произвольным образом. Определив действие в этой общей ситуации, Лагранж, пользуясь разработанной им техникой вариационного исчисления, решает разнообразные задачи динамики, включая гидродинамику. Как пишет Фурье (1768—1830):

«Он сводит все законы равновесия и движения к одному принципу и, что не менее удивительно, он их подчиняет одному методу исчисления, изобретателем которого он сам является».

Посещение Парижа. В 1766 г. Лагранжу исполнилось 30 лет. Это был важный рубеж в его жизни. Он признан в научном мире: в 1764 и 1766 гг. он удостаивается премий Парижской академии за исследование движения Луны и спутников Юпитера. Провинциальный Турин становился тесен для научной деятельности Лагранжа. В личной жизни он был непритязателен, отличался слабым здоровьем, его скромность в общении с людьми нередко приобретала форму застенчивости и даже нелюдимости. Он вел обширную переписку, но как много дает непосредственное общение с учеными, Лагранж имел возможность убедиться во время поездки в Париж в 1755 г. Лагранж сопровождал своего друга Карачиоли, назначенного посланником в Лондон. Впрочем, до Лондона Лагранж не доехал.

«Опасно заболев после обеда у аббата Нолле, на котором Нолле угощал его кушаньями, приготовленными на итальянский лад, Лагранж не мог поехать в Лондон, а остался для лечения в Париже и по выздоровлении поспешил вернуться в Турин»,— вспоминал его друг и биограф Деламбр.

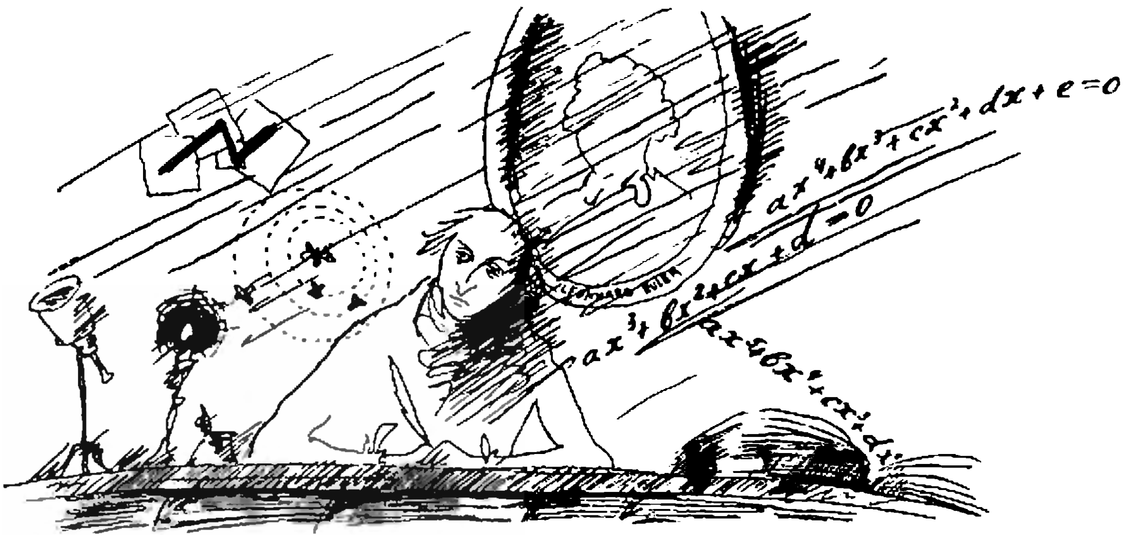
Дело было в том, что в северной Италии для приготовления пищи используют касторовое масло, предварительно сильно прожаренное. На кухне у Нолле, где решили приготовить обед «на итальянский лад», воспользовались касторовым маслом без необходимой подготовки, и оно в полной мере проявило свои известные лекарственные свойства. Однако в научном плане болезнь была плодотворной. Лагранж много общается с крупнейшими французскими математиками Даламбером (1717—1783), Клеро (1713—1765), Кондорсе (1743—1794), но и среди менее знаменитых ученых были такие, которые остались его друзьями на всю жизнь. Лагранж неоднократно повторял, что эти полгода, проведенные в Париже, были самым счастливым периодом в его жизни.

