А.М.Балдин, В.И.Гольданский, И.Л.Розенталь

Кинематика ядерных реакций

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 53
ББК 22.3
А11

А.М.Балдин
А11 Кинематика ядерных реакций / А.М.Балдин, В.И.Гольданский, И.Л.Розенталь – М.: Книга по Требованию, 2013. – 296 с.

ISBN 978-5-458-28057-0

Книга посвящена одному из главных методов обработки экспериментальных данных в современной ядерной физике и является первой попыткой обобщить и систематизировать сведения по кинематике ядерных реакций. В книге подробно анализируются кинематические соотношения между различными величинами, характеризующие ядерные реакции с участием двух и более частиц. Рассматриваются следствия, как из классических, так и из квантовых законов сохранения. Книга снабжена богатыми справочными материалами (таблицами, графиками и числовыми примерами). Рассчитана на физиков, работающих в области атомного ядра и элементарных частиц.

ISBN 978-5-458-28057-0

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемая вниманию читателей книга носит название «Кинематика ядерных реакций». Мы понимаем под кинематикой совокупность соотношений, основанных на законах сохранения, которые вытекают из свойств симметрии пространства — времени в их классической и квантовой форме.

Книга состоит из двух частей. В открывающих первую часть двух вводных главах читателю кратко напоминаются некоторые основные характеристики движения с релятивистскими скоростями, а также излагаются важнейшие для дальнейшего изложения релятивистские преобразования. Здесь же определяются две широко используемые далее системы координат — лабораторная система и система, связанная с центром тяжести, и даются формулы для перехода от одной из этих систем к другой.

Последующие главы первой части посвящены классической кинематике взаимодействий (столкновений и распадов) с образованием двух, трех и многих частиц. При наличии в конечном состоянии лишь двух частиц существует вполне определенная связь между углами их вылета или углом вылета частицы и ее энергией. Характеризующие такую связь соотношения приводятся как в аналитическом, так и в графическом виде. Отдельно рассматриваются частные случаи нерелятивистских взаимодействий и превращений с участием фотонов. При образовании в конечном состоянии трех или многих частиц связь углов их вылета и энергий не является однозначной, и в этих случаях приходится ограничиться нахождением различных экстремальных соотношений. Рассмотрение угловых и энергетических распределений при множественном образовании частиц производится на основе статистической теории Ферми. Оправданием включения этого раздела в книгу по кинематике может служить то обстоятельство, что в соответствии с первоначальной концепцией Ферми угловые и энергетические распределения множественных процессов основываются на законах сохранения энергии и импульса.

Вторая часть книги посвящена квантовомеханическому рассмотрению кинематики ядерных реакций.

В этой части анализируется одно из фундаментальных понятий, роль которого в интерпретации ядерных взаимодействий все возрастает, именно матрица рассеяния (S-матрица), и рассматриваются основные свойства этой матрицы. На основании теории матрицы рассеяния и теории преобразований Дирака излагаются связанные с законами сохранения свойства поперечных сечений ядерных реакций. Используемая в книге теория преобразований Дирака дает возможность простого введения — без использования теории групп — различных коэффициентов векторного сложения, применяемых в теории ядерных реакций (коэффициенты Клебша—Жордана, коэффициенты Рака, коэффициенты Z, коэффициенты X).

Мы уделили сравнительно большое место проблеме отражения времени в квантовой механике (§ 21). Это обусловлено тем, что большинство работ (включая классические работы) по общей теории S-матрицы содержит ряд ошибок, связанных с неаккуратным рассмотрением этого вопроса. Эти ошибки настолько прочно вошли в теорию, что в настоящее время для избежания недоразумений при использовании формул, имеющихся в литературе, необходимо хорошо знать этот вопрос.

Отдельно рассматривается специальный важный случай ядерных реакций, происходящих с участием фотонов.

Вторая часть книги ограничена рассмотрением собственно ядерных реакций. Сюда не включены проблема распада частиц (например, вопросы корреляции при распаде) и реакции с поляризованными частицами (разбирается лишь вопрос о возникновении поляризованных частиц в ядерных реакциях и основные связанные с этим закономерности). Для изложения опущенных вопросов понадобилось бы значительно расширить круг привлекаемых математических представлений, а это существенно увеличило бы объем книги (рассчитанной, в основном, на экспериментаторов) и трудность ее восприятия.

