

Зеленой Александр Ильич

**Краткое руководство
начертательной геометрии**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 82-3
ББК 84-4
А46

А46 **Александр Ильич З.**
Краткое руководство начертательной геометрии / Зеленой Александр Ильич –
М.: Книга по Требованию, 2025. – 307 с.

ISBN 978-5-519-85999-8

Краткое руководство начертательной геометрии с приложениями к рисованию, построению солнечных часов, географическим и морским картам и корабельной архитектуре, составленное А. Зеленым, капитан-лейтенантом

ISBN 978-5-519-85999-8

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2025

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2025

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

КРАТКОЕ РУКОВОДСТВО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ.

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ.

О ПРЯМОЙ ЛИНИИ И ПЛОСКОСТИ.

ГЛАВА ПЕРВАЯ.

Предварительныя понятія.

§ 1. Предметъ Начертательной Геометріи состоитъ въ томъ, чтобы посредствомъ чертежей и строеній на плоскости, имѣть точное и полное понятіе о видѣ, величинѣ и положеніи предметовъ, находящихся въ пространствахъ.

§ 2. Изъ Начальной Геометріи извѣстно, что всѣ тѣла ограничиваются поверхностями, поверхности происходятъ отъ движенія линій, линіи отъ движенія точекъ. И потому мы начнемъ съ опредѣленія точекъ, потомъ перейдемъ къ прямымъ линіямъ, плоскостямъ, и наконецъ къ кривымъ^М линіямъ и кривымъ поверхностямъ.

Изъ многихъ способовъ, которые могутъ служить для опредѣленія тѣлъ въ пространствахъ, мы избираемъ способъ проекцій, какъ самый легчайшій.

§ 3. Если изъ всѣхъ точекъ даннаго тѣла опустимъ на плоскость перпендикуляры, то концы этихъ перпендикуляровъ будемъ называть проекціями данныхъ точекъ на плоскости; всѣ эти проекціи вмѣстѣ представляютъ изображеніе даннаго

предмета на плоскости. Но одного этого изображенія недостаточно для полнаго понятія о данномъ тѣлѣ въ пространствѣ, нужно еще имѣть изображеніе, составленное подобнымъ образомъ, на другой плоскости, которая пересѣкается подъ нѣкоторымъ угломъ съ первою.

§ 4. Для большей простоты и удобства построеній, мы изображаемъ двѣ плоскости, перпендикулярныя между собою, одну полагаемъ параллельною горизонту, другая слѣдовательно будетъ имѣть вертикальное положеніе. Первую будемъ называть *горизонтальною плоскостью проекцій*, вторую *вертикальною плоскостью проекцій*, а обѣ вмѣстѣ *плоскостями проекцій*. Взаимное ихъ пересѣченіе станемъ называть *осью проекцій*, или *общимъ прорѣзомъ*. Обѣ плоскости проекцій будемъ полагать продолженными во всѣ стороны безиредѣльно.

§ 5. Если изъ данной точки въ пространствѣ опустимъ на горизонтальную плоскость проекцій перпендикуляръ, котораго встрѣчу съ плоскостью станемъ называть *горизонтальною проекціею* данной точки, самый же перпендикуляръ *горизонтально-проектирующею линіею* данную точку. Точно такимъ же образомъ конецъ перпендикуляра, опущеннаго изъ данной точки на вертикальную плоскость проекцій, будемъ называть *вертикальною проекціею* данной точки, самый же перпендикуляръ *вертикально-проектирующею прямою* данную точку.

§ 6. Когда извѣстны обѣ проекціи точки, тогда мы говоримъ, что точка опредѣлена въ пространствѣ; потому что, возставивъ отъ горизонтальной проекціи точки къ горизонтальной плоскости перпендикуляръ, на этомъ перпендикулярѣ должна находиться данная точка; точно такимъ же образомъ она должна находиться и на перпендикулярѣ, возставленномъ отъ вертикальной проекціи этой точки къ вертикальной плоскости. Данная точка въ пространствѣ, находясь въ одно вре-

на двухъ прямыхъ линіяхъ, будетъ въ общемъ ихъ пересѣченіи.