Лагранж в Берлине. В 1766 г. Эйлер уезжает из Берлина в Петербург, освободив место директора физико-математического класса Берлинской академии наук. Он предлагает Фридриху II в качестве своего преемника Лагранжа. Эта кандидатура была энергично поддержана Даламбером, с мнением которого король считался в еще большей степени. Уже в ноябре 1766 г. Лагранж в Берлине, хотя король Сардинии неохотно расстался с ученым. Лагранж оказался в академии не в лучшие ее дни. Здесь не было ни Эйлера, ни Даламбера, ни Мопертюи. Однако здесь работал очень оригинальный математик Ламберт (1728—1777), доказавший в частности, иррациональность числа π. У Лагранжа и Ламберта много точек соприкосновения в математике, чем-то они напоминают друг друга и по-человечески. Их дружба продолжалась десять лет до смерти Ламберта и была очень существенна для них обоих. Нелегко было замкнутому Лагранжу приспособиться к жизни прусского двора. Но он, в отличие от Эйлера, смог это сделать и избежать конфликтов. Лагранж ведет размеренную жизнь: внешние обязанности, встречи, переписка занимают большую часть дня, но весь вечер после обязательной прогулки отдан занятиям наукой в тишине, за закрытыми дверями.

«Аналитическая механика». Лагранж провел в Берлине чуть больше двадцати лет. Это была пора его зрелости, самый продуктивный период его жизни. Есть несколько великих ученых, в наследии которых есть одна главная книга («Начала» у Ньютона, «Маятниковые часы» у Гюйгенса). У Лагранжа такой книгой была «Аналитическая механика». Она вышла в 1788 году, когда Лагранж был уже в Париже. Но она вобрала в себя то главное, что было сделано в Берлине, а задумано еще в Турине. Замысел книги лучше всего усвоить из слов самого автора:

«Имеется уже несколько руководств по механике, но план этого сочинения совершенно новый. Я имел в виду привести всю теорию этой науки и искусство решения относящихся к ней задач к общим формулам, простое развитие которых давало бы все необходимые для решения всякой задачи уравнения».

Итак, коротко говоря, Лагранж собирается показать, что чисто аналитических процедур достаточно для решения механических задач (чтобы подчеркнуть это, Лагранж демонстративно не пользуется чертежами), что можно предложить «однообразные» (как мы бы сказали сегодня, алгоритмические) правила рассмотрения таких задач и что имеются простые общие принципы, на которых вся механика



может быть построена. Цель дальнейшего — продемонстрировать, что из основного уравнения (одной формулы!) может быть выведена вся механика.

Разработанный Лагранжем метод оказался прямо приспособленным к решению задач техники, от которых он также полностью отвлекался при создании аналитической механики. А. Н. Крылов перечисляет непосредственно последовавшие применения лагранжевой механики: теория механизмов Понселе, инженерный расчет сооружений, в частности, больших железных мостов, потребовавшихся в связи с развитием железных дорог, баллистические задачи, возникающие с переходом от гладкоствольных к нарезным орудиям (после Крымской войны), теория гироскопов. Он заканчивает:

«Таких примеров из техники и физики можно привести неисчислимое множество, но и сказанного достаточно, чтобы видеть то значение, которое имеет знаменитое сочинение Лагранжа в общем развитии науки и техники во всех их областях, и то, насколько Лагранж был прав, что, не останавливаясь на частностях, придал своему изложению самую общую аналитическую форму; поэтому его методы одинаково приложимы и к расчету движения небесных тел, и к качаниям корабля на волнении, и к расчету гребного винта на корабле, и к расчету полета 16-дюймового снаряда, и к расчету движения электронов в атоме. Отсюда можно судить о необыкновенной гениальности создателя этих методов — Жозефа Луи Лагранжа».

Эти строки были написаны в 1936 г.

Небесная механика. Среди нескольких типов механических задач, рассмотренных Лагранжем, несомненный приоритет имели задачи небесной механики. Такова была система ценностей в математике XVIII века, что ни один крупный математик не мог пройти мимо задач, связанных с согласованием закона всемирного тяготения и результатами непосредственных астрономических наблюдений. Лагранж видит свою роль лишь в решении математической задачи, после чего метод передается в руки вычислителей. Лагранж начинает систематически разрабатывать математическую теорию возмущений, основы которой уже были заложены его великими предшественниками. Этими проблемами он занимался параллельно с более молодым, но уже зарекомендовавшим себя Лапласом (1749—1827). Они чрезвычайно отличались по стилю занятий наукой. Для Лапласа ориентирами были совершенно конкретные задачи небесной механики, и метод для него был лишь средством достижения конкретных целей. При работе над близкими задачами выявлялись сильные и слабые стороны каждого из великих ученых, и они удачно дополняли друг друга.