Отнюдь не преследуя цели создания справочника по кинематике ядерных реакций, мы, тем не менее, сочли целесообразным включить в книгу ряд таблиц, графиков, числовых данных и примеров. Так, в приложении I даны графики связи углов и энергий для нескольких широко исследуемых взаимодействий с участием легких ядер или элементарных частиц. В приложении II приводятся таблицы значений коэффициентов Клебша—Жордана и Рака, а также числовые таблицы коэффициентов Z, Z_γ и X.

Первая часть книги написана В. И. Гольданским и И. Л. Розенталем, а вторая часть — А. М. Балдиным.

Необходимо отметить большую работу В. А. Петрунькина и А. И. Лебедева по составлению приложения II. Ими были сверены между собой и переработаны таблицы коэффициентов W, Z, X и Z_γ.

Мы отлично сознаем, что в этой книге, являющейся первой попыткой обобщить и систематизировать сведения по кинематике ядерных реакций, будет много упущений и недостатков. Мы заранее благодарны читателям, которые возьмут на себя труд ознакомиться с книгой и прислать нам все возникшие при чтении книги замечания.

В заключение авторы приносят благодарность В. Б. Берестецкому и Г. Н. Копылову, сделавшим ряд ценных замечаний.

А. М. Балдин
В. И. Гольданский
И. Л. Розенталь

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ
КЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

ГЛАВА I
ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КИНЕМАТИКИ

§ 1. Интегралы движения. Законы сохранения

Как известно из классической механики, систему из N частиц в случае пренебрежения их пространственной структурой (т. е. когда частицы рассматриваются как материальные точки) можно описать при помощи $3N$ дифференциальных уравнений, которым соответствуют $6N$ интегралов движения, т. е. величин, сохраняющихся при изменениях, происходящих в системе. Полное число интегралов движения, естественно, задается тем, что в каждый момент времени система определяется $3N$ координатами и $3N$ импульсами частиц (см., например, [1]). Среди $6N$ интегралов движения *) не все играют одинаковую роль. Чтобы выяснить эту роль, рассмотрим изолированную систему, т. е. систему, которая не подвержена действию внешних сил **). Для такой системы имеется десять интегралов движения, которые соответствуют физическим величинам, всегда сохраняющимся при любом произвольном взаимодействии между частицами системы во время движения. Эти величины, по крайней мере, в принципе можно измерить на опыте в рамках классической механики. 10 интегралов движения можно представить, в соответствии с их физическим смыслом, следующим образом: $10 = 4 + 3 \cdot 2$. Цифра 4 соответствует закону сохранения

*) Более точно число независимых интегралов движения равно $6N - 1$.

**) Хотя такой подход и несколько абстрактен, однако он дает отличное приближение во всех интересующих нас случаях.

энергии — импульса, которые в релятивистской механике образуют единый четырехмерный вектор. Эти четыре величины (энергия и три компоненты импульса) и являются в данном случае интегралами движения. Шесть остальных интегралов движения соответствуют образованию «моментов» при попарных комбинациях четырех осей (трех пространственных и временной). Три величины, полученные при комбинировании лишь пространственных осей, соответствуют обычным моментам импульсов, которые также являются интегралами движения. Три других величины, полученные комбинированием временной и каждой из пространственных осей, выражают прямолинейность и равномерность движения центра тяжести системы. В ньютоновской механике последние утверждения есть следствие закона сохранения импульса.

Остановимся теперь на важном для нас случае столкновения двух частиц. Выберем в качестве одной из координатных плоскостей плоскость, проходящую через траектории обеих частиц перед столкновением. В этом случае четыре интеграла движения тождественно обращаются в нуль (две компоненты моментов импульса и по одной компоненте импульса и скорости движения центра тяжести). Остаются, таким образом, шесть интегралов, которые, однако, еще в некоторых отношениях существенно неравноправны. Действительно, как мы увидим далее, скорость системы координат, связанной с центром тяжести, целиком определяется энергией и импульсами сталкивающихся частиц, и поэтому оставшиеся интегралы не независимы.

