

Т. А. Колесникова

АЛГЕБРА

УЧЕБНЫЕ ТАБЛИЦЫ



Москва 2021

УДК 373.5:512
ББК 22.14я721
К60

Макет подготовлен при содействии ООО «Аудиономикс»

Колесникова, Татьяна Александровна.

К60 Алгебра / Т. А. Колесникова. — Москва : Эксмо, 2021. — 224 с. — (Учебные таблицы. 5–11 классы).

ISBN 978-5-04-214958-0

В пособии основные темы школьного курса алгебры представлены в виде наглядных таблиц, что заметно ускоряет и упрощает процесс усвоения материала. Использование таблиц в качестве опорного конспекта не даст школьникам запутаться в большом объеме информации и позволит без труда найти ответ на интересующий их вопрос.

Книга станет незаменимым помощником школьникам 7–11 классов для подготовки к контрольным и экзаменам, а также учителям для организации работы на уроках.

УДК 373.5:512
ББК 22.14я721

ISBN 978-5-04-214958-0

© Колесникова Т.А., 2021
© ООО «Аудиономикс», 2021
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2021

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ЧИСЛОВЫЕ МНОЖЕСТВА.....	6
Натуральные числа.....	6
Дроби.....	18
Целые и рациональные числа.....	36
Иррациональные и действительные числа.....	41
ВЫЧИСЛЕНИЕ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ.....	48
Тождественные преобразования.....	48
Многочлены.....	50
Алгебраические дроби.....	55
Иррациональные выражения.....	58
Логарифмические выражения.....	60
Тригонометрические выражения.....	62
УРАВНЕНИЯ.....	67
Линейные уравнения.....	68
Квадратные уравнения.....	69
Рациональные уравнения.....	71
Иррациональные уравнения.....	73
Показательные уравнения.....	75
Логарифмические уравнения.....	76
Тригонометрические уравнения.....	78
НЕРАВЕНСТВА.....	84
Числовые неравенства.....	85
Числовые промежутки.....	86
Неравенства с одной переменной.....	87
Линейные неравенства.....	89
Метод интервалов.....	90
Квадратные неравенства.....	92
Рациональные неравенства.....	98

Иррациональные неравенства	99
Показательные неравенства	101
Логарифмические неравенства	102
Простейшие тригонометрические неравенства	106
СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ	108
Системы уравнений с двумя неизвестными	108
Системы неравенств с одной неизвестной	111
ФУНКЦИИ	114
Понятие функции. Способы задания функции	114
Преобразование графиков функций	116
Обратная функция	119
Свойства функции	120
Основные элементарные функции	125
ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ. ПРОГРЕССИИ	139
Числовые последовательности	139
Прогрессии	141
НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА	143
Производная	143
Первообразная и интеграл	171
ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ	192
Основные понятия	192
Отношения на множествах	194
ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ	199
Высказывания	199
Предложения с переменными	201
ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ	202
Элементы комбинаторики	202
Элементы теории вероятностей	207
Элементы статистики	215
Приложение 1	222
Приложение 2	223

ВВЕДЕНИЕ

Данное пособие является помощником в изучении, систематизации и обобщении знаний по алгебре за курс средней школы. Материал представлен в наглядной и удобной для восприятия форме — в виде таблиц, что существенно упрощает его запоминание.

Обобщающий курс изложен последовательно — от простого к сложному. Книга содержит практически все изучаемые в школьной программе определения, правила, формулы, теоремы, изложенные в разделах «Числовые множества», «Вычисление и преобразование выражений», «Уравнения и неравенства», «Функции», «Начала математического анализа», «Элементы теории множеств, математической логики, комбинаторики, теории вероятностей и статистики».

Теоретический материал проиллюстрирован примерами, которые позволяют детально разобраться в темах школьного курса и отработать навыки выполнения различных заданий. В приложениях приведены данные, необходимые для решения практических задач.

Пособие предназначено для учащихся средней школы при самоподготовке к различным видам контроля, основному и единому государственному экзамену, а также для учителей математики.

Желаем успехов!

ЧИСЛОВЫЕ МНОЖЕСТВА

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА



Натуральными называются числа, которые используются при счёте предметов.