Арифметические работы. Хотя механика во весь берлинский период была главным делом Лагранжа, в его поле зрения попадают и другие математические вопросы, в том числе несколько арифметических задач. Он занимался ими под несомненным влиянием Эйлера. Арифметике посвящено всего 9 небольших работ. Они носят характер самостоятельных этюдов, это маленькие шедевры, за которыми не просматривается намерения создать большое полотно (что было характерно для его занятий механикой). Быть может, это были упражнения в часы отдыха от главного дела жизни. Мы назовем здесь лишь наиболее известный арифметический результат Лагранжа: *любое натуральное число можно представить в виде суммы не более четырех квадратов.*

Алгебраические размышления. Проблемы алгебраических уравнений и их систем занимали Лагранжа в разных аспектах. В 1770—71 гг. вышел мемуар «Размышления об алгебраическом решении уравнений», несомненно задуманный еще в Турине. Собственно, это целая книга, занимающая более 200 страниц, которая, по словам Коши, знаменовала начало новой эры в алгебре. Наряду с «Аналитической механикой» это вершина творчества Лагранжа.

Лагранж стремится разрешить следующую задачу: почему не удается получить формулу для корней алгебраических уравнений степени, большей 4. Он подвергает анализу выражения, стоящие под радикалами в формулах для квадратного и кубического уравнений, приведя убедительные аргументы в пользу того, что для уравнений 5-й степени аналогичные выражения, а значит, и формулы существовать не могут. Это доказал позднее Абель, а общие глубокие идеи о перестановках корней послужили Галуа (1811—1832) отправной точкой для построения его великой теории.

Кризис. Математика была единственной страстью Лагранжа и ее было достаточно, чтобы заполнить всю его жизнь, доставить ему немало счастливых минут. Все остальное было подчинено занятиям наукой. Деламбр передает отношение Лагранжа к музыке:

«Я ее люблю, поскольку она меня изолирует: я слышу первые три такта, на четвертом такте не различаю ничего, я предаюсь своим размышлениям, ничто меня не прерывает, и тогда я решаю наиболее трудные из проблем».

Для Лагранжа было характерно, что великие цели познания истины, мировой гармонии не переплетались у него с личными амбициями, с желанием соревноваться, обгонять современников. Если он узнавал, что кто-то успешно занимается проблемой, над которой он сам думал, он немедленно прекращал размышления с искренним ощущением «освобождения от обязанности». Благодаря всему этому Лагранжу было присуще необычайное душевное равновесие, дававшее силы стойко переносить тяготы жизни, не прекращать напряженных занятий.

Лишь одно могло поколебать Лагранжа — потеря ориентиров, неуверенность в выборе правильных целей. И это ощущение начинает появляться вскоре после переезда в Берлин. В 1772 г. он пишет Даламберу: «Не кажется ли Вам, что высшая геометрия близится отчасти к упадку, ее поддерживаете только Вы и Эйлер». Это пишет ученый, который находится в расцвете сил (ему 36 лет), у которого начинает складываться его «Аналитическая механика» и который только что опубликовал алгебраический мемуар, определивший развитие алгебры на 100 лет вперед!

Ощущение заката математики не покидает Лагранжа. 21 сентября 1781 г. он опять пишет Даламберу:

«Я начинаю чувствовать силу моей инерции, которая понемногу увеличивается, и я не могу сказать с уверенностью, что в течение будущего десятилетия я еще буду заниматься математикой. Я думаю также, что шахта становится слишком глубока и что ее придется рано или поздно бросить, если не будут открыты новые рудоносные жилы».