§ 7. Пусть плоскости NO и RS (Лис. 1, черт. 1) представляютъ плоскости проекцій, прямая XU общій прорѣзъ, а точка M данная точка въ пространствѣ. Изъ этой точки на горизонтальную плоскость проекцій отпускаемъ перпендикуляръ MA , который и есть горизонтально-проектирующая прямая. Конецъ этого перпендикуляра точка A —горизонтальная проекція данной точки въ пространствѣ. Перпендикуляръ же Ma , опущенный изъ той же точки на вертикальную плоскость проекцій RS ; —вертикально-проектирующая прямая данную точку, а конецъ его точка a — вертикальная проекція данной точки.

§ 8. Если чрезъ данную точку M въ пространствѣ и обѣ ея проекціи вообразимъ плоскость $aMAB'$, то она пройдетъ чрезъ обѣ проектирующія прямыя MA , Ma и пересѣчетъ плоскости проекцій въ прямыхъ AB' , aB' ; такъ какъ эта плоскость проходитъ чрезъ прямыя Ma , MA , вертикально и горизонтально-проектирующія, то она перпендикулярна къ обѣимъ плоскостямъ проекцій; и обратно, плоскости проекцій перпендикулярны къ плоскости $aMAB'$, а слѣдовательно и взаимное ихъ пересѣченіе XU перпендикулярно къ плоскости $aMAB'$. А когда прямая перпендикулярна къ плоскости, то она перпендикулярна ко всѣмъ прямымъ, проведеннымъ на этой плоскости чрезъ ея основаніе. Слѣдовательно общій прорѣзъ XU перпендикуляренъ къ прямымъ линіямъ AB' и $B'a$, и обратно, эти прямыя перпендикулярны къ общему прорѣзу XU ; то уголъ $aB'A$, заключенный между этими прямыми, есть уголъ наклоненія плоскостей, но какъ плоскости пересѣкаются подъ прямымъ угломъ, слѣдовательно и уголъ $aB'A$ прямой; также прямая MA перпендикулярна къ горизонтальной плоскости, то она перпендикулярна и къ прямой

AB' ; по той же причинѣ Ma перпендикулярна къ aB' . И такъ четырехугольникъ $MAB'a$ есть прямоугольникъ, слѣдовательно MA равна aB' и Ma равна AB' , то есть горизонтально-проектирующая прямая равна разстоянію вертикальной проекціи точки до общаго прорѣза, а вертикально-проектирующая прямая равна разстоянію горизонтальной проекціи точки до общаго же прорѣза.

§ 9. Такъ такъ плоскости проекцій пересѣкаются между собою, то каждая изъ нихъ раздѣляется на двѣ части, которыя мы будемъ различать, говоря: передняя часть горизонтальной плоскости та, которая находится отъ вертикальной плоскости ближе къ намъ, заднюю часть горизонтальной плоскости, называть будемъ ту часть горизонтальной плоскости, которая находится, относительно насъ, за вертикальною плоскостью проекцій. Точно также и въ вертикальной плоскости будемъ различать двѣ части: верхнюю и нижнюю. Плоскости проекцій раздѣляютъ все пространство на четыре части или пространства; для отличія которыхъ мы придаемъ каждому изъ нихъ названіе, составленное изъ названій частей плоскостей проекцій, которыя ограничиваютъ это пространство. И такъ пространство, находящееся вверху и ближайшее къ намъ, будемъ называть *верхне-переднее* пространство, потому что оно заключено между переднею частью горизонтальной плоскости и верхнею вертикальной. *Нижне-переднимъ* пространствомъ будемъ называть пространство, заключенное между переднею частью горизонтальной плоскости и нижнею вертикальной. Другія два пространства будемъ называть *верхне-заднее* и *нижне-заднее* пространство.