Натуральный ряд	Особенности записи	Особенности чтения
Обозначение: N. $N = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; \dots\}$ 0 не является натуральным числом. 1 — наименьшее натуральное число. Наибольшего натурального числа не существует. Последовательность всех натуральных чисел называется натуральным рядом. В натуральном ряду каждое следующее число на единицу больше предыдущего	Записываются в десятичной системе исчисления с помощью цифр: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Если записать натурального числа состоит из одной цифры, его называют однозначным числом; из двух цифр — двузначным числом; из трёх цифр — трёхзначным числом. Самые употребляемые числа имеют не больше 12 цифр в записи. Числа, которые имеют больше 12 цифр, относятся к группе больших чисел	Для чтения натуральных чисел их разбивают, начиная справа, на группы по три цифры в каждой. Первые три цифры справа — это класс единиц, 3 следующие — это класс тысяч, далее идут классы миллионов, миллиардов и т. д. Каждая из цифр класса называется его разрядом



Числа 1, 10, 100, 1000 и т. д. называются **разрядными единицами**.
 Так, 1 — это единица разряда единиц; 10 — единица разряда десятков;
 100 — единица разряда сотен и т. д.

Таблица классов и разрядов

Классы	Разряды
1-й класс: единицы	1-й разряд: единицы; 2-й разряд: десятки; 3-й разряд: сотни
2-й класс: тысячи	1-й разряд: единицы тысяч; 2-й разряд: десятки тысяч; 3-й разряд: сотни тысяч
3-й класс: миллионы	1-й разряд: единицы миллионов; 2-й разряд: десятки миллионов; 3-й разряд: сотни миллионов
4-й класс: миллиарды	1-й разряд: единицы миллиардов; 2-й разряд: десятки миллиардов; 3-й разряд: сотни миллиардов



Любое натуральное многозначное число можно представить в виде суммы разрядных слагаемых.
Представление числа в виде $385042 = 300000 + 80000 + 5000 + 40 + 2 = 3 \cdot 100000 + 8 \cdot 10000 + 5 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 2$ называется разложением числа на разрядные слагаемые или суммой разрядных слагаемых.
ВАЖНО! Сумма разрядных слагаемых натурального числа равна этому числу.

Действия с натуральными числами

Арифметические действия		Свойства
Сложение		
$a + b = c$ ↖ ↗ слагаемые сумма		$a + b = b + a$ $a + (b + c) = (a + b) + c$ $a + 0 = a$
Вычитание (действие, обратное сложению)		
$a - b = c$ ↖ ↗ уменьшаемое вычитаемое разность		$a - (b + c) = (a - b) - c = (a - c) - b$ $(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c)$ $a - (b - c) = (a - b) + c$ $a - 0 = a$ $a - a = 0$
Умножение		
$a \cdot b = \underbrace{a + a + \dots + a}_b$ ↖ ↗ множители произведение Вариант обозначения: $a \times b$		$a \cdot b = b \cdot a$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ $(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$ $a \cdot 1 = a$ $a \cdot 0 = 0$

Деление (действие, обратное умножению)

$$\begin{aligned}(a : b) : c &= a : (b \cdot c) \\ a : (b : c) &= (a : b) \cdot c \\ (a \cdot b) : c &= (a : c) \cdot b \\ (a \cdot b) : c &= a \cdot (b : c)\end{aligned}$$

$$a : a = 1$$

$$a : 1 = a$$

$$0 : a = 0 \quad (a \neq 0)$$

На нуль делить нельзя.

✓ Деление с остатком:

$$\begin{array}{r} 70 \overline{) 23} \\ \underline{6} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 1 \end{array}$$

делитель
 делимое
 неполное частное
 остаток

$$\text{Проверка: } 70 = 3 \cdot 23 + 1$$

$$a : b = c$$

делимое
 частное
 делитель

Варианты обозначений: $\frac{a}{b}$ или a / b .

Если частное c является натуральным числом, то говорят, что a делится (без остатка) на b .

Если частное c не является натуральным числом, то говорят, что a не делится (без остатка) на b .

Разделить с остатком число a на число b — значит найти два таких числа q и r , что $a = b \cdot q + r$ и $r < b$.
ВАЖНО! Остаток должен быть меньше делителя.

$$a : b = q \text{ (ост. } r \text{)}$$

делимое
 неполное частное
 делитель
 остаток

Действия	Свойства
Возведение в степень	
Выражение a^n называется степенью числа a. Вторая степень числа называется квадратом числа, третья степень — кубом числа. показатель степени ↗ $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ множителей ↖ основание степени	$(a^x)^y = a^{xy}$ $a^x \cdot b^x = (ab)^x$ $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x, \text{ где } b \neq 0$ $a^1 = a$ $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}, \text{ где } a \neq 0$



ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ! Таблица квадратов представлена в приложении 1 данного пособия (с. 222).



Действия сложения, вычитания, умножения и деления называют **арифметическими действиями**. Только в результате сложения и умножения натуральных чисел также получаются натуральные числа.
Свойства сложения, вычитания, умножения, деления и возведения в степень представляют собой равенства, которые можно использовать не только слева направо, но и справа налево.