В Париже. Предчувствие не обмануло Лагранжа. В 1787 году, вскоре после смерти Фридриха II, он переехал в Париж и, по существу, прекратил активные занятия математикой. Лагранжу 51 год. В один 1783 год мир лишился и Эйлера, и Даламбера. Лагранжа восторженно встречают французские ученые, теперь он несомненно «первый геометр Европы», и лишь Лаплас может всерьез конкурировать с ним. К Лагранжу неравнодушны при дворе. Он необычно легко отвлекается от геометрии в пользу занятий философией, химией, историей, медициной, активно участвует в опытах великого химика Лавуазье (1743—1794). Но вскоре наступило время, когда большинство французских ученых прервали свои обычные занятия. Франция вступила в период революции, в которой ученые приняли самое активное участие. Никогда прежде не представлялась для них возможность непосредственно влиять на жизнь страны. Они входят в муниципалитет, Учредительное и Законодательное собрания; астроном Байи становится мэром Парижа, математик Лазар Карно возглавляет оборону Франции (его называли «организатором побед»), а Монж морским министром. Резко активизировалась и деятельность ученых, направленная на решение практических задач.

Лагранж держится в стороне от политики. Закон 1793 г. предписывает иностранцам покинуть Францию, но специальный декрет Комитета общественного спасения делает для Лагранжа исключение. В самые трудные дни он не покидает Франции, разделяя судьбу своих коллег. Участие в политической жизни стоило жизни Байи, Кондорсе. Лавуазье был казнен как откупщик. Лагранж пристально наблюдает за происходящим. Деламбр сохранил слова Лагранжа, сказанные после гильотинирования Лавуазье:

«Нужен был один момент, чтобы снести эту голову, и, может, будет недостаточно ста лет, чтобы появилась подобная».

Как ученый, Лагранж добросовестно выполняет все поручения. Постепенно размножились многочисленные комиссии и бюро, в которые было принято включать ученых. Он занимается проблемами ремесленных промыслов, измерением долготы на море, оценивает запасы хлеба и мяса в стране, чтобы оценить вероятность возникновения голода. Пишет работу с расчетом взрывной силы пороха в орудийном стволе (она не было опубликована при жизни автора, возможно, это была одна из первых засекреченных научных работ).

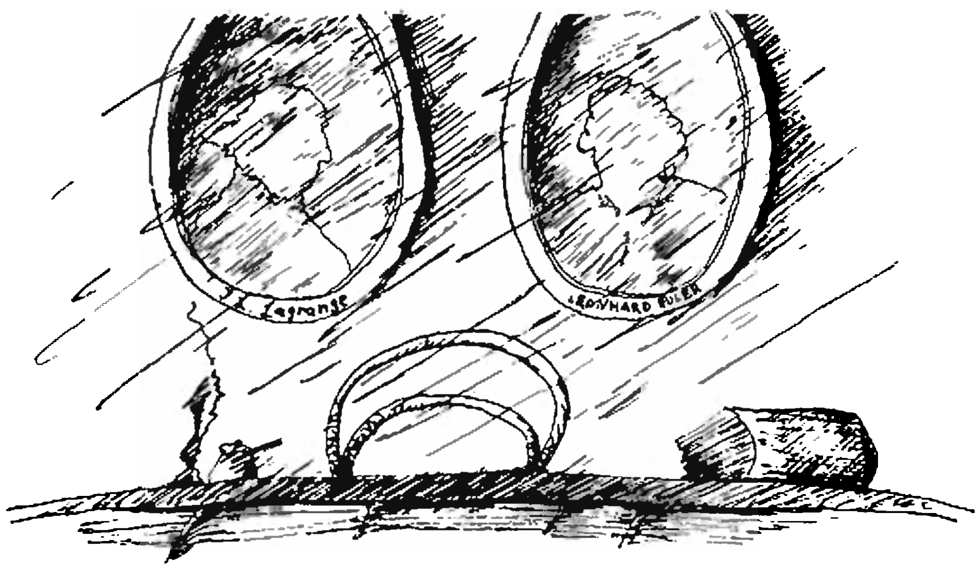
Педагогическая деятельность. Революционная Франция в бурные, богатые переменами 93—95 гг. много внимания уделяла реформе образования. «После хлеба просвещение есть важнейшная потребность народа» — провозгласил Дантон. О народном образовании думали не меньше, чем о снабжении народа хлебом. Организуются Нормальная школа для подготовки учителей и Политехническая школа (первоначально она называлась Центральная школа общественных работ) для подготовки военных инженеров. Никогда прежде не занимавшийся преподаванием Лагранж с увлечением читает лекции в обеих школах. При его интересе к продумыванию основ, лекции — повод заново осмыслить современную математику, ее фундаментальные понятия, связи между различными областями. Из лекций родились его книги: «Теория аналитических функций» в 1797 г. и «Лекции по исчислению функций» в 1801 г.