Мы вели наше рассмотрение, ограничиваясь рамками классической механики. Это ограничение вполне разумно в случаях, пока речь идет об энергии или импульсе. Однако при анализе величин, связанных с моментами, уже существенны квантовые представления. В то время как энергии и импульсы элементарных частиц можно складывать классически, моменты их импульсов складываются в соответствии с правилами квантовой механики. Поскольку в первых пяти главах мы будем пользоваться классическими представлениями, остановимся здесь на трех остающихся интегралах энергии и импульса. Некоторые следствия из анализа сохранения моментов импульса будут рассмотрены во второй части книги.

§ 2. Основные системы координат

Хотя с точки зрения релятивистской механики все системы координат равноправны, однако для практических целей особую роль играют две системы: лабораторная и система центра тяжести. Лабораторная система (Л-система) связана с землей, а значит и с наблюдателем, поэтому все условия непосредственного наблюдения задаются именно в лабораторной системе и по этой причине ее удобно использовать для описания результатов исследований. Если мы интересуемся процессом столкновения двух частиц, то в лабораторной системе считаем, что одна из них, которую мы обозначим далее индексом II, покоится, т. е. имеет импульс $p_{\mathrm{II}} = 0$ (и в частном случае распада движущейся частицы I и $m_{\mathrm{II}} = 0$). Отметим здесь попутно, что это условие характерно для процессов, в которых в начальном состоянии имеются одна или две частицы.

Другая важная система координат связана с центром тяжести системы взаимодействующих частиц, который в этой системе покоится (Ц-система). Эта система удобна тем, что в ней процессы распада и процессы столкновений двух частиц обладают максимальной степенью симметрии. Так, например, распад частицы на две другие характеризуется сферически симметричным распределением образующихся частиц, если не учитывать поляризационные эффекты. Существование последних сводит симметрию к осевой. В случае столкновений двух одинаковых частиц в Ц-системе, помимо тривиальной оси симметрии, совпадающей с относительным направлением движения обеих частиц, имеется также плоскость симметрии, перпендикулярная этому направлению и проходящая через точку, где произошло столкновение.

При столкновении двух неодинаковых частиц существует только осевая симметрия, однако и в этом случае можно высказать обычно некоторые суждения о распределении частиц относительно указанной плоскости. Заметим, что релятивистские преобразования величин из Ц-системы в Л-систему и обратно имеют особенно простой вид сравнительно с преобразованиями в другие системы (см. § 5). Отметим еще некоторые особенности Ц-системы. Основное ее свойство (по существу — определение Ц-системы) заключается в том, что суммарный импульс всех взаимодействующих частиц в этой системе равен нулю:

$$\sum_{i=1}^{N} \tilde{p}_i = 0. \tag{2,1}$$

Следовательно, направления движения двух взаимодействующих частиц в Ц-системе всегда образуют угол в 180°: $\tilde{\vartheta}_1 + \tilde{\vartheta}_2 = \pi$, т. е. они летят навстречу друг другу до столкновения и разлетаются в противоположные стороны после столкновения. Благодаря этому элементы телесных углов для обеих взаимодействующих частиц в Ц-системе всегда одинаковы (т. е. $|d\cos\tilde{\vartheta}_1| = |d\cos\tilde{\vartheta}_2|$), а их угловые распределения не изменяются при замене углов вылета одной частицы на дополнительные углы вылета другой частицы, что зачастую сильно упрощает интерпретацию результатов. Заметим далее, что взаимодействие частиц определяется величиной энергии их относительного движения, независимо от того, какова энергия движения каждой из частиц относительно наблюдателя. Поэтому энергия, которая может быть выделена в том или ином ядерном превращении, прежде всего выражается через полную (или кинетическую) энергию частиц именно в Ц-системе, а не в какой-либо иной. Использование значений энергии частиц в Ц-системе существенно облегчает, в частности, вычисление энергетических порогов эндотермических ядерных превращений, в которых сумма масс продуктов превышает сумму масс исходных ядер.

§ 3. Некоторые формулы релятивистской механики

Остановимся вкратце на некоторых следствиях теории относительности (см., например, [2]). В нерелятивистской механике основную роль играют трехмерные векторы в обычном пространстве (например, импульс, сила и т. д.). Теория относительности внесла фундаментальное изменение в это представление, связав пространство и время в единый четырехмерный континуум, в котором основные механические величины образуют уже не трехмерные, а четырехмерные векторы. Таким образом, длина этих векторов будет инвариантна уже относительно поворотов четырехмерных систем координат, в частности относительно перехода от одной инерциальной системы к другой. Мы рассмотрим в этой книге только последнее преобразование.