§ 10. Оставивъ плоскости въ такомъ положеніи, неудобно будетъ составлять чертежи; для этого мы воображаемъ, что вертикальная плоскость проекцій обращается около общаго прорѣза до тѣхъ поръ, пока не совмѣстится съ горизонталь-

вою плоскостью проекцій. Вертикальную плоскость мы представляем такъ, чтобы верхняя ея часть совместилась съ заднею частью горизонтальной, то передняя часть горизонтальной плоскости совмѣстится съ нижнею частью вертикальной. И потому обѣ плоскости проекцій могутъ быть представлены одною плоскостью, на которой проведенная прямая линія представляетъ общій прорѣзъ. Вверху отъ общаго прорѣза будетъ лежать задняя часть горизонтальной плоскости и верхняя вертикальной, внизу нижняя часть вертикальной плоскости и передняя горизонтальной. При этомъ обращеніи прямая aB' останется постоянно перпендикулярною къ XU , и слѣдовательно, совмѣстясь съ горизонтальною плоскостью, будетъ также перпендикулярна къ общему прорѣзу. И такъ двѣ прямыя $B'A$, и $B'a$, возставленныя изъ той же точки B' къ той же прямой линіи XU , составятъ одну прямую линію. А изъ этого заключаемъ, что *обѣ проекціи, всякой точки въ пространствѣ, находятся на прямой линіи, перпендикулярной къ общему прорѣзу.*

Примѣчаніе. Обѣ проекціи всякой точки и прямой линіи будемъ означать тѣми же буквами: горизонтальныя большими, а вертикальныя маленькими; также линіи, начерченныя на задней части горизонтальной плоскости и на нижней части вертикальной, будемъ проводить пунктирными линіями. Называя точку или прямую линію въ пространствѣ, будемъ провозносить обѣ ея проекціи.

§ 11. Точка (A, a) (Черт. 2), находящаяся въ верхнемъ переднемъ пространствѣ, имѣетъ горизонтальную проекцію A на передней части горизонтальной плоскости, а вертикальную a на верхней части вертикальной плоскости. Точка (A', a'), находящаяся въ верхнемъ заднемъ пространствѣ, имѣетъ горизонтальную проекцію A' на задней части горизонтальной плоскости, вертикальную a' на верхней части вер-

тикальной плоскости; и обратно, точка (A'', a'') находится въ переднемъ нижнемъ пространствѣ, потому что горизонтальная ея проекція A'' находится на передней части горизонтальной плоскости, а вертикальная a'' на нижней части вертикальной плоскости. Точка (A''', a''') находится въ нижнемъ заднемъ пространствѣ, потому что вертикальная ея проекція a''' находится на нижней части вертикальной плоскости, а горизонтальная A''' на задней части горизонтальной плоскости. Точка (C, c) , находящаяся на горизонтальной плоскости проекцій, имѣетъ горизонтальную проекцію въ самой этой точкѣ C , а вертикальная ея проекція c будетъ на оси проекцій, потому что горизонтально-проектирующая прямая равна нулю, а слѣдовательно разстояніе вертикальной проекція до общаго прорѣза равно нулю, то есть, вертикальная проекція c должна находиться на общемъ прорѣзѣ; обратно, точка (C', c') находится на вертикальной плоскости, потому что горизонтальная ея проекція C' находится на общемъ прорѣзѣ, то есть, вертикально проектирующая прямая равна нулю. Точка C'' , находящаяся на общемъ прорѣзѣ, имѣетъ обѣ свои проекціи въ этой же точкѣ.