Последние годы. При директории и консулате положение Лагранжа упрочилось. В годы империи он становится графом, сенатором, кавалером ордена Почетного Легиона. Наполеон не был равнодушен к математике и хорошо понимал истинную цену Лагранжу. Будни императора оставляли ему мало времени для покровительства наукам. Он ограничивался раздачей наград да короткими характеристиками, непосредственно предназначавшимися для истории. Лагранжа он назвал «Хеопсовой пирамидой науки».

10 апреля 1813 г. Лагранж умер. Деламбр вспоминает, с каким удивительным умиротворением встретил он свой последний час:

> «Я почувствовал, что умираю; мое тело ослабело мало-помалу, мои духовные и физические способности незаметно угасают; я с любопытством наблюдаю постепенный прогресс уменьшения сил, и я достигну конца без сожаления, без печали, ибо спуск очень отлогий... Я завершил свой путь; я снискал некоторую известность в математике. Я не питал к кому-либо злобы, я никому не сделал плохого, и я хочу кончить свой путь...»

В свой бурный век Лагранж смог прожить размеренную жизнь. Современники затруднялись припомнить детали, которые могли бы оживить его биографию. Про него не рассказывали анекдоты, как про Лапласа. А. Н. Крылов замечает, что история с обедом на итальянский лад в Париже (рассказанная выше), возможно, была единственным приключением в жизни Лагранжа. Вспоминали, что Лагранж помог улучшить положение Ламберта в Берлине, что он не побоялся в грозном 1793 году заступиться за Деламбра, которого хотели выгнать из комиссии мер, что он трогательно заботился о Пуассоне, когда тот был его учеником в Политехнической школе, что он умел удивительно слушать собеседника. А иногда возникает маленький, но выразительный штрих: все существо Лагранжа «было проникнуто тихой



иронией». И неожиданно именно этот скромный человек стал восприниматься как образец великого ученого и человека, причем не только математиками. Гёте писал:

«Математик совершенен лишь постольку, поскольку он является совершенным человеком, поскольку он ощущает в себе прекрасное, присущее истине; только тогда его творчество становится основательным, чистым, ясным, одухотворенным, действительно изящным. Все это требуется, чтобы уподобиться Лагранжу».

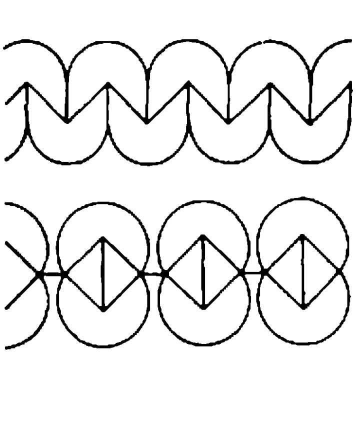
И в другом месте:

«Лагранж был безупречным человеком и именно поэтому и великим. Если безупречный человек наделен талантами, то он всегда становится благом человечества, носителем счастья и благородства, будь то художник, исследователь природы, поэт или кто-либо другой».

Эйлер и Лагранж воспринимаются сегодня как величайшие математики XVIII века, учитель и ученик, дарования которых поразительно дополняли друг друга. Эйлер, стремившийся заглянуть как можно дальше вперед, говорить о вещах, для которых еще нет подходящего языка, оставить потомкам задачи, которые долго будут служить ориентирами, и Лагранж, во всем добиравшийся до глубинных структур, стремившийся создать картину, лишенную белых пятен, передать последующим поколениям язык и методы, которые долгое время будут достаточны для решения новых задач.

Наша обложка

На второй странице обложки показаны три фотографии складчатых моделей, изготовленных из плоских листов ватмана без разрывов и склеиваний. Такие конструкции мы назовем *структурными пространствами с направляющими поверхностями*. Их можно получить из плоского листового материала (ватмана, тонкого картона, металла или пластмассы), складывая его по линиям в надлежащую сторону в соответствии со схемами, две из которых показаны на рисунке, а затем изгибая лист со складками, чтобы придать ему общую форму цилиндра. Для трех показанных моделей «направляющей поверхностью» служит цилиндр, но можно построить подобные структурные пространства и с другими направляющими поверхностями, например, коническими, гиперболическими и эллиптическими.