Обозначим постоянную скорость движения одной системы координат относительно другой через V и примем для простоты, что ее направление совпадает с осями x_1 и x_2 обеих систем. Пусть в обеих системах задан четырехмерный вектор ρ с компонентами ρ_{x1}, ρ_{y1}, ρ_{z1} и ρ_{t1} (система 1) и ρ_{x2}, ρ_{y2}, ρ_{z2} и ρ_{t2} (система 2). В рассматриваемом нами случае пространственные компоненты вектора ρ по осям y и z не будут меняться при переходе от одной системы к другой, т. е.

$$\rho_{y1} = \rho_{y2}, \qquad \rho_{z1} = \rho_{z2}. \tag{3,1}$$

Тогда из условия инвариантности длины четырехмерного вектора следует:

$$|\rho_{x1}|^2 + |\rho_{t1}|^2 = |\rho_{x2}|^2 + |\rho_{t2}|^2. \tag{3,2}$$

Наиболее общее линейное преобразование, связывающее координаты ρ_{x2}, ρ_{t2}, ρ_{x1} и ρ_{t1}, можно записать в форме

$$\rho_{x2} = a\rho_{x1} + b\rho_{t1}, \qquad \rho_{t2} = c\rho_{x1} + d\rho_{t1}, \tag{3,3}$$

где a, b, c, d — постоянные.

Подставляя (3,3) в (3,2) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях ρ_{x1} и ρ_{t1}, получаем

$$a = d, \tag{3,4}$$

$$b = -c, \tag{3,5}$$

$$b = \frac{A}{\sqrt{1 + A^2}}, \tag{3,6}$$

$$d = \frac{1}{\sqrt{1 + A^2}}, \tag{3,7}$$

где

$$A = \frac{\rho_{x2}}{\rho_{t2}}. \tag{3,8}$$

При выводе (3,4) — (3,8) мы использовали уравнения (3,3) при $\rho_{x1} = 0$. Величина A имеет простой физический смысл, к выяснению которого мы сейчас приступим.

Рассмотрим два четырехмерных вектора, которые широко используются в дальнейшем: пространственно-временно́й вектор (x, y, z, it) и вектор энергии-импульса (p_x, p_y, p_z, iE) *). Подставляя значения компонент векторов в (3,8), получаем

$$A = \frac{x}{it} = -iV, \tag{3,9}$$

---

*) Здесь и в дальнейшем мы полагаем скорость света $c = 1$.

где V — скорость первой системы относительно второй. Отсюда

$$\left.\begin{aligned} \rho_{x2} &= \gamma(\rho_{x1} - iV\rho_{t1}), \\ \rho_{t2} &= \gamma(\rho_{t1} - iV\rho_{x1}) \end{aligned}\right\} \tag{3,10}$$

или

$$\left.\begin{aligned} p_{x2} &= \gamma(p_{x1} + E_1 V), \\ E_2 &= \gamma(E_1 + p_{x1} V), \end{aligned}\right\} \tag{3,11}$$

где так называемый коэффициент релятивистского преобразования

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2}}. \tag{3,12}$$

Пусть одна из систем координат связана со свободной частицей. Тогда для нее можно переписать (3,8) в следующей форме:

$$A = -i\beta = -i\frac{p}{E}, \tag{3,13}$$

где β — скорость движения частицы в рассматриваемой системе координат, p и E — здесь и далее импульс и полная энергия частицы. Следовательно

$$\beta = \frac{p}{E}. \tag{3,14}$$

Из условия инвариантности квадрата модуля четырехмерного вектора энергии-импульса получаем

$$E^2 - p^2 = \mathrm{Inv}. \tag{3,15}$$

Комбинируя с (3,14), находим

$$E = \frac{\mathrm{Inv}}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \tag{3,16}$$

Рассмотрим случай, когда $\beta \ll 1$; тогда

$$E = \mathrm{Inv} \cdot \left(1 + \frac{\beta^2}{2}\right). \tag{3,17}$$

Для определения входящей в (3,17) постоянной потребуем, чтобы это равенство переходило в правильное выражение для кинетической энергии в механике Ньютона:

$$E = m\frac{\beta^2}{2}.$$