§ 12. Такъ какъ прямую линію можно считать состоящею изъ безчисленнаго множества точекъ, то, если отъ каждой изъ этихъ точекъ опустимъ перпендикуляры на горизонтальную плоскость проекцій, концы этихъ перпендикуляровъ изобразятъ горизонтальныя проекціи точекъ, а слѣдовательно и горизонтальную проекцію данной прямой линіи. Но какъ всѣ эти перпендикуляры, т. е. горизонтально-проектирующія линіи, проходятъ чрезъ ту же прямую и перпендикулярны къ той же плоскости, то они находятся въ одной плоскости, и слѣдовательно концы ихъ, или горизонтальныя проекціи всѣхъ точекъ прямой, то есть, горизонтальная проекція данной прямой, будетъ находиться на взаимномъ пересѣченіи горизон-

тальной плоскости проекцій съ плоскостію, заключающею всѣ перпендикуляры и проходящею чрезъ данную прямую. Взаимное же пересѣченіе двухъ плоскостей есть линія прямая, а потому заключаемъ, что *горизонтальная проекція прямой линіи есть прямая линія*, происходящая отъ пересѣченія горизонтальной плоскости проекцій съ плоскостію, проходящею чрезъ данную прямую и перпендикулярною къ горизонтальной плоскости проекцій. Последнюю плоскость мы будемъ называть *горизонтально-проектирующею плоскостію* данную прямую линію. Точно такимъ образомъ докажемъ, что *вертикальная проекція данной прямой есть линія прямая*, а плоскость проектирующая прямую на вертикальной плоскости проекцій станемъ называть *вертикально-проектирующею плоскостію* данную прямую линію.

§ 13. Точно также, какъ о точкѣ, можемъ вообще сказать, что прямая линія въ пространствѣ опредѣлена, когда извѣстны обѣ ея проекціи (Черт. 3); потому что, проведя чрезъ проекціи прямой линіи проектирующія плоскости, на каждой изъ нихъ будетъ находиться данная прямая, слѣдовательно она будетъ въ общемъ пересѣченіи проектирующихъ плоскостей.

§ 14. Прямая, параллельная горизонтальной плоскости, будетъ имѣть проекціи (Черт. 4): ^{Вертикально} ~~горизонтальную~~ — параллельную общему прорѣзу; потому что вертикально-проектирующая плоскость (параллельная горизонтальной плоскости) и горизонтальная плоскость проекцій пересѣкаются вертикальною плоскостію проекцій, то взаимныя ихъ сѣченія, то есть, общій прорѣзъ и вертикальная проекція будутъ параллельны.

Точно также, прямая, параллельная вертикальной плоскости, будетъ имѣть вертикальную проекцію параллельную данной прямой, а горизонтальную параллельную общему прорѣзу.

Когда прямая перпендикулярна къ горизонтальной плоскости, то горизонтальная ея проекція будетъ точка, пересѣченіе этой прямой съ горизонтальною плоскостью проекцій; потому что перпендикуляры, опущенные изъ всѣхъ точекъ данной прямой на горизонтальную плоскость, совмѣстятся съ данною прямою; а вертикальная ея проекція будетъ прямая, перпендикулярная общему прорѣзу, потому что двѣ плоскости, вертикально-проектирующая и вертикальная плоскость проекцій, перпендикулярны къ горизонтальной плоскости; то взаимное ихъ пересѣченіе, то есть вертикальная проекція данной прямой, перпендикулярна къ горизонтальной плоскости, а слѣдовательно она перпендикулярна и къ общему прорѣзу.

Точно такимъ образомъ доважеться, что вертикальная проекція прямой линіи, перпендикулярной къ вертикальной плоскости проекцій есть точка, а горизонтальная ея проекція прямая, перпендикулярная къ общему прорѣзу.

Прямая, перпендикулярная къ общему прорѣзу, имѣетъ также обѣ проекціи перпендикулярныя къ общему прорѣзу, потому что обѣ проектирующія плоскости составляютъ одну плоскость, перпендикулярную къ общему прорѣзу. По проекціямъ такой прямой нельзя опредѣлить положенія ея въ пространствѣ, если не будутъ даны двѣ какія нибудь ея точки.