В качестве основы сети линий, по которым производятся складки, используются элементы различных паркетов (см. «Квант», 1979, № 2, с. 9) и решеток на плоскости. При этом здесь примеряются не только прямые или ломаные, но и кривые линии складок, что придает полученным моделям бо́льшую эстетическую выразительность.

Кроме эстетических достоинств, структурные пространства обладают различными интересными механическими свойствами (статическими и динамическими), вследствие которых они перспективны для поиска новых архитектурных и конструктивных форм.

А. И. Волков

Покатаемся на виндсерфере

Кандидат физико-математических наук
А. А. ЛАПИДЕС

Виндсерфинг — один из самых молодых видов спорта. Изобретенный в 1967 году, он через 15 лет завоевывает олимпийское гражданство, число его поклонников (и не просто болельщиков, а именно людей, активно им занимающихся) возрастает с каждым годом. Виндсерфинг завоевал мир!

Подобно громадной бабочке, виндсерфер грациозно парит над водной гладью в тихую погоду. В сильный ветер он дарит ни с чем не сравнимое ощущение полета, когда спортсмен практически лежит, касаясь спиной воды, а доска скользит по водной поверхности со скоростью несколько десятков километров в час. Те же, кто катался на виндсерфере в настоящий морской шторм, благодарны ему за великолепную возможность единоборства с разъяренной стихией.

Многие из вас наверняка наблюдали за виндсерфингом, а кое-кто пробовал и кататься. Не правда ли, удивительно, как вообще можно удержаться на такой узкой (60 сантиметров), легкой (20 килограммов) доске, управляя парусом (площадью 6 м^2), соединенным с доской с помощью шарнира?

Чтобы научиться кататься, необходимо, конечно же, располагать определенными физическими данными (хорошей координацией движений, нормальным вестибулярным аппаратом), уметь плавать, не бояться вынужденных купаний. Но в первую очередь надо хорошо понимать физику его движения. Как показывает опыт, поговорка «сила есть — ума не надо» для занятий виндсерфингом не годится.

И, разумеется, как и в любом другом деле, нужен большой запас настойчивости.

* * *

Прежде чем знакомиться с основами техники виндсерфинга, поговорим об одном из его прародителей серфинге. Этот вид спорта, как известно, представляет собой катание по океанским волнам на «серфе» — узкой доске из легких пород дерева или из пластика.

Движение серфа происходит в так называемом режиме глиссирования, реализуемом только при высоких скоростях. В этом режиме также движутся суда на воздушных крыльях, скутера и воднолыжники. Он определяется гидродинамической силой F. Она возникает при обтекании специальных подводных крыльев, днища скутера, водных лыж или серфа, наклоненных к вектору скорости под некоторым углом атаки α, и направлена перпендикулярно обтекаемой плоскости. Эту силу можно разложить на два направления — параллельно вектору скорости движущегося судна и перпендикулярно ему. Первая составляющая называется силой сопротивления, вторая — подъемной силой. При движении судов сила сопротивления уравновешивается силой тяги, в то время как серф по ровной поверхности воды движется лишь замедленно. Набрать скорость он может только на волнах, о чем мы расскажем чуть позже. Отметим, что угол атаки α создается смещением спортсмена к корме доски. Нос доски высовывается из воды, подъемная сила приложена к задней части доски, а смещение спортсмена к корме таково, что сумма возникающих моментов относительно любой поперечной оси равна нулю (рис. 1).

Появление подъемной силы в режиме глиссирования приводит к тому, что судно массы m_0 приподнимается над поверхностью воды. Из-за уменьшения погруженной в воду части судна уменьшается сила Архимеда F_A до величины $m_0g - F_{под}$; при этом уменьшается угол атаки α. На больших скоростях $F_{под}$ практически достигает величины m_0g, в воду погружена малая часть судна, и резко уменьшена сила сопротивления.

В этом режиме плавный поворот серфа осуществляется креном глиссирующей поверхности, когда спортсмен смещается на ее край (говорят: «изменением поперечной загрузки доски»). На рисунке 2 изображен поворачивающийся серфист, но все рассуждения применимы для воднолыжника и скутера. Здесь m — масса доски, M — масса спортсмена. Силы приложены к разным точкам. Поэтому, чтобы скомпенсировать опрокидывающий момент, спортсмен отклоняется внутрь поворота.

Горизонтальная составляющая $F_{под}$ приводит к появлению центростремительного ускорения $a_{ц}$, а так как вертикальная составляющая $F_{под}$ уменьшилась по сравнению со случаем прямолинейного движения, то доска опускается чуть глубже в воду. Сила Архимеда F_A возрастает, так что по вертикальной оси выполняется условие равновесия.

Теперь рассмотрим движение серфа не по ровной, а по наклонной поверхности воды — по волне. На рисунке 3 все силы приложены в одной точке. На самом деле это, конечно, не так: силы приложены в разных точках, и приходится, смещаясь к корме или к краю серфа, создавать дополнительный момент силы Mg, компенсирующий внешние моменты. Спортсмен вынужден постоянно балансировать, его центр тяжести все время смещается от некоего среднего равновесного положения.

На систему (серф+спортсмен) действуют три силы — тяжести $(M+m)g$, сила Архимеда F_A и гидродинамическая сила F (которую и здесь можно представить как сумму $F_{сопр}$ и $F_{под}$). Спортсмен неподвижен относительно ската волны, то есть перемещается вместе с ней с постоянной скоростью (волна как бы несет спортсмена). Поэтому условие равновесия состоит в равенстве нулю векторной суммы этих трех сил.

Однако гидродинамическая сила возникает лишь при движении относительно воды с некоторой скоростью. В данном же случае мы только что приняли, что спортсмен покоится относительно ската волны. Но откуда же тогда берется эта сила?

Все дело в том, что покой относительно волны вовсе не означает покоя относительно воды. Когда распространяется волна, элементы водной поверхности движутся практически лишь по вертикали. Колебания вверх — вниз различных элементов поверхности воды, расположенных вдоль прямой, по которой распространяется волна, «скоординированы» таким образом, что наблюдатель, рассматривающий всю поверхность целиком, видит бегущую со скоростью v вдоль горизонтали волну (на рисунке 4 изображена поверхность воды в два близких момента времени, стрелки показывают скорости w отдельных элементов поверхности жидкости).

Это означает, что на неподвижного относительно ската волны спортсмена «набегает» вода со скоростью $\vec{v}'$ (рис. 3), являющейся векторной суммой скоростей $(-\vec{v})$ и $\vec{w}$ (знак минус перед горизонтальной составляющей скорости возникает из-за перехода в движущуюся систему отсчета). Эта скорость и приводит к появлению гидродинамической силы.

У спортсмена есть возможность подняться выше на скат, обычно и используемая на практике,— она состоит в ориентации серфа не вдоль направления распространения волны, а под углом γ к ней (рис. 5). Разворачивая серф боком, спортсмен резко увеличивает силу сопротивления. Собственно, только этой возможностью и пользуются, чтобы подняться достаточно высоко на волну, так как при ориентации серфа параллельно скорости v точка равновесия находится при достаточно малых $\varkappa$.

Одна из фигур, выполняемых мастерами серфинга, такова.

Развернув серф боком, спортсмен поднимается по скату, затем резко разворачивает серф параллельно v и начинает глиссировать вниз. Затем, продолжая глиссировать по ровной воде, плавно разворачивается на 180° (физика поворота описана ранее). Теперь он движется на волну, скорость серфа падает, спортсмен въезжает на волну (можно в принципе и прекратить глиссирование, остановившись или уменьшив угол атаки α, и просто подождать, когда волна, с которой он съехал, его догонит и поднимет наверх, как поплавок). Затем, не достигнув гребня (в точке ската с достаточно большим $\varkappa$), спортсмен вновь разворачивает доску на 180°, и все повторяется.

Обычно серфингисты едут не вниз по скату, а под некоторым углом γ к линии ската. Это позволяет им двигаться со скоростью в $1/\cos\gamma$ раз большей, чем скорость волны. Действительно, из рисунка 5 видно, что если спортсмен за время t проходит путь AB со скоростью u, даже оставаясь все время в точках ската волны с одинаковым значением $\varkappa$, то волна проходит за это время путь $AC=vt$. Отсю-