Примѣчаніе. Вообще, чтобы проекціи прямой принадлежали той же прямой въ пространствѣ, необходимо, чтобы соответствующія точки обѣихъ проекцій находились на прямыхъ линіяхъ, перпендикулярныхъ къ общему прорѣзу.

§ 15. Теперь приступимъ къ опредѣленію плоскости въ пространствѣ. Изъ Геометріи извѣстно, что чрезъ три точки, не лежащія въ прямой, также чрезъ двѣ прямыя параллельныя, или чрезъ двѣ прямыя пересѣкающіяся, можно провести одну только плоскость; слѣдовательно каждый изъ этихъ случаевъ даетъ способъ опредѣлять положеніе плоскости въ

пространствъ. Мы избираемъ третій случай и будемъ опредѣлять плоскость положеніемъ двухъ пересѣкающихся прямыхъ линій, происходящихъ отъ пересѣченія какой либо плоскости съ плоскостями проекцій. Эти прямые линіи, для отличія отъ всѣхъ другихъ линій пересѣченія, мы будемъ называть *слѣдами плоскости*. Взаимное пересѣченіе какой либо плоскости съ горизонтальною плоскостью проекцій будемъ называть *горизонтальнымъ слѣдомъ* данной плоскости, а взаимное пересѣченіе той же плоскости съ вертикальною плоскостью проекцій—*вертикальнымъ слѣдомъ*. Оба слѣда встрѣчаются всегда на общемъ прорѣзѣ, потому что на общемъ прорѣзѣ должна находиться точка, принадлежащая вдругъ всѣмъ тремъ плоскостямъ.

§ 16. Плоскость (Лис. 2, черт. 5), перпендикулярная къ горизонтальной плоскости, имѣетъ вертикальный слѣдъ перпендикулярный къ общему прорѣзу; потому что эта плоскость и вертикальная плоскость проекцій перпендикулярны къ горизонтальной плоскости, то взаимное ихъ сѣченіе перпендикулярно къ той же плоскости; а какъ взаимное сѣченіе есть вертикальный слѣдъ данной плоскости, слѣдственно вертикальный слѣдъ плоскости будетъ перпендикуляренъ къ горизонтальной плоскости проекцій, и на этой плоскости онъ встрѣчаетъ ось проекцій, а потому и къ ней будетъ перпендикуляренъ.

Подобнымъ образомъ докажется, что горизонтальный слѣдъ плоскости, перпендикулярной къ вертикальной плоскости проекцій, перпендикуляренъ къ общему прорѣзу.

Плоскость, параллельная горизонтальной плоскости проекцій, не встрѣчается съ этою послѣднею, а слѣдственно горизонтальнаго слѣда не имѣетъ; вертикальный же слѣдъ параллеленъ общему прорѣзу, потому что данная плоскость и горизонтальная плоскость проекцій взаимно параллельны и пересѣ-

ченъ вертикальною плоскостью проекцій, то взаимныя ихъ сѣченія параллельны; взаимное же сѣченіе данной плоскости съ вертикальною плоскостью есть вертикальный слѣдъ, а взаимное пересѣченіе плоскостей проекцій есть общій прорѣзъ, слѣдственно вертикальный слѣдъ данной плоскости параллеленъ общему прорѣзу.

Такимъ же образомъ докажется, что горизонтальный слѣдъ плоскости, параллельной вертикальной плоскости проекцій, параллеленъ общему прорѣзу.

Плоскость, перпендикулярная общему прорѣзу, имѣетъ слѣды перпендикулярные къ общему прорѣзу; потому что эта плоскость перпендикулярна вдругъ къ каждой изъ плоскостей проекцій.

Плоскость, параллельная общему прорѣзу, имѣетъ оба слѣда ему параллельные, потому что она, будучи параллельна къ общему прорѣзу, не можетъ съ нимъ встрѣтиться, а слѣдственно и слѣды, не встрѣчаясь, будутъ параллельны.
